



El tipo de tareas como oportunidad de aprendizaje y competencias matemáticas de estudiantes de 15 años

Diana Zakaryan

Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Chile

diana.zakaryan@ucv.cl

Resumen

Esta comunicación presenta resultados parciales de un estudio de dos casos (en España y Armenia), que ha tratado de conocer la importancia que tienen las oportunidades de aprendizaje (OTL)¹ que ofrece el profesor en su aula (particularmente, en este documento tratamos el tipo de tareas que éste selecciona y propone) a la hora de facilitar la adquisición de las competencias matemáticas (CM) de sus estudiantes. Tomamos la información de observaciones de clases y entrevista (a dos profesores de Educación Secundaria) y de prueba (a los estudiantes de 15 años) y realizamos análisis de datos combinando técnicas cualitativas y cuantitativas. Los resultados de nuestra investigación, relativos al tipo de tareas, han constatado una fuerte relación de las CM de los estudiantes con la oportunidad de resolver cierto tipo de tareas (demanda cognitiva y situaciones/contextos en las que se plantean).

Palabras clave: oportunidad de aprendizaje, competencia matemática, tipo de tareas, profesor de matemáticas, estudiantes de 15 años.

Introducción

La motivación de este estudio es comprender la importancia que tienen las oportunidades de aprendizaje (OTL) que ofrece el profesor en su aula a la hora de facilitar la adquisición de las competencias matemáticas de sus estudiantes (CM). Partimos de la realidad mostrada por las sucesivas pruebas PISA (OECD, 2004; 2007; 2010) y de los análisis y reflexiones de varios especialistas (entre otros, Pajares, Sanz y Rico, 2004; Rico, 2007; Recio y Rico, 2005) que han venido a confirmar que los estudiantes de educación secundaria obligatoria presentan evidentes deficiencias en las competencias matemáticas: tienen dificultades a la hora de comprender

enunciados de los problemas, tampoco son capaces de emplear estrategias adecuadas para resolverlos.

De acuerdo con Hiebert y Grouws (2007), consideramos que la naturaleza de la enseñanza en el aula afecta significativamente a la naturaleza y al nivel del aprendizaje de los estudiantes, y de ahí nos centramos en el papel del profesor a la hora de determinar oportunidades de aprendizaje (Stevens y Grymes, 1993), particularmente, en las actividades del profesor en el aula, que condicionan la naturaleza de la enseñanza que lleva. Por otra parte, estudiamos las competencias matemáticas de los estudiantes, basándonos en el marco del proyecto PISA 2003 (OCDE, 2004) y tratamos de comprender las relaciones entre las OTL y CM a través de un modelo teórico que elaboramos (Zakaryan, 2011; Carrillo, Contreras y Zakaryan (en prensa)).

Dentro de los indicadores asociados a la actividad del profesor, que determinan las oportunidades de aprendizaje para los estudiantes, es destacable la relevancia que varios autores atribuyen al **tipo de tareas**² que éste selecciona y propone. Así, las tareas se consideran “el principal vehículo para suministrar a los escolares oportunidades de aprendizaje” (Lupiáñez, 2009, p.113) y una cuidadosa selección de éstas por parte del profesor le permite planificar actividades que potencian la creación de oportunidades efectivas de aprendizaje (Lo y Wheatly, 1994; Ponte, 2004). En la misma línea, Kilpatrick et al. (2001), Watson y Sullivan (2008), Sullivan et al. (2010), consideran que el tipo de tareas que emplean los profesores en las clases de matemáticas está relacionado con sus percepciones de las matemáticas e influye directamente en las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. En este sentido, señala Polya (1989) que

“...un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos y ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello” (p. 5).

En las tareas propuestas por el profesor, distinguimos los diferentes grados de complejidad (demanda cognitiva) de las mismas por el tipo de *procesos cognitivos* que se activan en los estudiantes para llevarlas a cabo³. La demanda cognitiva de una tarea puede reconocerse por las características de la tarea que incluyen: número y tipo de representaciones, número de estrategias de solución y exigencias de comunicación (la extensión de explicación o justificación requerida del estudiante) (Stein et al., 1996). Otro aspecto importante al tratar las tareas propuestas por el profesor son *situaciones* y *contextos* en los cuales se plantean las tareas, que permiten a los estudiantes acceder a las matemáticas de una manera natural y motivadora; proporcionan un fundamento sólido para el aprendizaje de operaciones formales, procedimientos, notaciones, reglas y algoritmos; permiten utilizar la realidad como recurso y dominio de aplicaciones; y realizar la ejercitación de las habilidades específicas en situaciones aplicables (De Lange, 1987; Treffers y Goffree, 1985).

² Entendemos que las tareas son demandas que el profesor plantea a los estudiantes, que activan sus conocimientos acerca de un tema matemático concreto, e implican una determinada actividad matemática por parte de los estudiantes (Gómez, 2007; Lupiáñez, 2009).

³ La demanda cognitiva (o nivel cognitivo) de una tarea se refiere al tipo de procesos cognitivos que necesita estudiante para llevarla a cabo (Doyle, 1988). Éstos pueden variar dentro de un continuo desde la memorización, la aplicación de procedimientos y algoritmos (con o sin comprensión) hasta el uso de estrategias de pensamiento y razonamiento complejas, que pueden ser prototípicos de lo que llamamos

Asimismo, seguimos la noción de *competencia matemática* determinada por Niss (1999), que es la “capacidad de entender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extra-matemáticas en las cuales la matemática desempeña o podría desempeñar un papel” (p. 6). Esta noción, junto a otras ideas de este autor, ha sido adaptada en el proyecto PISA para la construcción de un amplio marco de trabajo de competencias. El proyecto OCDE/PISA 2003 ha centrado en ocho competencias matemáticas características que se basan en su forma actual, en el trabajo de Niss (1999): *pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelizar, plantear y resolver problemas, representar, utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones, emplear soportes y herramientas tecnológicos*⁴ (OCDE, 2004, p. 40). A su vez, los resultados de análisis de las respuestas de los estudiantes a distintas tareas con grado de complejidad diversos han permitido establecer empíricamente seis niveles distintos de dominio en las actuaciones de los estudiantes (Ibid.).

En las siguientes líneas presentamos la metodología que seguimos para acercarnos a la realidad objeto de estudio.

Metodología

Abordamos nuestra investigación a través de un estudio de casos (Stake, 2007), combinando distintos métodos cualitativos y cuantitativos (Bericat, 1998). Los dos casos estudiados (en España y en Armenia) corresponden a dos contextos y tradiciones de enseñanza diferentes, hecho que nos ha permitido obtener información diversa y rica en significados. Al estudiar dos casos, respectivamente nos centramos en el estudio de dos aulas, una de ellas se ubica en un centro IES de Huelva (España) y la otra en una escuela de Ereván (Armenia). Elegimos los dos casos según el criterio que nos interesaba, aulas a las que acuden estudiantes entre 15-16 años (la edad en la que la mayoría de estudiantes termina la enseñanza obligatoria).

De este modo, el “Caso 1” comprende a los 15 estudiantes del aula de 4º ESO de un centro de Huelva y al profesor de Matemáticas (Pablo)⁵ del aula, el “Caso 2” a los 25 estudiantes de 9º grado de una de las escuelas de Ereván y a su profesora de Matemáticas (Mery).

Proceso e instrumentos de obtención de la información

A la hora de construir la realidad objeto de investigación recurrimos a diferentes técnicas de obtención de los datos dependiendo del informante.

La fuente principal de los datos relativos a las OTL ha sido la *observación de aula* (Cohen y Manion, 2002). En ambos casos, aplicamos el método de *observación no participante*, que ha supuesto la presencia de la investigadora en el aula, sin intervención alguna. Durante las grabaciones en vídeo, nos interesaba captar tanto las intervenciones del profesor como las de los estudiantes, por lo que la cámara ha sido colocada en la parte trasera del aula. Después del análisis previo de las observaciones de aula, realizamos una *entrevista semiestructurada* en soporte audio a los profesores de ambas aulas.

La técnica de recogida de la información acerca de las competencias matemáticas de los estudiantes, ha sido una *prueba* de matemáticas. Dicha prueba de papel y lápiz, con la duración de 1 hora y 40 minutos ha consistido en 39 problemas liberados de los de PISA2003 (INECSE, 2005). Decidimos realizar la prueba al final del año académico correspondiente en cada caso con

⁴ Esta última competencia ha sido descartada finalmente en el análisis de los resultados de PISA2003, debido a la imposibilidad de establecer comparaciones internacionales entre países que usan diferentes herramientas en el aula (Rico y Lupiáñez, 2008).

el propósito de que los estudiantes tuvieran la oportunidad de cursar la mayor parte posible de la programación establecida para el curso.

Proceso e instrumentos de análisis de la información

Analizamos las observaciones de aula dividiendo las sesiones en episodios que representan las oportunidades dadas a los estudiantes. Entendemos por episodio un fragmento de la sesión en el que la intención relativa a los objetivos de aprendizaje del profesor ha sido constante (p.ej. trabajo en tareas, introducción de conceptos, ejercitación de fórmulas). Los objetivos del profesor los identificamos a partir de las actividades que realiza en el aula. De este modo, analizamos cada episodio según las categorías determinadas en el proyecto METE: foco matemático, estrategias didácticas, materiales didácticos y tipo de agrupamiento (Andrews, Carrillo y Climent, 2005). Además de estas categorías, establecemos otra, relacionada al *tipo de tareas* propuestas por el profesor.

Debido a que en esta comunicación exponemos los datos relativos a ésta última, describimos tan solo esta categoría, que en conjunto con las demás presenta el instrumento de análisis de las observaciones de aula. La Tabla 1 recoge los descriptores de tareas que estudiamos.

Tabla 1

Descriptores de tareas

Procesos cognitivos	
Reproducción	Reproducción del material practicado y realización de las operaciones rutinarias.
Conexión	Integración, conexión y ampliación moderada del material practicado.
Reflexión	Razonamiento avanzado, argumentación, abstracción, generalización y construcción de modelos aplicados a contextos nuevos.
Situación	
Personal	Es la relacionada con las actividades diarias de los alumnos (p.ej. cuando se pide representar gráficamente la altura de los pies por encima del suelo mientras se columpia).
Educativa/ profesional	Es la que encuentra el alumno en el centro escolar o en un entorno de trabajo (p.ej. cuando se plantea calcular la nota media de los exámenes en una asignatura determinada).
Pública	Es la que se refiere a la comunidad local u otra más amplia, con la cual los estudiantes observan un aspecto determinado de su entorno (p.ej. un problema donde se pide calcular el interés que ofrece una cuenta bancaria).
Científica	Es más abstracta y puede implicar la comprensión de un proceso tecnológico, una interpretación teórica o un problema específicamente matemático (p.ej. calcular el aumento absoluto y relativo de las emisiones de CO ₂ de varios países, representadas mediante dos diagramas en porcentaje y en millones de toneladas).
Contexto	
Auténtico	Es el que se dirige directamente a la resolución del problema, aunque las preguntas de matemáticas no sean necesariamente verdaderas y reales (p.ej. la situación pública que ejemplificamos puede resultar parte de la experiencia del estudiante, por lo que presenta un contexto autentico).
Hipotético	Es el que se presenta como pretexto para hacer prácticas de operaciones matemáticas (son las que encontramos frecuentemente en los libros de texto, p.ej. se dan

	del área del rectángulo).
--	---------------------------

Por otra parte, para organizar los datos en unidades de información, modelizamos la enseñanza basándonos en el modelo propuesto por Schoenfeld (1998), y adaptado a nuestra meta de identificar los indicadores de las OTL (Ilustración 1).

[i.j] Designación del episodio (línea de inicio – línea de fin) Evento desencadenante: Evento que funciona como desencadenante de las secuencias de actividades. OPORTUNIDADES DE APRENDIZAJE: Identificación de las oportunidades de aprendizaje subyacentes en esta secuencia de actividades. Foco matemático Estrategias didácticas Materiales didácticos (libro de texto, diapositivas, Internet, etc.) Tipo de agrupamiento (individual, en pareja, en grupo, toda-clase) Tipo de tareas (procesos cognitivos, situaciones y contextos) Evento de término: Evento que funciona como causa de término de la secuencia de actividades.

Ilustración 1. Representación del modelo de análisis de las sesiones.

La fuente principal para análisis de las competencias matemáticas son los resultados de la prueba aplicada. En primer lugar, realizamos el análisis de protocolos de resolución de cada ítem desde el enfoque de análisis de contenido (Bardin, 1996), a la luz de las CM (los procesos cognitivos) que han sido capaz de activar y/o las que han resultado imposible poner en marcha durante sus actuaciones. Por último, corregimos los trabajos de los estudiantes según los criterios y códigos establecidos para los ítems liberados de la prueba PISA2003, analizamos cuantitativamente según el modelo de Rasch y categorizamos por niveles de dominio.

Análisis de información

Análisis de las OTL

En el Caso 1, observamos en total 23 sesiones, de las que grabamos las 7 relacionadas a los tópicos de “Elementos de geometría”. A continuación presentamos un ejemplo del análisis del séptimo episodio de la tercera sesión [3.7].

[3.7] Trabajo en tareas [687-700] Evento desencadenante: Pablo propone realizar una actividad del libro de texto. OPORTUNIDADES DE APRENDIZAJE: Foco matemático <u>Procedural</u> – Pablo promueve el desarrollo de técnicas de cálculo de la ecuación de la circunferencia [687-700]. Estrategias didácticas <u>Entrenamiento</u> – Pablo explícitamente da consejos e indicaciones para realizar la actividad [691-696]. Tipo de tarea N3. Escribe la ecuación de la circunferencia de centro C (7, 1) y radio $r=5$ (p.164). Procesos cognitivos: Reproducción Situación: Científica Contexto: Hipotético Evento de término: Fin de la sesión.

Ilustración 2. Análisis del séptimo episodio de la tercera sesión de Pablo.

El análisis de las sesiones ha mostrado que Pablo ha manejado en sus sesiones tareas, la mayoría de las cuales son ejercicios tipo (tareas de grupo de reproducción) y otras más complejas, de más de un paso de procesamiento, donde se requiere identificación y conexión de

conceptos y sus propiedades (tareas de grupo de conexión). No se han contemplado la ejecución de tareas del grupo de reflexión durante el abordaje de este bloque. Dentro de estas tareas la mayoría son planteadas en situaciones *científicas* (matemáticas) y tan solo dos tareas en situaciones *públicas*, todas ellas en contextos *hipotéticos*.

En el Caso 2, observamos en total 20 sesiones (de las que grabamos 6); una unidad didáctica del tema “Concepto de logaritmo” de Álgebra y Elementos de Análisis Matemático, y una de “Vectores en el espacio” de Geometría.

En las sesiones de Mery se destaca el trabajo en tareas de los tres grupos de complejidad, con el predominio de las del grupo de conexión. Asimismo, la profesora propone realizar tareas del grupo de reproducción y del grupo de reflexión. Cabe subrayar que todas las tareas son planteadas, exclusivamente, en situaciones *científicas*, matemáticas, en este caso, en contextos *hipotéticos*.

Análisis de las CM

El análisis de los protocolos de los estudiantes de ambos Casos ha revelado sus dificultades y carencias a la hora de resolver problemas realistas, dificultades que en principio, reflejan, o bien un vacío importante en los conocimientos matemáticos básicos, o bien la incapacidad de aplicarlos en situaciones de la vida real. Como consecuencia, los procedimientos y operaciones respectivas se han llevado a cabo erróneamente o no han llegado a realizarse. Asimismo, han mostrado dificultades en el uso del lenguaje simbólico, esto es, en identificar los datos con las variables de una fórmula dada o traducir el lenguaje simbólico al lenguaje coloquial. Del mismo modo, han sabido hacer inferencias directas y explicar asuntos matemáticos sencillos, sin llegar a formular supuestos o explicar asuntos matemáticos complejos que implican relaciones.

Así, en el Caso 1, por ejemplo, de la sub- área *espacio y forma*, la mayoría de los estudiantes (13 de los 15) ha sabido realizar el ítem siguiente, que requería descodificar e interpretar la representación de los objetos matemáticos previamente conocidos de un modo estándar y realizar la operación sencilla de resta o suma para encontrar las variables desconocidas:

Pregunta 3: CUBOS (Reproducción)

En esta fotografía puedes ver seis dados, etiquetados desde la (a) a la (f). Hay una regla que es válida para todos los dados:

La suma de los puntos de dos caras opuestas de cada dado es siempre siete.

Escribe en cada casilla de la tabla siguiente el número de puntos que tiene la cara inferior del dado correspondiente que aparece en la foto.

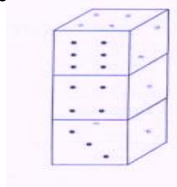


(a)	(b)	(c)
(d)	(e)	(f)

Sin embargo, el ítem 34 igualmente relacionado con los dados pero más complejo, ya solo han sido capaces de realizarla los 7 de 15 estudiantes.

Pregunta 34: DADOS 1 (Conexión)

A la derecha se pueden ver tres dados colocados uno encima del otro. El dado 1 tiene cuatro puntos en la cara de arriba.



¿Cuántos puntos hay en total en las cinco caras horizontales que no se pueden ver (cara de abajo del dado 1, caras de arriba y de abajo de los dados 2 y 3)?

En este ítem los estudiantes podrían llegar a la solución siguiendo dos estrategias diferentes: calculando los puntos de las caras que no se pueden ver, deduciendo de los puntos de las que se ven y sumándolos o bien razonando que si la suma de las caras opuestas es siete y hay tres cubos, en total dan 21 puntos y restándole los cuatro puntos de la cara de arriba obtendrían el resultado. Seis estudiantes han realizado esta tarea empleando la primera estrategia, más estándar, y un estudiante aplicó la segunda.

Por otra parte, en el Caso 2, por ejemplo, de la sub-área *cantidad*, todos los estudiantes han realizado correctamente el ítem “El tipo de cambio 1”:

EL TIPO DE CAMBIO 1 (Reproducción)

Mei-Ling se enteró de que el tipo de cambio entre el dólar de Singapur y el rand sudafricano era de: 1 SGD = 4,2 ZAR. Mei-Ling cambió 3.000 dólares de Singapur en rands sudafricanos con este tipo de cambio. ¿Cuánto dinero recibió Mei-Ling en rands sudafricanos?

Este ítem proporciona toda la información pertinente con claridad, requiere reconocer equivalencias, aplicar procedimientos estándar (regla de tres) y realizar cálculos rutinarios.

Sin embargo, sólo cinco estudiantes han contestado correctamente la pregunta planteada en el ítem “El tipo de cambio 3” y han dado una explicación adecuada.

EL TIPO DE CAMBIO 3 (Reflexión)

Al cabo de estos 3 meses el tipo de cambio había cambiado de 4,2 a 4,0 ZAR por 1 SGD. ¿Favoreció a Mei-Ling que el tipo de cambio fuese de 4,0 ZAR en lugar de 4,2 ZAR cuando cambió los rands sudafricanos que le quedaban por dólares de Singapur? Da una explicación que justifique tu respuesta.

La mayoría ha contestado la pregunta erróneamente ya que la ha explicado como si hubiera sido realizado el cambio al revés, los dólares de Singapur a rands sudafricanos, aunque correctamente para este caso; más bien, por el malentendido del enunciado del problema.

En ambos Casos observamos la evidente preferencia de los estudiantes a la hora de resolver los ítems de la prueba por buscar los ítems que proporcionan explícitamente la operación o procedimiento matemático requerido (p.ej. aplicar porcentaje directo), evitando abordar los ítems donde había que interpretar un diagrama y explicar o argumentar su respuesta, lo que refleja la seguridad y familiaridad en unos e inseguridad en otros tipos de exigencias del enunciado.

Resultados y discusión

Según el análisis del tipo de tareas propuestas por los dos profesores estudiados y las competencias matemáticas de los estudiantes, hemos documentado los siguientes resultados.

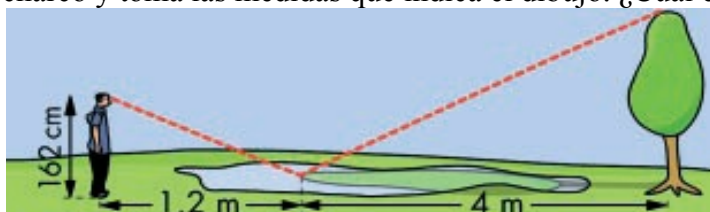
Resultados y discusión Caso 1

En el Caso 1, el profesor ha proporcionado la oportunidad de trabajar, mayormente, en tareas del grupo de reproducción. No se ha dado la oportunidad de resolver problemas con demanda cognitiva de alto nivel. Esto implica que los procesos de pensamiento, que utilizan los estudiantes durante la resolución de este tipo de tareas abarcan tan solo la elección de los datos

identificación de representaciones sencillas y de una única manera, y la comunicación de los resultados de forma cerrada.

Por otra parte, las tareas son planteadas, prioritariamente, en situaciones matemáticas, aunque como regla se presentan unas cuantas actividades en situaciones de la vida real en contextos hipotéticos, o sea, “camufladas” con el pretexto de realizar alguna operación matemática. El ejemplo que sigue, es una de las dos tareas planteadas en situaciones de la vida real, que Pablo ha propuesto para resolver durante sus sesiones dedicadas al bloque “Elementos de Geometría”.

N40 (Reproducción). Para calcular la altura de un árbol, Eduardo ve la copa reflejada en un charco y toma las medidas que indica el dibujo. ¿Cuál es la altura del árbol?



Pablo mismo traduce esta imagen al lenguaje matemático, o sea, representa dos triángulos sobre la pizarra, e invita a una estudiante resolver la tarea. La proporción que forma la estudiante es

es $\frac{162}{120} = \frac{h}{4}$, de ahí obtiene $h=5,4$ **cm**; no cuestiona el resultado ni se da cuenta de que es difícil

que la altura de un árbol sea poco más de cinco centímetros, sobre todo cuando en el dibujo es más alto que la estatura de una persona, bien porque en la primera proporción ha pasado a centímetros y se ha fijado en ello, dejando en la segunda proporción los valores en metros y porque no interpreta el resultado. Este hecho confirma los resultados de varios estudios que han indicado que una vez elegida la operación a realizar, los estudiantes la aplican mecánicamente sin volver al enunciado para verificar si la respuesta tiene sentido en el contexto de la pregunta planteada (Verschaffel et al., 2000; Vicente et al., 2008).

Otro ejemplo de ello podemos observar en el ítem “Caminar 1” de la prueba.

CAMINAR 1 (Reproducción)



La foto muestra las huellas de un hombre caminando. La longitud del paso P es la distancia entre los extremos posteriores de dos huellas consecutivas. Para los hombres, la fórmula $\frac{n}{P} = 140$ da una

relación aproximada entre n y P donde:

n = número de pasos por minuto, y P = longitud del paso en metros.

Si se aplica la fórmula a la manera de caminar de Enrique y éste da 70 pasos por minuto, ¿cuál es la longitud del paso de Enrique? Muestra tus cálculos.

En sus cálculos observamos un error común ($P = \frac{140}{n}$) en despejar la incógnita de la fórmula dada. Aparte de la carencia en la técnica de cálculo, este hecho además subraya el acercamiento mecánico a la resolución.

Ilustración 3. Soluciones de dos estudiantes, extraídos de los protocolos de resoluciones de la prueba.

El error que cometen puede ser debido a que el resultado en este caso da un número “limpio” (entero pequeño), lo que les hace proceder de una manera mecánica, sin entrar en detalles y sin una interpretación adecuada de los resultados. En caso contrario, al obtener una longitud del paso de dos metros, según sus cálculos, los estudiantes podrían cuestionar el resultado y volver a repensar la solución.

De este modo, siendo únicamente dos las tareas planteadas en situaciones de la vida real en contextos hipotéticos, no se ha dado la oportunidad de desarrollar habilidades de la matematización, las que precisamente necesitaban los estudiantes para abordar problemas realistas de la prueba.

A su vez, los estudiantes han tenido dificultades en entender los enunciados de problemas realistas. Durante la prueba, en varias ocasiones, se dirigían a la investigadora para aclarar sus dudas al respecto, en otros casos, lo expresaban en el papel mismo, así como se han sentido inseguros con algunos ítems de la prueba que contenían información irrelevante para la solución, que se debe a que los ejercicios y problemas del libro de texto presentan todos los datos necesarios para su resolución y normalmente se usan todos los que están, y indica a la falta de familiaridad con este tipo de problemas.

Las dificultades y carencias de los estudiantes, que observamos tanto a la hora de trabajar en el aula como al resolver problemas realistas, resultado plausible de una enseñanza en la cual los estudiantes han tenido escasas oportunidades para el aprendizaje significativo de las matemáticas.

Resultados y discusión Caso 2

En el Caso 2, la profesora ha proporcionado a los estudiantes la oportunidad de trabajar, mayormente, en tareas del grupo de conexión, pero también en las del de reproducción y reflexión. Por tanto, los estudiantes han tenido la oportunidad de resolver problemas con demanda cognitiva diversa, por ejemplo:

N 340 (Conexión) Se da un prisma triangular $ABCA_1B_1C_1$. Indica el vector X que tiene su origen y extremo en los vértices del prisma y que:

- $AA_1 + B_1C - X = BA$
- $AC_1 - BB_1 + X = AB$
- $AB_1 + X = AC - X + BC_1$

N 323 (Reflexión) Se da una pirámide con un triángulo equilátero en la base. Los puntos M , N , P y Q son puntos medios de las aristas AB , AD , DC , BC .

- Halla todos los pares de vectores iguales,
- Determina qué cuadrilátero se ha formado con los puntos $MNPQ$.

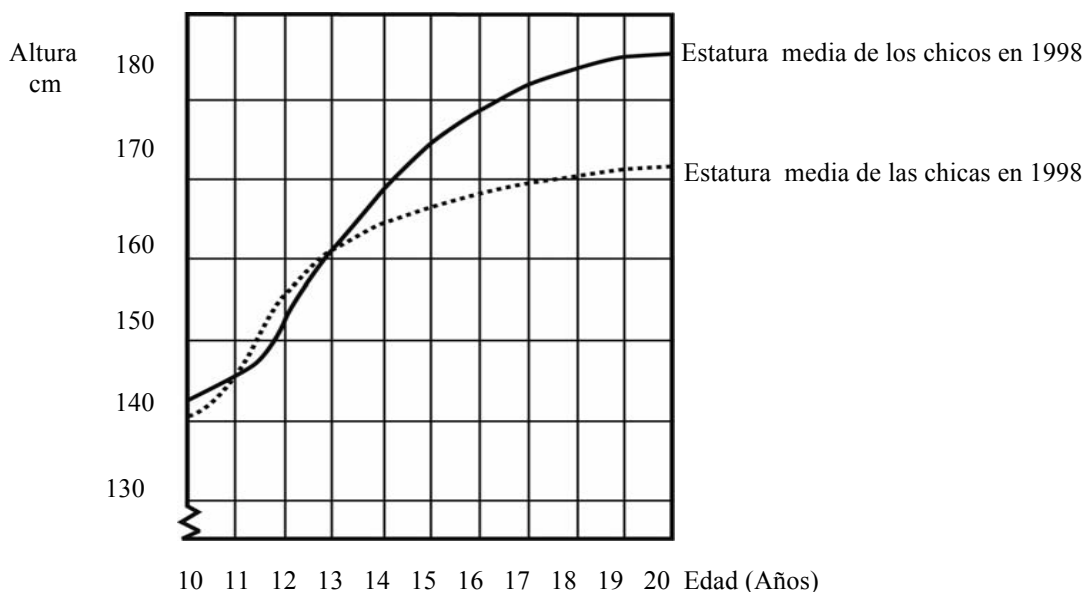
Como hemos documentado, todas las tareas son planteadas, exclusivamente, en situaciones matemáticas y no sólo las que se relacionan con los tópicos grabados u observados, sino las tareas que manejan durante todo el curso.

La dificultad que han tenido los estudiantes en resolver problemas realistas, incluso algunos sencillos, puede deberse a ese formalismo. Así, por ejemplo, el ítem “Crecer 3” de la prueba en el que a partir de la representación gráfica de dos funciones que describen la estatura

vida son las chicas más altas que los chicos de su misma edad, la mayoría de los estudiantes no lo ha sabido abordar.

CRECER 3 (*Reproducción*)

La estatura media de los chicos y las chicas de Holanda en 1998, está representada en el siguiente gráfico. De acuerdo con el gráfico, como promedio, durante qué periodo de su vida son las chicas más altas que los chicos de su misma edad.



La incapacidad de decodificar e interpretar la representación gráfica refleja la falta de experiencia en establecer relaciones entre el fenómeno y la función que permite describir su cambio. Cabe destacar que todo un curso de la asignatura “Álgebra y Elementos de Análisis Matemático 9” ha sido dedicado a las funciones (función, gráfico de la función y su transformación, monotonía y extremos, periodicidad, etc.; funciones trigonométricas, potenciales, exponenciales y logarítmicas). Resulta que el hecho de que los estudiantes puedan construir gráficos de las funciones más sofisticadas, determinar su dominio, intervalos de monotonía, etc., no implica que sepan aplicar sus conocimientos a una situación contextualizada mucho más sencilla.

En el Caso 2, la manera de presentar las Matemáticas está totalmente desconectada y alejada de la experiencia y de la realidad del estudiante que, a pesar de que le permite actuar con cierta seguridad en el campo puramente matemático, le hace sentir impotente y confuso ante los problemas contextualizados y no familiares.

Conclusión

A modo de conclusión, se ha confirmado una fuerte relación de las CM de los estudiantes con la oportunidad de resolver cierto tipo de tareas, particularmente, es evidente la importancia tanto de la demanda cognitiva de la tarea como su presentación en diferentes situaciones y contextos.

Además, es importante intentar modificar los sistemas de creencias de los estudiantes acerca de los problemas escolares, rompiendo sus expectativas de que todo problema aritmético se resuelve aplicando las cuatro operaciones o sus diferentes combinaciones, proponiendo problemas cuyo enunciado contiene datos superfluos, problemas sin solución o con múltiples soluciones y potenciando el uso de distintos sistemas de representación (Callejo, 2008).

En esta línea, Malaty (2004) indica que una de las causas del éxito de los estudiantes finlandeses en las pruebas PISA, es que las tareas utilizadas en los estudios PISA se parecen extremadamente a las que se utilizan en las escuelas finlandesas. Mientras, como observamos en nuestro estudio, los estudiantes en ambos casos han tenido dificultades incluso en entender la forma de presentación, el enunciado de los problemas, se han quedado confusos ante los datos irrelevantes, porque no están presentadas de esta manera en el libro de texto y no han practicado en sus clases de matemáticas. Asimismo, estos resultados reflejan una realidad documentada por varios estudios (Greer, 1993; Verschaffel et al., 2000; Yoshida et al., 1997) acerca de la dificultad que presentan los estudiantes a la hora de resolver problemas realistas semejantes a los de PISA.

Los resultados obtenidos sugieren que para promover el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes, es preciso prestar más atención a las actividades que movilizan estas competencias, particularmente, a los procesos de matematización a través de la resolución de problemas originales y creativos en diferentes situaciones y contextos, con estrategias, procedimientos y soluciones múltiples; a la búsqueda de regularidades entre matemáticas y situaciones del mundo real que atribuya sentido a los conceptos impartidos.

Referencias y bibliografía

- Andrews, P., Carrillo, J., & Climent, N. (2005). *Proyecto "METE": El foco matemático*. Comunicación presentada al IX Simposio de la SEIEM, Córdoba, septiembre, 2005.
- Bardín, L. (1996). *El análisis de contenido*. Madrid: Akal Ediciones.
- Bericat, E. (1998). *La integración de los métodos cuantitativos y cualitativos en la investigación social*. Barcelona: Ariel.
- Callejo, M. L. (2008). Desarrollo de competencias y resolución de problemas realistas. En M. Hervás (Coord.), *Competencia matemática e interpretación de la realidad* (pp. 63-74). Madrid: MEC.
- Carrillo, J., Contreras, L.C. & Zakaryan, D. (en prensa). Avance de un modelo de relaciones entre las oportunidades de aprendizaje y competencias matemáticas. *Bolema*.
- Cohen L. & Manion L. (2002). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of student's thinking during instruction. *Educational Psychologist*, 23 (2), pp. 167-180.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada: Universidad de Granada.
- Greer, B. (1993). The modelling perspective on wor(l)d problem. *Journal of Mathematical Behavior*, 12, pp. 239-250.
- Hiebert, J. & Grouws, D. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. Lester (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 371-404). NCTM: Information Age Publishing.
- INECSE (2005). *PISA 2003. Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas*. Madrid: MEC.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington: National Academy Press.
- Lange, J. de (1987). *Mathematics, insight and meaning*. Utrecht: OW&OC. Rijksuniversiteit.
- Lo, J. & Wheatly, G. (1994). Learning opportunities and negotiating social norms in mathematics class discussion. *Educational Studies in Mathematics*, 27(2), pp. 145-164.
- Lupiáñez, J. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemática de secundaria* Tesis Doctoral Granada: Universidad de

- Malaty, G. (2004). *What are the reasons behind the success of Finland in PISA?* Finlanda: University of Joensuu.
- Niss, M. (1999). Competencies and Subject Description. *Uddanneise*, 9, pp. 21-29.
- OCDE (2004). *Learning for tomorrow's world. First Results from PISA 2003*. Paris: OECD.
- OCDE (2007). *PISA 2006. Informe español*. Madrid: MEC.
- OCDE (2010). *PISA 2009. Informe español*. Madrid: MEC.
- Pajares, R., Sanz, A. & Rico, L. (2004). Aproximación a un modelo de evaluación: el proyecto PISA 2000. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
- Ponte, J. P. (2004). Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. En J. Giménez, L. Santos & J. P. Ponte (Coords.), *La actividad matemática en el aula*, pp. 25-34. Barcelona: Graó.
- Recio, T. & Rico, L. (2005). El Informe PISA 2003 y las matemáticas. *El País* 24.01.2005.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1 (2), pp. 47-66.
- Rico, L. & Lupáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza.
- Schoenfeld, A. (1998). On modeling teaching. *Issues in Education*, 4(1), 149 - 162.
- Stake, R. E. (2007). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.
- Stein, M., Grover, B, Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: analysis of mathematics tasks used in reform classroom. *American Education Research Journal*, 33 (2), pp. 455-488.
- Stevens, F. & Grymes, J. (1993). *Opportunity to learn: Issues of equity for poor and minority students*. Washington, DC: National Center for Education Statistics.
- Sullivan, P., Clarke, D., Clarke, B. & O'Shea, H. (2010). Exploring the relationship between task, teacher actions, and student learning. *PNA*, 4 (4), pp. 133-142.
- Treffers, A. y Goffree, F. (1985). Rational analysis of realistic mathematics education – The Wiskobas program. In L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the 9th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2 (pp. 97-121). Utrecht: PME.
- Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Netherlands: Swets & Zeitlinger.
- Yoshida, H., Verschaffel, L. & De Corte, E. (1997). Realistic consideration in solving problematic word problems: Do Japanese and Belgian children have the same difficulties? *Learning and Instruction*, 7, pp. 329-338.
- Vicente, S. Van Dooren, W. & Verschaffel, L. (2008). Utilizar las matemáticas para resolver problemas reales. *Cultura y Educación*, 20 (4), pp. 391-406.
- Zakaryan, D. (2011). *Oportunidades de aprendizaje y competencias matemáticas de estudiantes de 15 años. Un estudio de casos*. Tesis Doctoral.