



# I CEMACYC

I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

6 al 8 noviembre. 2013

[i.cemacyc.org](http://i.cemacyc.org)

Santo Domingo, República Dominicana



## **Construcciones dinámicas con GeoGebra para el aprendizaje-enseñanza de la matemática**

Ronald **Arias** Madriz  
Liceo Elías Leiva Quirós  
Costa Rica  
[ramartec@gmail.com](mailto:ramartec@gmail.com)

### **Resumen**

En la sociedad educativa actual no se puede considerar al uso de las TIC's como una opción más, sino como una importante necesidad para lograr un aprendizaje más propio en el estudiante, siendo este el constructor de su conocimiento. El objetivo del presente taller es el conocer al programa gratuito GeoGebra como una potente herramienta para el aprendizaje y enseñanza de la matemática. Para esto se realizarán construcciones diversas en el área de la geometría y funciones, con el fin de conocer el funcionamiento del programa para luego aterrizar en lo que respecta a elaboración de guías de trabajo para estudiantes y docentes.

*Palabras clave:* Educación Matemática, GeoGebra, construcciones dinámicas, geometría, funciones, formación

### **Introducción**

En la época actual la tecnológica ha pasado a ser de un lujo a una necesidad en donde la sociedad depende mucho de ella para poder existir como tal. Así es como hoy en día utilizamos las tecnologías, ya sea para poder transportarnos al lugar de trabajo o al supermercado, para informarnos de los acontecimientos del mundo, e incluso para poder alistarse una buena taza de café. Tanto se han acortado las distancias gracias a las tecnologías de la información y comunicación (que hoy en día las conocemos como TIC o NTIC en alusión a las nuevas tecnologías de educación), que nos podemos enterar de lo sucedido en el otro lado del mundo con un solo clic minutos e incluso segundos después de ocurrido.

Así como la tecnología ha envuelto de tal manera al ser humano desde muchos aspectos

(como en la comunicación, el trabajo, ocio) era normal que su potencial producción llegase al ámbito educativo, ofreciendo la oportunidad de permitir nuevas y mejores formas de que el estudiante aprenda, específicamente desde el punto de vista explorativo, es decir, que el estudiante, mediante la manipulación de un software educativo pueda lograr un mejor aprendizaje, y en el mejor de los casos, llegar a sus propias conclusiones.

Sin embargo la línea que separa lo que utilizar las TIC como medio y como fin es muy delgada, tanto así que, cuando vamos a utilizar un software didáctico como GeoGebra para las lecciones de matemática, es muy fácil que los docentes terminen enseñando a sus estudiantes a utilizar GeoGebra (sus herramientas, cómo realizar construcciones, etc) en lugar de utilizarlo como la herramienta que es para lograr un objetivo, o una habilidad en el alumno.

Existen docentes que tienen la creencia que enseñando a usar un programa como GeoGebra se está enseñando matemática convirtiendo al software en un fin, perdiendo así el objetivo establecido inicialmente de obtener un aprendizaje significativo en el estudiante como dominar o conocer algún concepto específico de su materia, en donde más bien pueden obtener un resultado inverso, donde el estudiante puede desarrollar un rechazo hacia el uso de una computadora, o aún peor si desea visitar un laboratorio en sus clases de matemática, pero teniendo otra meta establecida, diferente a la deseada por el docente.

Otro error común que lamentablemente es normal notarlo en docentes, el de utilizar un computador y un proyector para explicar un concepto concreto, pero sin cambiar realmente la metodología, es decir, realizan lo mismo que hubiera hecho en una pizarra, por lo que no hay ganancia alguna al utilizar las tecnologías, sino más bien hay pérdidas y contratiempos, pensando en por ejemplo, gasto de electricidad innecesaria, tiempo preparando el trabajo que presentará en la computadora, tiempo en preparar el equipo conectándolo y luego desconectándolo, entre otros aspectos.

El uso de tecnologías en la educación están permitidas siempre y cuando se obtenga una ganancia adicional que al utilizar cualquier otra metodología más sencillo o que incurra de menos recursos y/o esfuerzo en su elaboración.

Un ejemplo de un uso adecuado de una computadora en un lección de matemática se puede utilizar en el tema de Función Lineal donde el estudiante pueda manipular de manera dinámica los valores de “m” y “b” de una función con criterio  $y = mx + b$  y así poder descubrir por ejemplo mediante sus propios medios cómo determinar si una función lineal es creciente, decreciente o constante, además de investigar e incluso conjeturar el punto de intersección de la función con el eje de las ordenadas.

De igual forma, además de la actividad dinámica por computadora, es importante que el estudiante sea acompañado por una o varias preguntas dirigidas que le ayuden a dirigir su atención hacia aquel objetivo que el docente desea que el estudiante logre ya que, sin esta guía, puede que el alumno no llegue a ese cierre o aprendizaje esperado.

Arias, Guillén & Ortiz (2011) sostienen que el uso adecuado de las tecnologías permite por ejemplo una mejor visualización de los problemas y entes matemáticos ayudando desde diferentes ópticas a comprender de mejor manera los temas esenciales y ayudando a desaparecer algunos obstáculos dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, pero debe usarse sabiamente ya que no es sustituto de los conocimientos básicos, sino que es una herramienta que permite potenciarlos y con esto adquirir un conocimiento más profundo que permita a docentes y

educandos reflexionar, razonar y resolver problemas.

Sin embargo, para realizar una clase asistida por computadora se deben tener varias consideraciones para la hora de planificar una lección de este tipo entre las que podemos mencionar:

- Preparar con bastante anticipación la lección: Una lección asistida por computadora requiere mucha planificación, por lo que se recomienda contar con el suficiente tiempo para ponerla a planearla y de ser necesario, tener tiempo para realizar alguna corrección que necesitemos. Una aplicación hecha sin cuidado en un software podría provocar un resultado inverso al que buscamos, ya que podría confundir al estudiante durante su exploración en el software.
- Realizar una guía de trabajo para el estudiante con las instrucciones a seguir y las preguntas que se desee que el estudiante responda: El objetivo de la guía es justamente la de guiar al estudiante por el camino que lo conducirá a descubrir su conocimiento en donde el docente es un mediador.
- La actividad debe ser lo suficientemente sencilla como para que el estudiante la pueda realizar sin necesidad de tener conocimientos avanzados del GeoGebra: Debemos crear una actividad donde el estudiante no necesite aprender a usar las herramientas de GeoGebra para lograr su conocimiento, sino que la opción más básica como lo es mover y arrastrar, sea más que suficiente.
- El GeoGebra es un medio, no un fin: Existe una línea muy delgada de los que es enseñar matemática utilizando GeoGebra y lo que es enseñar GeoGebra (error que muchos docentes cometen).
- Revisar con anterioridad que la o las computadoras de la institución tengan los programas o herramientas necesarias para utilizar su actividad, así como solicitar permiso al director para realizar la actividad: A veces por falta de una buena planificación puede ocurrir que se nos prohíba o simplemente no tengamos acceso al laboratorio de la institución, por lo que el trabajo que habremos planeado no podrá ser aprovechado. En estos casos, si no se puede utilizar un laboratorio, se podría planificar una lección asistida con GeoGebra con una única computadora y un proyector multimedia.
- Se debe contar con un plan B: Aunque planeemos de forma adecuada una lección asistida por computadora, eso no significa que todo saldrá como pensamos. Podría pasar que ese día el proyector no funcionó, o se va la luz en la institución o algún otro imprevisto fuera de nuestro control. Por este motivo debemos contar una segunda opción que cubra los contratiempos que puede traer el uso de aparatos electrónicos.

### **Justificación del Taller**

Por motivo a la falta de preparación y de conocimiento de posibles herramientas didácticas a utilizar, y tomando en cuenta los nuevos programas de estudio en matemática de nuestro país, se ha implementado el presente taller con el fin de que docentes, sean desarrolladores de nuevas y más adecuadas metodologías utilizando el software GeoGebra como herramienta educativa en diversas áreas como por ejemplo geometría, álgebra, estadística, entre otros.

Se ha demostrado además que el simple uso de una herramienta computacional (de forma adecuada) en un aula de matemática logra motivar al estudiante a construir su propio conocimiento. De no ser utilizada de forma correcta, como por ejemplo por abuso, puede obtener un resultado negativo al volver su uso algo cotidiano, y monótono.

En Costa Rica, es difícil encontrar docentes que utilicen las TIC's en su aula, ya sea por falta de conocimiento, temor a cambiar su metodología educativa, o bien, por el simple hecho de que el docente no cuenta en su trabajo con un laboratorio donde desarrollar su clase.

Por este motivo, y bajo la experiencia adquirida de utilizar diversos tipos de programas educativos, se ha desarrollado pautas importantes las cuales se recomienda conocer, antes, durante y después de la aplicación de una lección de matemática asistida por computadora los cuales serán uno de los puntos más importantes a tratar durante el taller.

Junto con otros investigadores del software GeoGebra hemos desarrollado talleres virtuales con este software con una duración mínima de 40 horas, con lo cual se cubre, por lo que, al tener un tiempo bastante limitado, se trabajará en dos áreas de la matemática, como lo son geometría y funciones, aprovechando el potencial que cuenta GeoGebra en estas dos áreas.

### **Ventajas del uso del software GeoGebra**

Entre las ventajas que podemos encontrar por utilizar el software están:

1) Es un software libre:

Puede ser descargado libremente de la página web sin necesidad de pagar por una licencia para su uso.

2) Es multiplataforma:

Existe instaladores del software para diversas plataformas, tales como Windows, Ubuntu, Mac, e incluso tabletas bajo el sistema Android.

3) Multiárea:

GeoGebra trabaja tanto en el área de Geometría (su principal fortaleza) como también en otras áreas tales de Trigonometría, Álgebra, Funciones, Estadística, Probabilidades entre otros. Actualmente existe una versión beta que trabaja también con Geometría en tres dimensiones.

4) Aspecto motivacional:

El simple hecho de utilizar una computadora en una clase de matemática crea un efecto motivacional en los estudiantes, por lo que

5) Apto para demostraciones visuales:

Al ser GeoGebra un software dinámico educativo, permite poder realizar demostraciones visuales y dinámicas para un uso práctico y ameno en las clases de matemática, esto gracias a herramientas tales como deslizadores y creación de botones, entre otros.

6) Actualización constante:

Hay un gran grupo de investigadores que trabajan constantemente y sin fines de lucro en el software con la finalidad de agregar nuevas funciones o mejorar las que ya cuenta.

### 7) Applets:

GeoGebra cuenta con una opción en la que puede crear un applet con la construcción de manera que puede ser subida a internet y ser trabajada desde allí sin necesidad de tener instalado el software en la computadora.

### 8) GeoGebratube:

Existe una gran comunidad virtual llamada GeoGebraTube en la que tanto investigadores como público en general pueden publicar construcciones o recursos relacionados con GeoGebra con el único fin de compartir conocimiento y trabajos entre otros compañeros, se puede acceder a ella mediante la página web [www.geogebra.org/?lang=es](http://www.geogebra.org/?lang=es)

## Objetivos del Taller

Utilizar el software GeoGebra como recurso didáctico, dinámico y metodológico para el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática a nivel de secundaria en las áreas de geometría y funciones.

1. Experimentar con la interfaz gráfica, las herramientas y el entorno interactivo del programa mediante construcciones base para otras más elaboradas.
2. Realizar construcciones, simulaciones y animaciones que se pueden realizar con el programa.
3. Diseñar guías para estudiantes y docentes para realizar lecciones asistidas por computadora utilizando GeoGebra.

## Metodología a seguir

El taller se dividirá en cuatro etapas:

### Primera etapa

Duración: 5 minutos

Esta es una etapa meramente introductoria en donde se les habla a los participantes de la importancia de incluir en el aula herramientas tecnológicas, esto con el fin de poder utilizar estrategias constructivistas para mejorar la enseñanza - aprendizaje de la matemática.

### Segunda etapa

Duración: 15 minutos

Se realizará una construcción básica guiada, con el objetivo de que el participante se familiarice con diversas herramientas y propiedades presentes en el software GeoGebra. La construcción consiste en crear mediante las herramientas básicas un triángulo equilátero. Una vez hecha la construcción, se utilizará la misma para explorar herramientas complementarias presentes en el GeoGebra, tales como grosor, color, y estilos de segmentos así como de sus ángulos.

### Tercera Etapa

Duración: 70 minutos

Se realizará tres construcciones guiadas, las cuales requieren para su construcción el uso de herramientas dinámicas tal como lo son los deslizadores y uso de los botones.

La primer construcción consiste en realizar la graficación de la función cuadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , donde a, b y c corresponden a deslizadores. Con esta construcción se podrá estudiar las propiedades de la función cuadrática cambiando de forma dinámica los valores de dichas variables.

La segunda construcción consiste en realizar el gráfico de una función por partes para el estudio de su monotonía. Esta construcción está diseñada para ser llevada a la lección de matemática con el fin de que el estudiante, con la mera observación o una simple manipulación de la construcción pueda deducir cómo saber sobre qué partes la función se considera creciente, decreciente o constante. Lo valioso de esta construcción es que es totalmente funcional para cualquier tipo de función que el docente desea utilizar.

La tercera construcción consiste en preparar una demostración visual del teorema de la suma de los ángulos internos de un triángulo. Similar que la construcción anterior, el objetivo de esta nueva construcción es que, además de que el docente aprenderá como realizar dicha construcción (y otras similares), este podrá utilizarla en su clase de matemática para que el estudiante, tanto con la manipulación como también con la simple observación pueda deducir dicho teorema sin necesidad que el docente lo indique de forma conductista como se ha hecho tradicionalmente.

### Cuarta Etapa

Duración 20 minutos

En esta última etapa, se les dará inicialmente a los participantes consejos y recomendaciones acerca del planeamiento de una clase que utilice por herramienta computacional un software educativo como lo es GeoGebra. Luego de los consejos, se procederá a crear una pequeña guía para estudiantes y docentes a partir de alguna de las construcciones realizadas previamente en el taller, siguiendo las recomendaciones y tomando en cuenta el objetivo que se quiere aplicar en el estudiante.

Información General	
Título: Construcciones dinámicas con GeoGebra para la aprendizaje-enseñanza de la matemática	
Autor: Ronald Arias Madriz	
Institución: Liceo Elías Leiva Quirós	
País: Costa Rica	
Nivel educativo al que va dirigido el taller	Secundaria
Número máximo de participantes	20 personas
Equipos audiovisuales, o informáticos que se requeriría	Laboratorio de cómputo con unas 20 computadoras con cualquier versión de Windows o Ubuntu con GeoGebra instalado (en su versión 4.2.55.0 o superior), editor de texto (Microsoft Word, o en su defecto OpenOffice) proyector multimedia, conexión a internet.

### Bibliografía y referencias

Arias, R., Guillén, C & Ortiz, L. (2011). GeoGebra, una herramienta para la enseñanza de la matemática. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Recife, Brasil.

“GeoGebra Quickstart, a quick reference guide for GeoGebra”. En [http://www.GeoGebra.org/help/GeoGebraquickstart\\_en.pdf](http://www.GeoGebra.org/help/GeoGebraquickstart_en.pdf) . Consultada en Noviembre, 2010.

Hohenwarter, J. Hohenwarter, M. “Introduction to GeoGebra”. En <http://www.GeoGebra.org/book/intro-en/> .Consultada en Noviembre, 2010.

MEP (2012), Programas de Estudio Matemáticas I, II Y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado