



[i.cemacyc.org](http://i.cemacyc.org)

# I CEMACYC

I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

6 al 8 noviembre. 2013

Santo Domingo, República Dominicana



## **Medios semióticos de objetivación en estudiantes de sexto grado cuando resuelven tareas de tipo multiplicativo**

Javier **Mojica** Vargas

Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas

Colombia

### **Resumen**

Se presentan los hallazgos iniciales de un estudio de investigación a nivel de maestría en el cual se estudian los medios semióticos de objetivación movilizados por estudiantes colombianos de sexto grado de educación básica cuando resuelven tareas de tipo multiplicativo, analizados desde una perspectiva semiótico cultural y desde el análisis multimodal de la actividad matemática; a su vez se desea socializar la hipótesis de investigación que considera que los constructos de la teoría cultural de la objetivación pueden emplearse en distintos contexto de la enseñanza de las matemáticas. Dentro de los hallazgos de este trabajo, que se encuentra en una etapa inicial de pilotaje, se cuenta con algunas evidencias de la existencia de medios semióticos de objetivación que permiten ampliar la semiótica de lo multiplicativo y comprender las formas de reflexión de los estudiantes frente al objeto cultural de la multiplicación.

*Palabras Clave:* Medios semióticos de objetivación, pensamiento multiplicativo, semiótica cultural, objetivación, aprendizaje.

### **Introducción**

La educación matemática entendida como una epistemología del aprendizaje matemático (D'Amore, 2006) nos sitúa en un escenario que ofrece nuevos paradigmas e intereses y nos invita a replantear algunos objetos de investigación, de manera que desde estas posturas se pueda dar cuenta de los diversos aspectos del aprendizaje de las matemáticas, de cómo piensan los estudiantes, la anatomía de sus razonamientos, el reconocimiento de sus potencialidades, de lo

que pueden hacer los estudiantes con lo que saben y las maneras de comprender por qué hacen lo que hacen. De tal suerte que desde los hallazgos de estas investigaciones puedan empezar a generarse estrategias de enseñanza que teniendo en cuenta las maneras de aprender de los escolares, apunten a la necesaria interrelación entre procesos de enseñanza y aprendizaje.

En este cambio de paradigmas, nos hallamos en una época en la cual las miradas tienen su atención puesta en el carácter semiótico de la actividad matemática. Comprender la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva semiótica implica fomentar la sensibilidad ante la convergencia de registros semióticos de distinta naturaleza, en un esfuerzo que requiere tomar conciencia de la elaboración de significados de los estudiantes y del proceso de reflexión que les permite acercarse a la lógica cultural de los objetos matemáticos

El complejo ambiente del aula esconde en su interior diversas expresiones dadas por los estudiantes cuando aprenden, que pasan desapercibidas y a veces nos parecen naturales, pero no nos detenemos a pensar en la información que ellas nos pueden ofrecer; centrarnos en su análisis ofrece la posibilidad, poco explotada, de tomar conciencia de estos signos y expresiones como hechos latentes de comprensión que pueden llegar a transformar, por ejemplo, la manera como juzgamos o “evaluamos” las comprensiones o aprendizajes de los estudiantes. Estos hechos legitiman la necesidad de reconocer estos signos o expresiones de manera que permita traducir tales reconocimientos en orientaciones para la enseñanza.

### **Marco de referencia**

Para acercarnos al reconocimiento de estos signos emergentes en el desarrollo de la actividad matemática, nos situamos en una aproximación sociocultural del aprendizaje de las matemáticas, en la cual asumimos los preceptos de la perspectiva histórico cultural y puntualmente nos situamos en la teoría cultural de la objetivación TCO (Radford, 2006, 2013). Asumiendo entonces una perspectiva semiótico cultural del aprendizaje de las matemáticas nos interesa comunicar los desarrollos iniciales de un trabajo de investigación a nivel de maestría el cual pretende, entre otras cosas, identificar y describir los medios semióticos de objetivación movilizados por los estudiantes de primer grado de educación secundaria colombiana cuando resuelven ciertas tareas de tipo multiplicativo.

Como se mencionó nos posicionamos desde una postura que comprende el aprendizaje y la enseñanza desde una perspectiva semiótico cultural de la educación matemática, en la cual acudimos a la teoría cultural de la objetivación la cual “aboga por una concepción no mentalista del pensamiento y por una idea de aprendizaje tematizado como adquisición comunitaria de formas de reflexión del mundo guiadas por modos epistémico-culturales históricamente formados.” (Radford, 2006, p. 105). Pragmáticamente la teoría sugiere prestar atención a los medios semióticos de objetivación que utiliza el alumno cuando resuelve tareas matemáticas, “en un esfuerzo que es, a la vez, elaboración de significados y toma de conciencia de los objetos conceptuales” (Radford, 2006, p. 125).

Los medios semióticos de objetivación son entendidos como los objetos, herramientas, recursos lingüísticos y signos que las personas intencionalmente usan en la construcción social de significados con el fin de lograr una forma estable de conciencia, hacer evidente sus intenciones, y llevar a cabo un despliegue de acciones para alcanzar el objetivo de sus actividades (Radford, 2003, 2010). Entre estos signos observables en la conducta del sujeto se hallan los símbolos, los gestos, los movimientos, los signos, el lenguaje, la negociación o diálogo

con otros; los cuales permiten dar cuenta de una intención comunicativa, una manifestación que pone algo de presente, toda vez que “se convierten en constituyentes mismos del acto cognitivo que posiciona al objeto conceptual no dentro de la cabeza sino en el plano social” (Radford, 2006, p.125), además estratifican el objeto matemático en estratos de generalidad de acuerdo con la actividad reflexiva que ellos median. En resumen, los medios semióticos de objetivación corresponden a “los objetos y signos utilizados para objetivar el conocimiento” (Vergel, 2012, p. 21).

Aunque el posicionarse desde una perspectiva sociocultural implica la participación en un sistema de prácticas sociales, este sistema debe ser de tal naturaleza que permita que se elaboren significados a partir de la conciencia colectiva encaminada a la consecución de un objetivo común que se nos muestra a través de una lógica de significación y estructuración legada en el tiempo por nuestros antepasados y que nos hacen actuar, proceder y pensar con los objetos matemáticos de formas particulares.

### **Acerca del pensamiento multiplicativo**

En algunas teorías el pensamiento tiende a clasificarse desde diversos criterios, por ejemplo la epistemología genética de Piaget define tipos de pensamiento asociados a etapas de desarrollo, Gardner en su teoría de las inteligencias múltiples considera la inteligencia lógico matemática y en general puede reconocerse una tendencia a clasificar el pensamiento matemático de acuerdo al objeto matemático de referencia o al dominio particular al cual se refiere (pensamiento numérico, algebraico, métrico, variacional, etc.). Sin embargo en la TCO el pensamiento se caracteriza por su naturaleza semióticamente mediatizada y se concibe como una reflexión mediatizada de acuerdo a la actividad de los individuos, actividad que media entre saber y conocimiento. El considerar el pensamiento desde una posición no mentalista y caracterizarlo por su carácter reflexivo y mediado hace que el pensamiento en esta teoría este asociado con tipos particulares de acciones y reflexiones a partir de las cuales sea posible referir tipos de pensamiento que van más allá del objeto matemático presente en la actividad.

Asumiendo entonces que existen tipos de pensamiento matemático asociados a las maneras de proceder de los estudiantes es nuestro interés investigar, desde esta postura, algunas características de lo que podría llegar a considerarse pensamiento multiplicativo. Sin embargo no se puede desconocer todo un legado de estudios referidos al que hacer en lo multiplicativo que pueden configurar una visión holística de la enseñanza y el aprendizaje de la multiplicación.

Desde los estudios de Piaget (1952) se hallan referencias al estudio del razonamiento proporcional, Lamon (1994) estudia procesos de unitización y normación, Vergnaud (1994) define el campo conceptual multiplicativo, Godino y Batanero (1994) estudian la naturaleza ontosemiótica del razonamiento proporcional, Bosch (1994) analiza la proporcionalidad desde la teoría antropológica de lo didáctico, Steffe (1994) referencia esquemas multiplicativos de los niños, Behr, Harel, Post & Lesh (1994) sitúan el problema en términos de las unidades, el grupo Mescud (2005) analiza la complejidad del pensamiento multiplicativo y su trascendencia en las aulas, Fishbein, et all. (1985) definen modelos intuitivos de la multiplicación, Greer (1992) considera la estructura de los problemas multiplicativos, Garcia & Serrano (1999) y Vergel (2003) realizan unas primeras aproximaciones a la perspectiva sociocultural del aprendizaje de la multiplicación.

Como se puede dimensionar, la investigación en este campo considera diferentes enfoques y atiende a diversos intereses, tan controversial se torna el asunto que no es posible proferir la

última palabra al respecto. Por el contrario la investigación en este campo esta aun vigente y acepta otros puntos de vista que aporten a comprender aquello que podría considerarse pensamiento multiplicativo.

Particularmente consideramos que las tareas de tipo multiplicativo son aquellas que provocan interacciones, que son interesantes para los estudiantes, que permiten la reflexión y que posibilitan el uso de artefactos en torno a situaciones problema que para su solución requieren el uso de la multiplicación o la división.

### **Contexto problemático**

Asumiendo como problemática la ausencia de información en un aspecto particular del vasto espectro de investigación en educación matemática, se tiene como hipótesis de investigación que los hallazgos realizados desde la postura semiótico cultural adoptada por Radford, ampliamente explorada en el pensamiento algebraico puede replicarse en otros dominios de la educación matemática, particularmente se desea estudiar si existen y cuáles son los medios semióticos de objetivación que podrían llegar a caracterizar el pensamiento multiplicativo.

Los medios semióticos de objetivación son consustanciales a la actividad matemática y por lo tanto se requiere entrenar el ojo del docente, hacerlo sensible a los detalles y capacitarle en el posible aprovechamiento de estos recursos dentro de la actividad del aula.

En consecuencia el problema está en reconocer los signos o medios semióticos de objetivación que movilizan los estudiantes cuando resuelven tareas de tipo multiplicativo, el cual se aborda desde la pregunta ¿Cuáles son los procesos de objetivación desarrollados por un grupo de estudiantes de grado sexto (10 – 13 años) cuando afrontan tareas de tipo multiplicativo? y para ello se persigue el objetivo de estudiar los medios semióticos de objetivación movilizados y los procesos de objetivación desarrollados por estudiantes de sexto grado de educación básica cuando resuelven tareas de tipo multiplicativo de manera que permita corroborar o refutar la hipótesis de que los medios semióticos de objetivación también emergen en tareas de tipo multiplicativo.

### **Metodología**

Realizar el seguimiento, exploración y análisis de los medios semióticos de objetivación requiere de un dispositivo teórico en el cual sea posible referir los aspectos que con detalle se deben analizar, toda vez que el análisis de la actividad matemática debe considerar simultáneamente los registros semióticos escritos, lingüísticos y corporales, tanto del individual como del grupal, capturar y analizar su convergencia y examinar en el tiempo su evolución, toda vez que la convergencia de estos sistemas semióticos son piezas clave del proceso de objetivación. Para ello se dispone de un esquema teórico fundamentado principalmente en el análisis multimodal sugerido por Arzarello (2006). La mirada multimodal del pensamiento y su incidencia en el aprendizaje es objeto de estudio en otros autores como Manghi (2010), Lemke (1990), Kress & van Leeuwen (2001), McNeill (2000) y Tamayo (2001).

En términos de los elementos necesarios para el estudio se hace necesario contar con un dispositivo de grabación de video que permita capturar la mayor parte de las acciones realizadas por el grupo durante la actividad. Para luego realizar las transcripciones y sus respectivos análisis utilizando las categorías ofrecidas por la TCO y los aspectos brindados por el análisis multimodal.

Dentro del diseño metodológico se incorpora otro aspecto teórico referido a la teoría de la actividad de Leontiev, de manera que las tareas propuestas hacen parte de una actividad en la que tienen particular importancia el objetivo y los medios para alcanzar dicho objetivo, para Leontiev una actividad es

un proceso social cuyo propósito es alcanzar un objetivo impregnado de entrada con significados culturales y conceptuales, objetivo que se alcanza a través de acciones mediatizadas por sistemas semióticos depositarios de la historia cognitiva escrita en estos últimos por generaciones pasadas (Radford, 2008, p. 741).

Las características de las tareas a proponer son cruciales en el desarrollo de la investigación, en tanto deben corresponder a problemas con un contenido conceptual, histórico y cultural, que tengan en cuenta los conocimientos e intereses de los estudiantes, permitan la reflexión y sobre todo la interacción pues esta se considera parte consustancial del aprendizaje.

Para el desarrollo de las tareas se dispone de una organización de clase también sugerida por Radford (2006) en la cual se realice un trabajo en pequeños grupos, luego se realiza un intercambio entre los pequeños grupos y luego se genera un espacio de discusiones generales. Sin embargo cabe anotar que esta organización puede ser cíclica y no necesariamente secuencial

Dada la complejidad que revierte el diseño de tareas se dispone de un proceso de selección, adaptación y pilotaje, en el cual se van examinando el tipo de tareas, las interacciones que provocan y sus posibles variaciones, a la vez que se van adaptando las tareas finales.

La pertinencia de realizar el estudio en estudiantes con seis años de experiencias matemáticas escolares obedece a la intención de reconocer que en este tiempo se han logrado concretar algunas maneras de proceder frente al objeto multiplicación, maneras que por su efectividad podrían reaparecer en el tiempo y brindar información de cuáles son esas maneras semióticas de proceder no obstante se corre el riesgo y a su vez se posibilita la emergencia de nuevas preguntas de investigación que indaguen acerca de las maneras en que aparecen o son generados estos recursos semióticos.

### **Algunos hallazgos iniciales**

La investigación en curso espera poder generar información documentada frente a los medios semióticos de objetivación y procesos de objetivación desarrollados por estudiantes de grado sexto cuando resuelven tareas de tipo multiplicativo basados en la hipótesis inicial que considera que los constructos de la teoría cultural de la objetivación no son exclusivos del pensamiento algebraico y que pueden ser usados en otros dominios como el pensamiento multiplicativo aún cuando hasta el momento no se tengan una caracterización de sus elementos constitutivos. En lo explorado hasta el momento algunos ejercicios iniciales parecen demostrar la existencia de unos medios semióticos de objetivación tales como señalamientos para hacer conteos, inscripciones para hacer repartos y signos lingüísticos que permiten una primera aproximación a lo semiótico de lo multiplicativo.

En la etapa de pilotaje y diseño de tareas, se hallan indicios de la movilización de recursos semióticos tales como los señalamientos y las inscripciones, que dan cuenta de signos intencionales que utilizan los estudiantes para acercarse a la lógica cultural de los objetos, tal es el caso del signo kinestésico de inscripción para hacer repartos de grupos iguales para resolver un problema de división.

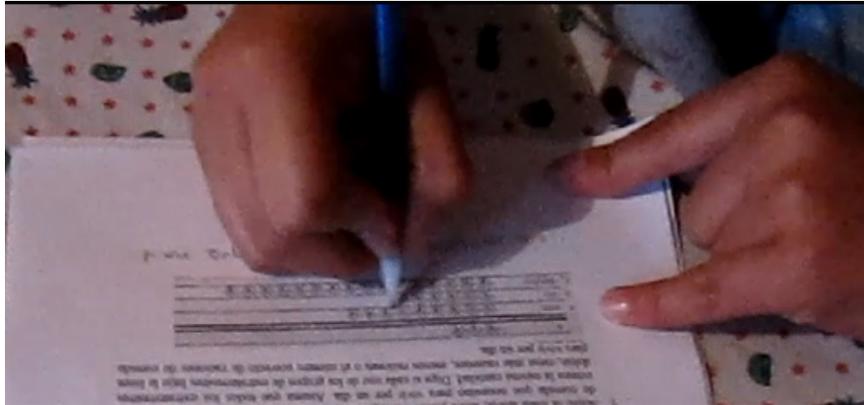


Figura 1. Signo kinestésico de inscripción para hacer repartos

Un segundo aspecto emergente en esta primera etapa de la investigación corresponde al signo kinestésico de señalamiento para indicar conteos de unidades simples y múltiples, en este medio semiótico de objetivación se acude a la práctica cultural de realizar conteos con los dedos, los cuales no solamente representan conteos de unidades simples sino de unidades múltiples que capturan la lógica de la multiplicación como conteos de grupos iguales. En este medio semiótico aun queda por explorar a través de entrevistas semiestructuradas las razones por las cuales los conteos con los dedos tienden a esconderse como si estuviera indicando una censura social y didáctica por el uso de este recurso semiótico.

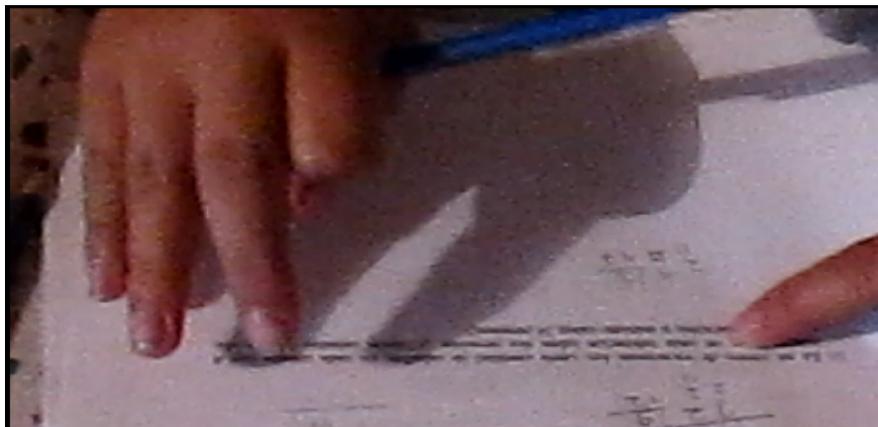


Figura 2. Signo kinestésico de señalamiento para realizar conteos de unidades compuestas.

Un tercer aspecto corresponde al signo lingüístico “por cada” utilizado para resolver una tarea de repartos proporcionales, término que permite evidenciar la captura la lógica de correspondencia entre elementos de un conjunto y otro en este tipo de problemas.

La evidencia inicial de la existencia de medios semióticos de objetivación en estudiantes con alguna experiencia con la multiplicación, insinúa la trascendencia de la TCO a otros dominios y hace manifiesta la necesidad de explorar en otros contextos los posibles recursos semióticos que hacen parte de la actividad matemática de manera que sea posible acercarnos a la comprensión de su naturaleza, incidencia y posible uso en las clases de matemáticas.

Entre los resultados esperados y los alcances del estudio se espera provocar en los docentes cierta sensibilidad ante las acciones de los estudiantes en la clase de matemáticas, reconociendo aprendizajes por medio de mecanismos poco tradicionales, dando relevancia a la movilización de diversos signos lingüísticos y corporales como auténticas manifestaciones de pensamiento matemático de los estudiantes, que no están netamente asociadas a la capacidad de resolver un ejercicio con exactitud. El reconocimiento de los recursos semióticos movilizados provee información necesaria y suficiente para generar dictámenes frente a los aprendizajes de los escolares, convirtiéndose así en una herramienta que permite ampliar la mirada de los signos y de esta manera ofrecer argumentos que posibilitarían reformas necesarias a la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes en el área de matemáticas.

### Referencias

- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Special Issue on Semiotics, Culture, and Mathematical Thinking, 267-299.
- Behr, M. J., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1994). Units of quantity: A conceptual basis common to additive and multiplicative structures. En G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (121–176). Albany, NY: State University of New York Press.
- Bosch, M. (1994). *La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad*. (Tesis doctoral). Universidad autónoma de Barcelona. España.
- D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la matemática*. Bogotá, Colombia: Magisterio.
- Lamon, S. (1994). Ratio and proportion: cognitive foundations in unitizing and norming. En: Harel, G & Confrey, J (eds). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. State university of New York press. New York.
- Fischbein, E; Deri, M; Nello, M y Marino (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. En: *Journal for research in mathematics education*.16 (1). 3-17.
- García, G. & Serrano, C. (1999). *La comprensión de la proporcionalidad, una perspectiva social y cultural*. Gaía. Bogotá
- Godino, J & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. En: *Recherches en didactique des mathematiques*. 14 (3).
- Greer, B. (1992) “La división y la multiplicación como modelos de situaciones” En: *Documento interno de trabajo. Licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá D.C.

- Grupo MESCU, (2005). *Pensamiento multiplicativo: Una mirada de su densidad y complejidad en su desarrollo en el aula*. Informe de investigación. Colciencias.
- Kress, G. & van Leeuwen, T. (2001). *Multimodal discourse. the modes and media of contemporary communication*. Londres: Arnold.
- Lemke, J. (1990). *Talking science. language, learning and values*. Nueva Jersey: Ablex.
- Manghi, d. (2009). *Coutilización de recursos semióticos para la regulación del conocimiento disciplinar. multimodalidad e intersemiosis en el discurso pedagógico de matemática en laño de enseñanza media*. Tesis doctoral. Valparaíso: PontificiaUniversidad Católica de Valparaíso. Chile.
- McNeill, d. (Ed.) (2000). *Language and gesture: window into thought and action*. Cambridge:Cambridge University Press.
- Mojica, J. (2013). *Procesos de objetivación en estudiantes de sexto grado de educación básica cuando resuelven tareas de tipo multiplicativo*. Anteproyecto de trabajo de grado de maestría no publicado. Universidad Distrital Francisco José de caldas. Bogotá, Colombia.
- Piaget, J. (1952). *The child's conception of number*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs. *Mathematical Thinking and Learning*. 5(1), 37-70.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, número especial sobre semiótica, cultura y pensamiento matemático. 103-129.
- Radford, L. (2008). Semiótica cultural y cognición. In R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama & A. Romo (Eds.). *Investigaciones sobre Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Un reporte iberoamericano*. (pp. 669-689). México: Diaz de Santos
- Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *PNA*, 4(2), 37-62.
- Radford, L. (2011). La evolución de paradigmas y perspectivas en la investigación. El caso de la didáctica de las matemáticas. En J. Vallès, D. Álvarez y R. Rickenmann (Eds.), *L'ctivitat docent intervenció, innovació, investigación*. (pp. 33-49). Girona: Documenta Universitaria
- Radford, L. (2013). Three key Concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2 (1), 7-44

- Steffe, L.(1994) Children's multiplying schemes. Cap. 1. In: Harel, G & Confrey, J (eds). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. State university of New York press. New York.
- Tamayo, O. (2001). *Evolución conceptual desde una perspectiva multimodal. Aplicación al concepto de respiración*. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona. España.
- Vergel, R. (2003). *Perspectiva sociocultural del aprendizaje de la multiplicación*. En Memorias XIV Encuentro de Geometría y II de Aritmética. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá. Colombia. (493- 505).
- Vergel, R. (2012). *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años)*. Proyecto doctoral. Doctorado interinstitucional en educación, énfasis en Educación Matemática. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia.
- Vergnaud, G. (1994). Multiplicative conceptual field: what and why?. En: Harel, G & Confrey, J (eds). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. State university of New York press. New York.