

EDUCACIÓN MATEMÁTICA en América Central y El Caribe 2025

**Estrategias para mejorar la enseñanza y el
aprendizaje de las Matemáticas en la
Educación Preescolar y Primaria**



**Volumen 10. *Memorias IV CEMACYC*
República Dominicana, 2025**

**Patrick Scott, Yuri Morales y Angel Ruiz
Editores**



© 2025

Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe (REDUMATE)

www.redumate.org

Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025

[Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]

Editado por Patrick Scott, Yuri Morales y Ángel Ruiz. Colaboradora: Sarah González

Volumen 10: Estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Preescolar y Primaria

ISBN Obra Completa: 978-9945-30-168-7

ISBN Volumen: 978-9945-30-206-6

Todos los materiales incluidos en esta publicación pertenecen a la Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe.

Estos materiales están bajo una [licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

En la reproducción de cualquier parte de este libro se deben consignar: los créditos a los autores y a la *Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe*.

Cada autor es responsable del contenido del documento que declara de su autoría o coautoría y libera a REDUMATE y editores de este libro de toda responsabilidad por contenido que pueda lesionar el derecho de terceros. Cada autor ha declarado que su trabajo no ha sido publicado previamente y que todos los datos y referencias a materiales publicados fueron debidamente identificados con su respectivo crédito e incluidos en las referencias bibliográficas.

Para citar la obra completa

Scott, P., Morales, Y. y Ruiz, A. (Eds.). (2025). *Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025* [Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]. Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe; Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra. <https://redumate.org/memorias-iv-cemacyc>

Ejemplo para citar un volumen

Scott, P., Morales, Y. y Ruiz, A. (Eds.). (2025). *Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025* [Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]: *Vol. 1. Trabajos invitados del IV CEMACYC*. Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe; Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra. <https://redumate.org/memorias-iv-cemacyc-volumen-1>

Ejemplo para citar un artículo

Artigue, M. (2025). La enseñanza de las Matemáticas frente a los retos del mundo actual. En P. Scott, Y. Morales y A. Ruiz (Eds.), *Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025* [Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]: *Vol. 1. Trabajos invitados del IV CEMACYC* (pp. 18-29). Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe; Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra. <https://redumate.org/memorias-iv-cemacyc-volumen-1>

Contenidos

<u>Presentación</u>	i
<u>Acceso equitativo a oportunidades de Aprendizaje en la clase de Matemáticas para estudiantes rurales</u> Saray Carrillo-Paternina, Sandra Rojas-Sevilla, Eurivalda Ribeiro-Dos Santos	1
<u>Aprehensión operativa y discursiva de los estudiantes de Educación Infantil de 5 años cuando transforman no-polígonos en polígonos</u> Àngela Buform, Alberto Zapatera, Melania Bernabeu	8
<u>Atividade com gráficos matemático para um aluno autista no Ensino Básico</u> Maria Clara de Oliveira Zaparoli, Silvia Teresinha Frizzarini	16
<u>Construcción de la noción de fracción en la escuela</u> Sandra Marcela Vera, Noelia Saleme, Soraya Pol	23
<u>Dificuldades em Números e Operações: Proposta de Intervenção a partir de resultados das Avaliações Externas</u> Rosana Soares Pinheiro, Claudia Lisete Oliveira Groenwald	31
<u>Diseño y validación de una escala de ansiedad matemática para los primeros años de escolarización obligatoria</u> José María Marbán, Ana Maroto, Raquel Fernández-Cezar, Natalia Solano	40
<u>El enseñar división en un grupo de cuarto grado de educación primaria</u> Juan José Cabrera Rodríguez, Daniel Fernando Castillo Vázquez, Abel Adrián Robledo Carrillo	49
<u>El juego en el aprendizaje de la Matemática en el Nivel Primario</u> Rafael Francisco	58
<u>El trabajo en una comunidad profesional de aprendizaje matemática. Efectos en niños y niñas en preescolar</u> Lorena Alejandra Medina Hernández, Luis Manuel Aguayo Rendón, Ivette Anel Delgado Valdez	64
<u>Explorando las capacidades matemáticas de estudiantes de primer año de Educación Primaria</u> Agustín Prieto Carmona, José María Chamoso Sánchez, Jazmín Adriana Juárez Ramírez	72

<u>Explorando o Tangram à luz da Teoria da Objetivação: Uma vivência inclusiva em Matemática</u>	80
Felismina de Sousa Neta, Margarida Teixeira de Castro, Liane Garcia Pinheiro Lemos, Samara Sales Frazão, Lara Ronise de Negreiros Pinto Scipião, Maria José Costa dos Santos	
<u>Fortalecimiento del Pensamiento Espacial mediante una secuencia didáctica empleando el Teorema de Pick, GeoGebra y el Tangram en estudiantes de quinto grado</u>	89
Juddy Valderrama, Daniel Moreno, Carlos Guerrero, Felix Luna	
<u>Juego y Matemática Lúdica: Escuelas de Las Tablas</u>	98
Carlos Vargas, Eliecer Cedeño, Alcibiades Medina	
<u>La construcción del principio de conteo en primer grado de primaria</u>	100
Mariam Macías Gámez, Luz Mayela Lugo Hernández, Claudia Gallegos Anaya	
<u>La Olimpiada Costarricense de Matemática de Educación Primaria y su vínculo con el currículo nacional</u>	108
Ricardo Poveda Vásquez, Mónica Mora Badilla, Alejandra Sánchez Ávila, Luis Montero Hernández	
<u>La relação entre recursos didáticos e conceitos matemáticos: Evidências de uma revisão sistemática</u>	116
Meire Nadja Meira de Souza, Geraldo Eustáquio Moreira	
<u>La suma mediante actividades lúdicas en primer grado de primaria</u>	124
Andrea Alejandra Díaz Amaro, José Ricardo Amaro Jaramillo, Claudia Gallegos Anaya	
<u>Más allá de números y operaciones</u>	130
Marcelina Piña Del Rosario, Danitza Soledad Mirabal Aybar	
<u>Metacognição e ensino de geometria nos Anos Iniciais</u>	137
Marli Teresinha Quartieri, Morgana Guadagnin, Rejane Bianchini	
<u>O jogo como situação desencadeadora de aprendizagem matemática em um contexto de Educação Especial</u>	145
Edilaine Damann da Luz Silva, Luciana Boemer Cesar Pereira, Renata da Silva Dessbesel	

<u>Patrones Matemáticos: Estrategias para su abordaje en la Educación Preescolar y Primaria</u>	153
José Suero-Rico, Franklin Astudillo-Villalba	
<u>Pensamiento numérico basado en interacción de calidad y Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje en la primera infancia</u>	161
Sandra Rojas Sevilla, Roberto Torres Peña, Edwan Ariza-Echeverri	
<u>Recursos manipulativos y tecnológicos para la enseñanza de la estadística en el nivel primario</u>	169
Rosa Mirabal Paulino, Caridad Espinal Matías	
<u>Secuencia de actividades para la comprensión del concepto de área en el marco de la EpC</u>	177
Juliana Ramírez Ramírez, Juliana Andrea Marín Mosquera, Zaida Margot Santa-Ramírez	
<u>TIC para el aprendizaje de las Matemáticas en un grupo de primaria</u>	186
Ángela Gabriela Beltrán Cavazos, Rocío Yaressi Cisneros Martínez, Magda Perla Mendoza Villarreal	
<u>Uma aplicação da Aprendizagem Baseada em Projetos para o ensino fundamental - anos finais, envolvendo grandezas e medidas</u>	192
Aline Cristyna Gonzaga Alves, Igor dos Santos Lima	
<u>Un universo de posibilidades en aulas multigrado de primaria con Matemática discreta</u>	200
Mayra Elizabeth Parra Amaya, Osvaldo Jesús Rojas Velásquez	
<u>Una mirada a la Olimpiada Costarricense de Matemáticas de Educación Primaria en Costa Rica</u>	209
Luis Manuel Montero Hernández, Ricardo Poveda Vásquez	
<u>Voluntariado Tambo: El poder del juego en las Matemáticas con materiales reutilizables</u>	211
Ariana Kazumi Mayuri Jimenez, Ledy García Rivera	
<u>Índice alfabético de autores</u>	213

Presentación

Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025 es el título de las *Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe* (IV CEMACYC) que se llevó a cabo en Santo Domingo, República Dominicana, del 2 al 7 de noviembre de 2025.

Este congreso fue organizado por la [Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe](#) (REDUMATE) y la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra (PUCMM). Este cuarto congreso tuvo un gran éxito con más de 300 ponencias con ponentes de 29 países que decidieron venir a esta región. Esto duplica la cantidad de ponencias que se suelen presentar en los CEMACYC. Es ahora un congreso consolidado, con mucho prestigio. La comunidad internacional decidió integrarse a este evento. El impacto regional es impresionante.

El congreso tuvo casi 800 participantes. Más de 400 docentes de la República Dominicana se beneficiaron directamente de conferencias, talleres, comunicaciones, carteles, sesiones informativas, reuniones de grupo, exposiciones de libros.

Varias instituciones dominicanas, con lucidez, apoyaron a sus maestros (incluso de lugares alejados del país) y aprovecharon esta valiosa oportunidad. Esto constituye un impacto formidable para la educación local.

En 2013 REDUMATE y la PUCMM organizaron el I CEMACYC. Muchos docentes aún recuerdan con orgullo el primer congreso y agradecen haber estado también en este. Hay una relación estratégica entre REDUMATE y PUCMM. República Dominicana es un foco clave para apoyar los esfuerzos regionales.

Esos días de noviembre completaron un proceso de tres años de preparación internacional y local, con autores, revisores, coordinadores de temas, equipos de plataforma (casi 200 personas), que ha apoyado cuidadosamente el fortalecimiento de capacidades en esta región.

En los textos que recogemos aquí domina un gran nivel científico. Una de las características permanentes de los CEMACYC es, precisamente, su cultivo de la mayor calidad académica; la cual es producto de un diseño intelectual estratégico innovador y de grandes esfuerzos por individuos y equipos durante muchos meses antes del congreso. A diferencia de otros eventos, los CEMACYC piden las propuestas de ponencias de manera extensa y administra cuidadosamente la revisión por medio de una plataforma tecnológica (los textos aprobados pueden leerse y descargarse en nuestras plataformas varios meses antes del congreso).

Es una perspectiva de organización académica profesional muy seria. Por eso es por lo que, en primer lugar, deseo agradecer formalmente la labor comprometida del *Comité Científico Internacional* con un especial reconocimiento a los *Directores de tema*, y a los casi 200 *Revisores científicos*.

En esta oportunidad, dadas las condiciones de las plataformas tecnológicas libres disponibles, diseñamos una innovadora estrategia complementaria para la organización del congreso mediante dos sitios web: sitio oficial con toda la información y

articulación de la preparación del evento (usamos WordPress), y el sitio para ponencia con base en *Open Journal Systems*. Agradecemos el trabajo de la Dirección de estas plataformas.

Agradecemos el valioso patrocinio de la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI). Debe recordarse que REDUMATE nació en Costa Rica, en el año 2012, dentro del *Capacity and Networking Project* (CANP) de ICMI. Con ya cuatro congresos exitosos y múltiples acciones educativas en la región, de impacto internacional, esta Red CANP es un ejemplo y un modelo.

En el IV CEMACYC fueron esenciales los apoyos del [*Comité Interamericano de Educación Matemática*](#) y del [*Proyecto Reforma Matemática*](#) en Costa Rica en la organización científica y en la logística tecnológica del congreso.

El *Comité Organizador Local* en la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra, aparte de las acciones usuales, proporcionó un ambiente humano muy especial, con una gran hospitalidad. Nuestro agradecimiento a los colegas por haber asumido la logística multifacética de este congreso, que dejó recuerdos inolvidables en la comunidad de participantes.



Foto de grupo del IV CEMACYC

Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025 tiene 11 volúmenes con base en los temas del congreso:

1. Trabajos invitados del IV CEMACYC
2. Formación inicial de profesores
3. Formación continua y desarrollo profesional
4. Dimensiones culturales, políticas, económicas, y ambientales, de las Matemáticas y de la Educación Matemática
5. Currículo y evaluación
6. Historia y filosofía de las Matemáticas y de la Educación Matemática
7. Resolución de problemas y modelización en Educación Matemática
8. Uso de tecnologías digitales en la Educación Matemática
9. Investigación en Educación Matemática.
10. Estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Preescolar y Primaria
11. Estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Media y Educación Superior

Los textos de las ponencias invitadas (conferencias plenarias, conferencias paralelas, sesiones temáticas, mesa redonda, minicursos, homenaje a Eduardo Mancera) y ponencias abiertas (comunicaciones, talleres, pósteres en papel y digitales), presentadas efectivamente en el congreso, han sido incluidas en esta colección digital de volúmenes. *REDUMATE* desea agradecer a todos los autores que presentaron sus trabajos en el IV CEMACYC.

La organización detallada y la edición en sus diversas dimensiones fue realizada por Patrick Scott (Estados Unidos), con el apoyo de Yuri Morales (Costa Rica). Nuestra compañera Sarah González se encargó de tramitar su registro en República Dominicana (que contó con el respaldo de la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra). Expreso nuestro agradecimiento a Rick, Yuri y a Sarah.

Los enlaces de estos volúmenes se han colocado en las página web oficial de REDUMATE: <https://redumate.org/>.

Esperamos que la publicación de estos trabajos contribuya al progreso de la Educación Matemática en América Central y El Caribe.

Saludos afectuosos



Ángel Ruiz

Presidente

Consejo Internacional

Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe

16 diciembre 2025



Acceso equitativo a oportunidades de Aprendizaje en la clase de Matemáticas para estudiantes rurales

Saray Carrillo-Paternina

Escuela de Matemática, Universidad de Sucre

Colombia

saray.carrillo@unisucrevirtual.edu.co

Sandra Rojas-Sevilla

Universidad de Sucre

Colombia

sandra.rojas@unisucra.edu.co

Eurivalda Ribeiro-Dos Santos

Universidade Estadual de Santa Cruz

Brasil

eurivalda@uesc.br

Resumen

Se presentan los avances de una investigación, cuyo propósito fue aplicar una metodología para generar oportunidades de aprendizaje de calidad en torno a la resolución de problemas aritméticos. El estudio es de tipo cualitativo y se desarrolló mediante un experimento de enseñanza, con la participación de estudiantes de grado tercero de una escuela rural colombiana. Los hallazgos preliminares evidencian las dificultades de acceso a oportunidades de aprendizaje de calidad en contextos rurales para el aprendizaje de las Matemáticas. Se reconoce que los estudiantes de un contexto rural experimentan formas de exclusión que impactan sus experiencias matemáticas, comprometiendo su futuro académico. Por ejemplo, tienen limitaciones en el acceso a la educación superior. Ante esta situación, se aplica una metodología que incorpora estrategias didácticas, centrada en brindar andamiaje a partir del movimiento por los distintos ambientes de aprendizaje de la Educación Matemática Crítica, como principio para brindar Oportunidades de Aprendizaje de Calidad.

Palabras clave: acceso equitativo; Estudiantes rurales; Oportunidades de Aprendizaje de Calidad; Pensamiento numérico; equidad; Educación Matemática Crítica; Resolución de problemas.

Definición y relevancia del problema

La investigación sobre estudiantes de escuelas rurales ha priorizado la categoría de bajo rendimiento en Matemáticas, en lugar de indagar sobre la falta de oportunidades brindadas por los profesores y por el sistema (De Araujo & Smith, 2022). Estas formas de exclusión son estructurales, de larga data y tienen consecuencias duraderas para los estudiantes en el acceso a la educación superior y en las creencias hacia el aprendizaje de las Matemáticas (ICME, 2020). Además, distintos estudios internacionales, muestran que los estudiantes rurales, tienen un rendimiento en Matemáticas inferior al de sus homólogos urbanos, siendo esta la característica que resaltan de este grupo de estudiantes, como el común denominador en todos los sistemas educativos del mundo (Adler, 2021).

La educación rural en Colombia enfrenta múltiples desafíos que limitan el desarrollo académico de los estudiantes, especialmente en áreas fundamentales como las Matemáticas. Los estudiantes de la Institución Educativa Técnica Agropecuaria Santa Bárbara presentan dificultades en la identificación y uso adecuado de operaciones aritméticas básicas, lo que se ve reflejado en su bajo desempeño en las pruebas ICFES y otras evaluaciones nacionales e internacionales como PISA y TIMMS (Rojas y Chacón, 2023). Asimismo, a lo largo de su trayectoria académica, los estudiantes de esta escuela presentan rezagos significativos que les limitan sus posibilidades futuras de logro de metas académicas.

El problema radica en la desigualdad de oportunidades de aprendizaje de calidad en contextos rurales, donde factores como la falta de recursos, infraestructura deficiente, falta de docentes especializados y condiciones socioeconómicas adversas contribuyen al bajo rendimiento en Matemáticas (MEN, 2020). La falta de infraestructura tecnológica, recursos didácticos y formación docente adecuada agrava esta problemática, limitando el potencial académico de los estudiantes rurales (Roa, 2022). Este estudio es pertinente para visibilizar estas dificultades y proponer soluciones que contribuyan al fortalecimiento de las competencias matemáticas, impactando positivamente su formación integral y su futuro académico. Asegurar el acceso a una educación de calidad en contextos rurales es un paso esencial hacia una sociedad más justa e inclusiva, y desde las prácticas en educación se puede aportar a minimizar el problema.

Es importante subrayar, que el problema del acceso equitativo a las Oportunidades de Aprendizaje de Calidad de los estudiantes rurales no puede ser estudiado sólo desde una conceptualización estrecha, es decir, teniendo en cuenta sólo el aspecto demográfico y la situación socioeconómica de los mismos (Rojas, 2023). De tal manera, la relevancia de este problema se evidencia en la necesidad urgente de implementar estrategias educativas innovadoras que garanticen el acceso equitativo a oportunidades de aprendizaje de calidad. De allí surge el problema de investigación: ¿Cómo interactúan los matices de la instrucción, la cultura y el origen étnico para generar un acceso equitativo a oportunidades de Aprendizaje de calidad en la clase de Matemáticas para cada estudiante rural en la clase Matemáticas?

Referencial teórico

El entramado teórico se centra en tres aspectos clave para la Educación Matemática en contextos rurales. Primero, se analizan las oportunidades de aprendizaje de calidad, abordando el acceso equitativo a experiencias significativas. Luego, se examina el enfoque de equidad en la Educación Matemática, resaltando la importancia de garantizar condiciones justas para todos los estudiantes. Finalmente, se profundiza en los ambientes de aprendizaje, destacando su rol en la construcción del conocimiento y la movilidad a través de estos espacios. Estos tres aspectos están interconectados, ya que la calidad de las oportunidades de aprendizaje depende de la equidad en su acceso y de los ambientes en los que se desarrollan.

Oportunidades de Aprendizaje de Calidad

Al respecto, Rojas (2023) presenta una matriz con las dimensiones de calidad de la definición operativa de Oportunidades de Aprendizaje de Calidad (OAC) para estudiantes en contextos rurales en condiciones de riesgo académico. Esta matriz identifica cuatro dimensiones principales: enseñanza efectiva y afectiva, interacciones en el aula, calidad de los ambientes de aprendizaje y evaluación formativa. Dentro de estas dimensiones, el presente trabajo se enfoca en los ambientes de aprendizaje y en el movimiento por cada uno de los ambientes, los cuales juegan un papel clave en la maximización de las oportunidades de aprendizaje.

Asimismo, presenta una metodología, que describe la ruta para generar OAC para cada estudiante, con matices en la instrucción para que ningún estudiante se quede rezagado. Las OAC, deben considerar los intereses, conocimientos previos y particularidades de los estudiantes, para Santana & Castro (2022) es importante brindar acceso a materiales didácticos pertinentes, la formación continua de los docentes y el diseño de estrategias pedagógicas inclusivas pueden potenciar el desarrollo del pensamiento matemático en estudiantes de contextos rurales y favorecer el acceso equitativo en el aprendizaje de las Matemáticas.

Enfoque de Equidad en la Educación Matemática

La equidad es un aspecto importante en la calidad de las oportunidades de aprendizaje, es fundamental garantizar que todos los estudiantes, independientemente de su origen socioeconómico, género o situación de discapacidad, tengan acceso a experiencias de aprendizaje significativas. Por su parte, Valero & Skovsmose (2012) apoyan la equidad en torno a la idea de que todos los estudiantes independientemente de su origen socioeconómico o de género, tienen derecho y deberían tener la posibilidad de aprender Matemáticas, con el propósito de transformar las condiciones de vida de quienes están involucrados.

Ambientes de Aprendizaje

Finalmente, los ambientes de aprendizaje desempeñan un papel fundamental en la equidad educativa, ya que influyen en la forma en que se generan y aprovechan las oportunidades de aprendizaje. El paradigma del ejercicio se relacionada con la enseñanza tradicional de las Matemáticas, esta limita el desarrollo del pensamiento matemático, mientras que los escenarios de investigación permiten a los estudiantes explorar, reflexionar y construir conocimiento a partir

de contextos reales (Skovsmose, 2000). En esta misma línea, el estudio del conocimiento docente en Matemáticas ha sido abordado por diversos investigadores, quienes destacan la importancia de comprender qué y cómo debe conocer un profesor para enseñar esta disciplina de manera efectiva. En este contexto, la Educación Matemática Crítica surge como un marco que no solo se enfoca en el dominio de contenidos numéricos, sino también en la capacidad de los docentes para guiar a los estudiantes en un análisis crítico de su entorno a través de las Matemáticas (Skovsmose, 1999).

Por tanto, al considerar estos referentes, se resalta la importancia de diseñar ambientes de aprendizaje que no solo desarrollen habilidades técnicas, sino que también promuevan una reflexión crítica ver figura 1. Alentando a los estudiantes a interpretar y cuestionar su entorno mediante el aprendizaje matemático, este modelo fomenta una participación activa y consciente, un aspecto esencial en contextos rurales donde los desafíos socioeconómicos impactan directamente el acceso a una educación de calidad.

		Formas de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

Figura 1. Ambientes de Aprendizaje propuestos de la EMC. Fuente: Skovsmose (2000)

De esta manera, el acceso equitativo a oportunidades de aprendizaje de calidad en Matemáticas depende de la implementación de principios de equidad y del diseño de ambientes de aprendizaje adecuados. La combinación de estos elementos es fundamental para el desarrollo del pensamiento crítico y la inclusión de todos los estudiantes. Finalmente, la adopción de estrategias pedagógicas centradas en la equidad y en ambientes de aprendizaje enriquecidos puede contribuir significativamente a cerrar las brechas de aprendizaje en contextos rurales.

Niveles de conocimiento aritmético

En este marco, la investigación de Rodríguez-Nieto et al. (2025) es útil, en cuanto brinda un análisis de los niveles de conocimiento aritmético propuestos por Nesher (1999), los cuales, son activados durante la resolución de problemas aditivos en estudiantes de educación primaria. Así, el nivel 1: contar, denota la capacidad del estudiante para ejecutar recuentos numéricos, discernir relaciones jerárquicas (mayor que, menor que) y llevar a cabo procedimientos operativos básicos. El nivel 2: cambio, se refiere a la capacidad del estudiante para interpretar y comprender escenarios que implican causalidad, la magnitud. En el nivel 3: parte-parte-entero, el estudiante es capaz de igualar cantidades y de reconocer la relación inversa que existe entre la

suma y la resta y su aplicabilidad respectiva. En el nivel 4: relaciones direccionales, el estudiante, realiza comparaciones entre cantidades, estableciendo igualdades y desigualdades. Estos niveles están intrínsecamente relacionados con las estructuras semánticas de los problemas aditivos, que incluyen cambios, combinaciones, comparaciones e igualaciones (Rodríguez-Nieto et al., 2025).

Método y desarrollo conceptual

El desarrollo de este trabajo de investigación se plantea desde un enfoque cualitativo, porque prioriza la comprensión, interpretación y análisis profundo del objeto de estudio (Sampieri et al., 2014). Este enfoque, como señala Camargo (2021), permite obtener descripciones significativas mediante estrategias como entrevistas basadas en tareas, las cuales resultan esenciales para recopilar evidencias del proceso de aprendizaje. En coherencia con esto, se prevé realizar la investigación con un grupo de estudiantes de grado tercero de la Institución Educativa Técnica Agropecuaria Santa Bárbara.

En este contexto, el experimento de enseñanza estará centrado en la Educación Matemática Crítica, integrando los planteamientos de Skovsmose (2000), quien propone la creación de ambientes de aprendizaje que combinen contextos reales y semirreales. Las acciones contempladas incluyen entrevistas basadas en tareas, observaciones de clases videograbadas y análisis de documentos como planificaciones y registros de actividades, lo que asegura una triangulación de datos coherente y fundamentada. Este análisis facilitará la comprensión de cómo los estudiantes construirán su pensamiento numérico y resolverán problemas aritméticos en un entorno rural, proporcionando una base sólida para diseñar estrategias que promuevan oportunidades de aprendizaje de calidad.

Resultados esperados

Como resultado de esta investigación, se presenta el diseño de Ambientes de Aprendizaje (AA) enmarcados en los principios de la Educación Matemática Crítica, los cuales han sido desarrollados a partir de la interacción directa con estudiantes y miembros de la comunidad, como campesinos y padres de familia. Este enfoque ha permitido sistematizar una serie de tareas que emergen de las actividades realizadas en estos entornos. Dentro de los escenarios de investigación, se han identificado contextos significativos como el comercio rural y la agricultura, donde los estudiantes participan activamente y colaboran con los campesinos en situaciones que requieren la formulación y resolución de problemas aritméticos, facilitando así su comprensión y aplicación en contextos reales.

Se observó que los estudiantes, al participar en Ambientes de Aprendizaje diseñados bajo los principios de la Educación Matemática Crítica (Skovsmose, 2000), puedan transitar de los niveles básicos de conocimiento aritmético hacia niveles más avanzados. Lo que refleja mejoras en el desarrollo del pensamiento numérico y las habilidades aritméticas: como los son las procedimentales, parte-todo y direccionales, que son esenciales para resolver problemas aditivos complejos (Rodríguez – Nieto et al, 2025). Lográndose, objetivos de las actividades propuestas, que los estudiantes conectaran las operaciones aritméticas con situaciones cotidianas, otorgándoles así un significado más profundo y práctico a las Matemáticas. Esta conexión tiene

como propósito no solo mejorar su comprensión matemática, sino también motivar su aprendizaje a partir de la aplicación en contextos reales.

De otra parte, de los resultados se destaca, la experimentación de una conjetura que surgió en el proceso de desarrollo del experimento de diseño de Rojas (2023), desde la comprensión del progreso de cada estudiante de la trayectoria de aprendizaje:

Conjetura: el tránsito del Ambiente de Aprendizaje seis (6) hacia los demás es el Ambiente generador y maximizador de las OAC. Ver Figura 2.

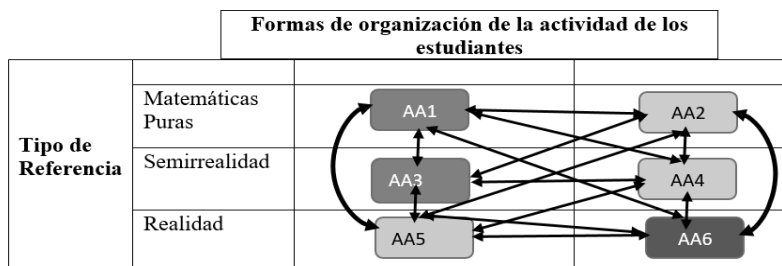


Figura 2. Movimiento por los distintos AA propuestos por Skovsmose (2000). Fuente: Rojas (2023).

En este sentido, los ambientes de aprendizaje juegan un papel crucial de la manera en que los estudiantes interactúan con el conocimiento, permitiendo experiencias educativas más significativas. Asimismo, garantizar oportunidades de aprendizaje equitativas es fundamental para cerrar brechas educativas y ofrecer condiciones que favorezcan el desarrollo del pensamiento matemático en contextos rurales. En un primer acercamiento con los estudiantes, para aplicar una prueba que evaluaba los conocimientos previos, se notó poco interés de los niños. Sin embargo, cuando se planificó los proyectos participaron de manera activa.

Conclusiones

Esta investigación evidencia, que la implementación de la Educación Matemática Crítica favorece el desarrollo del pensamiento numérico y las habilidades aritméticas en estudiantes de zonas rurales, al ofrecer un enfoque educativo que responde a su realidad cotidiana. Los resultados preliminares dan cuenta de la necesidad de brindar un acceso equitativo a oportunidades de aprendizaje de calidad para cada estudiante en contextos rurales. La participación activa de los estudiantes en la creación de los ambientes de aprendizaje, a través de la ruta descrita por la metodología basada en el andamiaje y en el tránsito por distintos ambientes de aprendizaje de la Educación Matemática Crítica, son una alternativa importante para minimizar las formas de exclusión que afectan la formación matemática de estos estudiantes.

Este trabajo tiene el doble propósito de contribuir al desarrollo de habilidades de resolución de problemas aritméticos y, además, de fomentar la motivación hacia el aprendizaje matemático, así como la autoeficacia para afrontar desafíos académicos futuros. Asimismo, se prevé que esta propuesta contribuya a cerrar brechas educativas al brindar acceso equitativo a oportunidades de aprendizaje de calidad, especialmente en contextos rurales con limitaciones de recursos. Finalmente, los hallazgos servirán como referencia para futuras investigaciones enfocadas en

mejorar la Educación Matemática en contextos rurales, fortaleciendo la equidad y el desarrollo integral de los estudiantes.

Referencias y bibliografía

- Adler, J. (2021). Levering change: the contributory role of a mathematics teaching framework. *ZDM - Mathematics Education*, 53(6), 1207–1220. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01273>.
- Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática*. Editorial Universidad de Antioquia, 1ª edición. Universidad Pedagógica Nacional.
- De Araujo, Z., & Smith, E. (2022). Examining English language learners' learning needs through the lens of algebra curriculum materials. *Educational Studies in Mathematics*, 109(1), 65-87.
- International Congress on Mathematical Education (ICME-14). (2020). *TSG 53: Equity in mathematics education. 14th International Congress on Mathematical Education*. <https://www.icme14.org>.
- Ministerio de Educación Nacional. (2020). Plan Especial de Educación Rural. Chromeextension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/ https://www.mineduacion.gov.co/1780/articles-404773_Recurso_01.pdf
- Roa, C. (2022). Educación matemática rural: Una paradoja entre el contexto y las evaluaciones estandarizadas. <https://rutamaestra.santillana.com.co/educacion-matematica-rural-una-paradoja-entre-el-contexto-y-las-evaluaciones-estandarizadas/>
- Rodríguez-Nieto, C. A., Olivero-Acuña, R. R., Ocampo-Medina, D. E., Dominguez-Barceló, S. J., & García-García, J. (2025). Niveles de conocimiento aritmético de estudiantes de educación primaria activados al resolver problemas aditivos: un análisis desde las conexiones matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 39, e230228.
- Rojas, S. y Chacón, G. (2023). Cognitive skills of rural students to access Quality Learning Opportunities in the mathematics class. *Journal of Namibian Studies*, 34 S1(2023): 1447–1464 ISSN: 2197-5523 (online)
- Rojas, S. (2023). Hacia la generación de oportunidades de aprendizaje de calidad para cada estudiante en la clase de matemáticas en contextos rurales [Tesis doctoral, Universidad Antonio Nariño].
- Santana, E. y Castro, J. (2022). Equidade e Educação Matemática: experiências e reflexões. ISSN 2526-2882
- Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, L. (2014). Definiciones de los enfoques cuantitativo y cualitativo, sus similitudes y diferencias. *RH Sampieri, Metodología de la Investigación*, 22.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la Educación Matemática Crítica*. Traducción por Valero, P., Universidad de Los Andes.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de Investigación. *REVISTA EMA2000*, VOL. 6, Nº 1, 3-26.
- Valero, P., & Skovsmose, O. (2012). *Educación matemática crítica Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (Issue April).



Aprehensión operativa y discursiva de los estudiantes de Educación Infantil de 5 años cuando transforman no-polígonos en polígonos

Àngela **Buform**

Universidad de Alicante

España

angela.buform@ua.es

Alberto **Zapatera**

Universidad de Alicante

España

alberto.zapatera@ua.es

Melania **Bernabeu**

Universidad de Alicante

España

melania.bernabeu@ua.es

Resumen

Para desarrollar el pensamiento geométrico de los estudiantes es fundamental realizar tareas que conecten lo perceptual con lo conceptual. Tareas de transformar figuras geométricas con determinados atributos en figuras con otros atributos pueden ayudar en ese desarrollo, evidenciado a través de la aprehensión operativa y discursiva. El objetivo de este estudio es caracterizar la aprehensión operativa y discursiva de 20 estudiantes de Educación Infantil de 5 años cuando transforman no-polígonos en polígonos con material manipulativo tras recibir una instrucción sobre polígonos. Los resultados muestran que la mayoría de los estudiantes reconocen los atributos relevantes de los no-polígonos y transforman correctamente el no-polígono en polígono (aprehensión operativa). Sin embargo, son menos los estudiantes capaces de justificar, por sí solos, las modificaciones realizadas para conseguir la figura demandada (aprehensión discursiva), necesitando, en ocasiones, la ayuda de la investigadora.

Palabras clave: Aprehensión Discursiva; Aprehensión Operativa; España; Educación Matemática; Educación Preescolar; Experimento de enseñanza; Geometría; Polígonos.

Introducción

El pensamiento geométrico es un aspecto importante del desarrollo matemático (Clements, 2004) de los estudiantes que empieza a desarrollarse antes de que entren a la escuela, y cuando ingresan, en algunos casos, no se explora de manera adecuada (Jatisunda et al., 2021). Por esta razón, la geometría se ha mostrado como una materia compleja para los estudiantes en las primeras etapas educativas (Bernabeu et al., 2021; Sarama & Clements, 2009).

Diferentes autores han destacado la dificultad al analizar figuras y cuerpos geométricos (Bufoin & Bernabeu, 2023; Hannibal & Clements, 2000), sugiriendo que la enseñanza de la geometría en los primeros años debería fomentar el análisis de estos para evitar concepciones erróneas. Algunas de estas concepciones erróneas consisten en no diferenciar los ejemplos de los no-ejemplos de un concepto geométrico. Por ejemplo, considerar erróneamente una figura abierta de tres lados parecida a un triángulo como ejemplo de triángulo. Estudios previos sugieren que esto puede deberse a los pocos ejemplos de figuras geométricas que se muestran en clase (Verdine et al., 2016) y al bajo nivel cognitivo de las tareas (Bernabeu, 2022), basadas principalmente en reconocer y nombrar figuras geométricas (Edo, 2000). Por ello, es necesario realizar tareas que conecten la representación de las figuras con los atributos que constituyen el concepto geométrico (Kinzer et al., 2016), es decir, tareas que desarrollen el concepto figural (simbiosis entre lo perceptual y lo conceptual, (Fischbein, 1993)), como tareas de transformar.

Este estudio pretende examinar cómo estudiantes de Educación Infantil reconocen y transforman no-polígonos en polígonos con material manipulativo como una capacidad para conectar la representación de las figuras (perceptual) con el concepto geométrico (conceptual).

Marco Teórico

Aprender nociones y conceptos geométricos implica ser capaz de ver “geométricamente” una figura, es decir, ver las partes de las figuras geométricas que no se perciben a simple vista. Esta capacidad de ver las partes de las figuras y dotarlas de significado matemático es lo que Duval (2017) denomina *deconstrucción dimensional*. Por ejemplo, deconstruir dimensionalmente cualquier representación del concepto de polígono, como el ejemplo mostrado en la Figura 1, implica ver que es una figura plana, cerrada, formada por lados rectos y que sus lados no se cruzan. Asimismo, deconstruir dimensionalmente una representación de un no-polígono, como el mostrado en la Figura 1, implica ver que es una figura abierta formada por tres lados rectos.

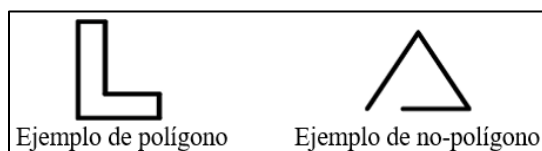


Figura 1. Ejemplos de polígono y no-polígono.

Duval (1995, 2017) indica que la deconstrucción dimensional implica la coordinación de diferentes aprehensiones cognitivas. En concreto, en esta investigación, nos centraremos en la aprehensión discursiva y operativa. La *aprehensión discursiva* es la acción que asocia una

representación con afirmaciones matemáticas (definiciones, propiedades, atributos, ...), o viceversa (Torregrosa, 2017). Por ejemplo, la primera representación de la Figura 1 se podría asociar con “polígono de 6 lados cóncavo” y la segunda con “figura abierta de tres lados”. Duval (1995) indica que la aprehensión discursiva permite relacionar lo que se percibe con un significado matemático. La *aprehensión operativa* viene determinada por la capacidad de realizar alguna modificación (física o mental) sobre una representación geométrica inicial, añadiendo o quitando elementos geométricos, manipulando alguna de sus partes o reconociendo (aislando) un elemento geométrico de la representación inicial (Torregrosa, 2017). Por ejemplo, en el no-polígono de la Figura 1, se puede cerrar la figura y transformarla en un triángulo.

En resumen, el aprendizaje de la geometría requiere que los estudiantes analicen las partes de las figuras (deconstruir dimensionalmente) en lugar de verlas como un todo. Para ello, es necesario plantear tareas que permitan potenciar la relación entre lo perceptual y el razonamiento analítico (Bernabeu, 2022), evitando centrarse solamente en tareas de reconocer y nombrar figuras geométricas (Edo, 2000). Las tareas geométricas centradas en transformar una figura geométrica, que posee ciertos atributos, en una nueva figura que posea otros atributos, implica deconstruir dimensionalmente la figura inicial para cambiar las partes necesarias y que cumpla con la nueva figura demandada. De este modo, estas tareas requieren ver las partes de dicha figura y asociarlas con los atributos relevantes del concepto (aprehensión discursiva), para transformarla y que cumplan con los atributos de la figura demandada (aprehensión operativa).

El objetivo de este estudio es caracterizar la aprehensión operativa y discursiva de 20 estudiantes de Educación Infantil de 5 años cuando transforman no-polígonos en polígonos con material manipulativo tras recibir una instrucción sobre polígonos.

Metodología

Participantes y contexto

Los participantes fueron 20 estudiantes de un colegio público español que participaron en un estudio longitudinal que inició cuando estos cursaban el primer curso de Educación Infantil (3 años) y que en el momento de recogida de datos estaban cursando el tercer curso de esta etapa (Educación Infantil de 5 años). Durante los tres cursos académicos, los estudiantes recibieron una instrucción (4 sesiones por curso) sobre los polígonos y las clases de polígonos según el número de lados, que siguió la misma estructura durante los tres cursos. En la primera sesión se abordaron, por separado, los atributos de figura plana y no-plana, figura cerrada y abierta, lados rectos y curvos, y lados cruzados y no-cruzados, para construir, posteriormente, la definición de polígono (figura plana, cerrada, con lados rectos y no-cruzados). En la segunda sesión, con el objetivo de reforzar la definición de este concepto, se realizaron tareas de clasificar polígonos y no-polígonos, transformar no-polígonos en polígonos (y viceversa), y construir polígonos con material manipulativo (*geosticks*). En la tercera sesión se introdujeron las clases de polígonos según el número de lados (triángulo, cuadrilátero, pentágono y hexágono) y se realizaron tareas similares a las de las sesiones anteriores. Finalmente, en la cuarta sesión se plantearon nuevas tareas de buscar diferencias, clasificar, transformar y construir para reforzar tanto el concepto de polígono como las clases de polígonos según el número de lados. Las sesiones fueron grabadas en vídeo tras el consentimiento informado de los tutores legales.

Instrumento de recogida de datos

Una de las tareas de la entrevista individual que se realizó tras la instrucción, y en la que se centra este estudio, es la de transformar no-polígonos en polígonos. Esta tarea fue diseñada por dos de las investigadoras con el objetivo de examinar si los estudiantes evidenciaban la aprehensión discursiva y operativa. Un tercer miembro validó que dicha tarea cumplía con el objetivo previsto. La tarea consistía en transformar en un polígono: (i) un no-polígono abierto con una curva y (ii) un no-polígono con dos lados cruzados (Figura 2). Para el primer caso, los estudiantes tenían que cambiar el stick curvo por uno recto y cerrar la figura; y, para el segundo caso, descruzar los lados cruzados, (Figura 2). En cuanto al procedimiento de recogida de datos, la investigadora presentaba al estudiante el no-polígono construido con *geosticks* e iba anotando (i) cómo el estudiante manipulaba los sticks para conseguir la nueva figura y (ii) cómo justificaba que era un polígono a partir de los cambios realizados. Además, las entrevistas se grabaron para no perder información sobre cómo los estudiantes manejaban los sticks.

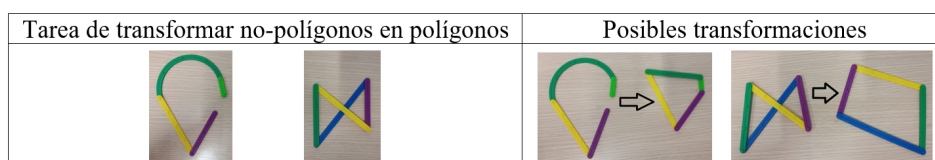


Figura 2. Tarea final (transformar no-polígonos en polígonos) y ejemplos de posibles transformaciones.

Análisis de los datos

El análisis de datos se realizó atendiendo a si el estudiante reconocía, en primer lugar, los atributos que fallaban en la figura inicial para no ser polígono y, en segundo lugar, si lograba transformar y justificar por qué la nueva figura era un polígono.

Para el no-polígono curvo y abierto, cada estudiante se clasificó en las siguientes categorías: (i) no reconoce que es un no-polígono ni los atributos que fallan, (ii) afirma que es un no-polígono, pero solo reconoce un atributo (curvo o abierto), y (iii) afirma que es un no-polígono y reconoce los dos atributos que fallan (curvo y abierto). En cuanto a la transformación realizada, cada estudiante se categorizó según si: (i) no transforma a polígono y no justifica la transformación, (ii) transforma a polígono y justifica los dos atributos con ayuda, y (iii) transforma a polígono y justifica los dos atributos sin ayuda. Se refiere a “con ayuda” cuando el estudiante solo reconocía uno de los atributos y la investigadora, con preguntas guiadas, ayudaba y motivaba al estudiante a justificar el otro atributo. Por su parte, los estudiantes que justificaron “sin ayuda” eran estudiantes que, tras la pregunta de la investigadora “¿qué has hecho para transformarlo en polígono?”, indicaron directamente que la nueva figura era un polígono haciendo referencia a que habían “quitado la curva y cerrado la figura”.

Para el no-polígono cruzado, cada estudiante se categorizó en: (i) afirma erróneamente que es un polígono y no reconoce el atributo que falla (cruzado), y (ii) afirma que es un no-polígono y reconoce el atributo que falla (cruzado). Cuando el estudiante reconocía erróneamente la figura como polígono, se le pedía transformarlo en no-polígono (aunque ya era no-polígono), para observar cómo el estudiante se desenvolvía al preguntar por una figura que no fuese lo que el

estudiante decía que era. En cuanto a la transformación realizada, cada estudiante se categorizó según si: (i) no transforma en no-polígono y no justifica, (ii) transforma en un no-polígono abierto y justifica que es abierto, (iii) transforma en polígono y justifica el atributo (cruzado) con ayuda, y (iv) transforma en polígono y justifica el atributo (cruzado) sin ayuda.

Para llegar a esta categorización, primeramente se realizó un análisis individual de 3 estudiantes por cada miembro del grupo de investigación para ver similitudes y discrepancias hasta llegar a un consenso. Una vez delimitadas algunas de las categorías, se analizaron por separado el resto de los estudiantes, corroborando este análisis a través de la triangulación de los investigadores, resolviendo las diferencias y nuevas categorías que habían aparecido.

Resultados

Transformación de un no-polígono (curvo y abierto) en un polígono

La Tabla 1 muestra cómo los estudiantes reconocieron los atributos relevantes que fallaban en el no-polígono (curvo y abierto), y cómo transformaron y justificaron su transformación a partir de esos atributos. Además, se incluye en qué categoría está cada estudiante para poder establecer relaciones entre cómo reconocen y cómo transforman.

Tabla 1

Categorización de los estudiantes para la primera transformación.

Reconocer el no-polígono (curvo y abierto)			Transformar a polígono y justificar		
Categoría	nº de estudiantes		Categoría	nº de estudiantes	
No reconoce los atributos	0	-	No transforma y no justifica	7	E11, E12, E14, E18, E19, E23, E25
Reconoce solo un atributo	10	E02, E04, E08, E11, E12, E14, E18, E19, E23, E25	Transforma y justifica los dos atributos con ayuda	9	E02, E04, E08, E06, E07, E09, E10, E13, E17
Reconoce los dos atributos	10	E01, E05, E06, E07, E09, E10, E13, E15, E16, E17	Transforma y justifica los dos atributos	4	E01, E05, E15, E16

Los resultados muestran que, aunque todos los estudiantes afirmaron que la figura mostrada no era un polígono, la mitad de los estudiantes (10 de 20) solamente reconocieron uno de los dos atributos relevantes que fallaba en la figura para ser polígono. En concreto, tres estudiantes (E02, E04 y E08) reconocieron que la figura tenía una curva pero no reconocieron que estaba abierta, y los siete restantes reconocieron que la figura estaba abierta pero no reconocieron que presentaba una curva. Por ejemplo, la E08 afirmó que “no es un polígono porque tiene una curva”, pero al preguntar la investigadora si tenía algo más, la estudiante respondió sobre la longitud de algunos lados, sin mencionar que la figura estaba abierta (“no son iguales, este es más largo, este más corto y este más pequeño”). La otra mitad de los estudiantes (10 de 20) fueron capaces de reconocer los dos atributos relevantes que fallaban en la figura mostrada (curva y abierta). Por ejemplo, la E06 afirmó que la figura era un “no-polígono” y cuando la investigadora le preguntó por qué no era un polígono, la estudiante respondió que “tiene una curva y los polígonos no tienen curvas [señalando la curva], y si están abiertos tampoco pueden ser polígonos [señalando la apertura]”.

En cuanto a la transformación y justificación, los resultados muestran que, los siete estudiantes que no reconocieron la curva en la figura inicial no fueron capaces de transformar el no-polígono en un polígono, ya que solamente cerraron la figura y no quitaron el stick curvo. Además, cuando la investigadora les preguntaba qué habían hecho para transformarla en polígono, solo hacían referencia al hecho de cerrar la figura. Por ejemplo, el E19 justificó que había “puesto otro lado para que sea un polígono y no esté abierta”. Respecto a las tres estudiantes que solamente detectaron el atributo “ser curvo”, sí que lograron transformar el no-polígono a polígono, eliminando la curva y cerrando la figura. A la hora de justificar, inicialmente solo justificaron que habían quitado la curva, y tras varias preguntas de la investigadora reconocieron que antes estaba abierta y ahora “cerrada”. En cuanto a los 10 estudiantes que habían reconocido los dos atributos en la figura inicial, seis de ellos no fueron capaces de justificar por sí solos los cambios que habían realizado para que fuese polígono. Todos reconocieron que habían quitado la curva, sin embargo, no justificaban que también la habían cerrado hasta que la investigadora insistía preguntando qué otros cambios habían realizado y cómo era antes la figura. Por ejemplo, cuando la entrevistadora le comentó a E07 “antes me has dicho que estaba abierta, ¿qué más has hecho? ¿lo has dejado abierto?”, este le respondió “lo he cerrado”. Finalmente, hubo cuatro estudiantes que justificaron, por sí solos, los atributos que habían cambiado en la figura inicial para transformar el no-polígono en polígono. Por ejemplo, cuando la investigadora le preguntó a E05 qué había transformado en la figura de antes para convertirlo en polígono, este respondió “he quitado la curva y lo he cerrado, ahora es un polígono de cuatro lados”.

Transformación de un no-polígono (cruzado) en un polígono

La Tabla 2 muestra cómo los estudiantes reconocieron el atributo relevante que fallaba en el no-polígono (cruzado), y cómo transformaron y justificaron su transformación a partir de ese atributo. Además, se incluye en qué categoría está cada estudiante para poder establecer relaciones entre cómo reconocen y cómo transforman.

Tabla 2

Categorización de los estudiantes para la segunda transformación.

Reconocer el no-polígono (cruzado)			Transformar a polígono y justificar		
Categoría	nº de estudiantes		Categoría	nº de estudiantes	
Afirma erróneamente que es un polígono al no reconocer el atributo relevante	5	(E14, E18, E19, E23, E25)	No transforma y no justifica	2	(E19, E25)
			Transforma en un no-polígono abierto	3	(E14, E18, E23)
			Transforma y justifica con ayuda	5	(E02, E07, E08, E09, E12)
Reconoce el atributo	15	(E01, E02, E04, E05, E06, E07, E08, E09, E10, E11, E12, E13, E15, E16, E17)	Transforma y justifica	10	(E01 E04, E05, E06, E10, E11, E13, E15, E16, E17)

Los resultados muestran que, a diferencia de la primera figura, no todos los estudiantes reconocieron el atributo relevante que estaba fallando en la figura inicial para no ser polígono (ser cruzado). De los 20 estudiantes, cinco afirmaron erróneamente que la figura inicial era un polígono y no mencionaron nada sobre los lados cruzados. Por ejemplo, la E23 afirmó que es un

polígono porque “está cerrado”. Los 15 estudiantes restantes afirmaron que la figura mostrada no era un polígono y reconocieron el atributo relevante que fallaba (cruzado). Por ejemplo, el E15 respondió que “no es un polígono porque tiene lados cruzados”.

En cuanto a la transformación y justificación, los resultados muestran que, de los cinco estudiantes que afirmaron erróneamente que la figura era un polígono sin detectar que tenía lados cruzados, dos de ellos no fueron capaces de convertirla en no-polígono, sino que la convirtieron en un polígono descruzando los lados. Cuando la investigadora preguntó por qué era un no-polígono E25 no supo justificar y E19 justificó sin sentido diciendo que “si están juntos [los sticks] no es un polígono”, refiriéndose a dos sticks que formaban un ángulo muy pequeño (casi superpuestos). Los otros tres estudiantes transformaron el no-polígono cruzado en un no-polígono abierto, y justificaron que era un no-polígono por “estar abierta”. Estos tres mismos estudiantes ya habían detectado solamente este atributo en la primera figura (no-polígono curvo y abierto). Respecto a los 15 estudiantes que reconocieron la figura como no-polígono por tener lados cruzados, todos transformaron la figura inicial (no-polígono con lados cruzados) en un polígono. En cuanto a la justificación, 5 de ellos justificaron su transformación con la ayuda de la investigadora, es decir, cuando se les preguntaba “¿qué has hecho para transformarlo en polígono?”, respondían por ejemplo que habían hecho “un cuadrilátero” (E08) o que “no he quitado ninguno [stick]” (E02). Con nuevos comentarios de la investigadora, como el realizado para la E02, “antes estaba cruzado y ahora, ¿cómo están? [...] entonces, ¿qué has quitado?”, los estudiantes ya podían reconocer que “he quitado lados cruzados”. Los otros 10 estudiantes, indicaron directamente los cambios realizados para justificar que ya era polígono. Por ejemplo, el E13 justificó que la nueva figura era un polígono porque “he quitado esta [señala] y la he puesto hacia allí [indicando que quita la parte cruzada], y ahora está cerrada y no está cruzada”.

Discusión y conclusiones

Este estudio pretendía indagar sobre la aprehensión operativa y discursiva de estudiantes de 5 años cuando realizan tareas de transformar no-polígonos en polígonos. Por una parte, los resultados muestran que gran parte de los participantes son capaces de (i) reconocer atributos relevantes de los no-polígonos y (ii) transformar un no-polígono en un polígono. Estos estudiantes han evidenciado la aprehensión operativa al manipular y modificar partes de las figuras geométricas (no-polígonos) para convertirlas en nuevas figuras (polígonos) que cumplan con la definición (en este caso, de polígono). Sin embargo, aunque han transformado correctamente la figura, los resultados señalan que algunos estudiantes han sido menos capaces de justificar qué han transformado en la figura inicial para asegurar que la nueva figura es un polígono (atributos relevantes para su definición). De hecho, pocos estudiantes han sido capaces de justificar, por sí solos, las modificaciones realizadas a partir de los atributos relevantes (aprehensión discursiva), necesitando, el resto de estudiantes, la ayuda de la investigadora. Aunque los estudiantes pueden transformar las figuras, a menudo necesitan ayuda para articular los atributos relevantes que hacen que sea o no un polígono. Los resultados sugieren que, si bien los estudiantes evidencian la aprehensión operativa para transformar figuras geométricas, necesitan apoyo adicional para desarrollar la aprehensión discursiva. Por otra parte, hay estudiantes que no han reconocido atributos relevantes del concepto de polígono, como “no ser cruzado” o tener “todos los lados rectos”, predominando el reconocer que el polígono tiene que

ser “cerrado”. Estos resultados sugieren que, para algunos estudiantes, el atributo abierto-cerrado es determinante para ser o no polígono.

Este estudio destaca la importancia de conectar lo perceptual con lo conceptual (Fischbein, 1993), a través de la manipulación concreta (aprehensión operativa). Por ello, los docentes deben proporcionar oportunidades para que los estudiantes no solo reconozcan o nombren formas geométricas (Edo, 2000), sino que describan y justifiquen sus acciones (aprehensión discursiva). Los docentes deben diseñar tareas que potencien la relación entre lo perceptual y lo conceptual (Berciano et al., 2022; Bernabeu, 2022), con tareas como las de transformar figuras con ciertos atributos en otras figuras con otros atributos, fomentando la deconstrucción dimensional de estas.

Agradecimientos. Este trabajo ha sido elaborado en el marco del proyecto CIGE/2023/197 de la Conselleria de Educación, Cultura, Universidades y Empleo.

Referencias y bibliografía

- Berciano, A., Jiménez-Gestal, C. y Salgado, M. (2022). Razonamiento y aprehensión ante una tarea geométrica: análisis de la pertinencia didáctica de una trayectoria de aprendizaje en educación infantil. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 36, 332-357. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n72a15>
- Bernabeu, M., Moreno, M. y Llinares, S. (2021). Primary school students' understanding of polygons and the relationships between polygons. *Educational Studies in Mathematics*, 106(2), 251-270. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-10012-1>
- Bernabeu, M. (2022). “Tips” para la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 110, 113-128.
- Buform, À. y Bernabeu, M. (2023). La formación del concepto de polígono en estudiantes de 3 años. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, E., y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 163–170). SEIEM.
- Clements, D. (2004). *Geometric and spatial thinking in early childhood education*. En D. H. Clements, J. Sarama y A.-M. Debase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 267-297). Lawrence Erlbaum Associates.
- Duval, R. (1995). Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processings. En R. Sutherland y J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education* (pp. 142-157). Springer.
- Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking-The registers of semiotic representations*. Springer International Publishing.
- Edo, M. (2000). Mundo Matemático. Formas en el espacio. En M. Antón y B. Moll (Eds.), *Educación infantil. Orientación y recursos (0-6 años)* (pp. 301-409). Praxis.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, 24(2), 139–162. <https://doi.org/10.1007/BF01273689>
- Hannibal, M. y Clements D. (2000). *Young children's understanding of basic geometric shapes*. National Science Foundation, Grant Number.
- Jatisunda, M. G., Hidayanti, M., Lita, Dede, S. N., Cahyaningsih, U. y Suciawati, V. (2021). Mathematical knowledge for early childhood teaching: A deep insight on how pre-service teachers prepare mathematical activities. *Journal of Physics: Conference Series*, 1778(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1778/1/012017>
- Kinzer, C., Gerhardt, K. y Coca, N. (2016). Building a case for blocks as kindergarten mathematics learning tools. *Early Childhood Education Journal*, 44, 389-402. <https://doi.org/10.1007/s10643-015-0717-2>
- Sarama, J. y Clements, D.H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Taylor Francis. <https://doi.org/10.4324/9780203883785>
- Torregrosa, G. (2017). Coordinación de procesos cognitivos en la resolución de problemas: relación entre geometría y álgebra. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 12, 1-17. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i12.198>
- Verdine, B. N., Lucca, K. R., Golinkoff, R. M., Hirsh-Pasek, K. y Newcombe, N. S. (2016). The shape of things: The origin of young children's knowledge of the names and properties of geometric forms. *Journal of Cognition and Development*, 17(1), 142-161. <https://doi.org/10.1080/15248372.2015.1016610>



Atividade com gráficos matemático para um aluno autista no Ensino Básico

Maria Clara de Oliveira **Zaparoli**
Faculdade Guilherme Guimbala - ACE
Brasil
mariaclarazaparoli@gmail.com
Silvia Teresinha **Frizzarini**
Universidade do Estado de Santa Catarina-UDESC
Brasil
silvia.frizzarini@udesc.br

Resumo

Este trabalho relata a experiência de uma pesquisa realizada no Ensino Médio, na qual se desenvolveu um plano de aula para uma estudante com Transtorno do Espectro Autista (TEA) do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual na cidade de Joinville. O objetivo foi refletir sobre as dificuldades dos estudantes com TEA na disciplina de Matemática e a importância da adaptação do plano de aula para esses alunos, de forma que participem da inclusão escolar durante o aprendizado de conteúdos matemáticos. A metodologia utilizada é de caráter qualitativo, com análises bibliográficas sobre o tema, criação e aplicação do plano de aula, bem como a análise dos dados coletados. O núcleo conceitual trabalhado foi Tratamento da Informação, com a resolução de atividades que envolvem gráficos e tabelas, obtendo-se um resultado positivo, no qual a aluna conseguiu compreender o conteúdo por meio de atividades enunciativas lúdicas e ilustrativas com frases mais curtas para uma maior clareza e interpretação por parte desta aluna.

Palavras-chave: Transtorno do Espectro Autista; Ensino Médio; Plano de Aula; Tratamento da Informação; Gráficos Matemáticos.

Introdução

Apesar do crescente debate sobre a inclusão escolar, existem limitações nas reflexões de artigos e trabalhos sobre os desafios dos estudantes autistas na área acadêmica, principalmente em Matemática. Diante disso, este trabalho visa compartilhar as experiências vivenciadas por uma aluna do Ensino Médio juntamente com sua coordenadora da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), em que se realizou um planejamento

especializado para uma estudante do terceiro ano do Ensino Médio diagnosticada com Transtorno do Espectro Autista (TEA). Este relato de experiência tem como objetivo refletir sobre as dificuldades dos estudantes com TEA na disciplina de Matemática e a importância da adaptação do plano de aula para esses alunos, de forma que participem da inclusão escolar durante o aprendizado de conteúdos matemáticos.

O TEA é uma condição neurológica, caracterizada por um desenvolvimento atípico, identificada pelo comprometimento das interações sociais e comunicativas. É possível identificar sinais desde a infância que podem ser observados a partir de alguns meses de idade, obtendo-se um diagnóstico mais preciso depois dos dois anos. Entretanto é importante destacar que não existe um exame específico, mas sim diversas avaliações que são realizadas para confirmar o diagnóstico (Fundação José Luiz Egydio Setubal, 2023).

O Manual de Diagnóstico e Estatística de Transtornos Mentais (DSM-5), elaborado pela Associação Americana de Psiquiatria (APA, 2014), foi utilizado como referência para o planejamento do plano de aula realizado no ano de 2022, apesar de haver atualizações de 2024. Serviu como base para identificar, por exemplo, os níveis de gravidade e se o TEA está relacionado com outros transtornos neurodesenvolvimentais ou comportamentais, tornando necessário auxílio ou não em atividades básicas, escolares e sociais. Conforme o DSM-5 (American Psychiatric Association, 2014), existem três níveis de gravidade, sendo eles resumidamente:

Nível 1: Considerado leve, entretanto não descarta a necessidade de auxílio. Pessoas com esse diagnóstico apresentam menos interesse ou dificuldade em iniciar conversas. Mesmo que consigam falar frases completas, as tentativas de amizade normalmente ocorrem de forma estranha e mal-sucedida.

Nível 2: Apresentam dificuldades importantes nas interações sociais e verbais, utilizam frases simples e reduzidas, com dificuldades mesmo com o auxílio de um profissional.

Nível 3: Têm grande limitação em iniciar interações sociais, graves déficits na interação verbal e social, reagindo somente a abordagens sociais diretas.

Dessa maneira, conseguimos compreender melhor as limitações de cada pessoa, permitindo desenvolver estratégias para otimizar o desenvolvimento dos alunos com TEA.

Quando se trata de TEA nas instituições de ensino, os desafios são outros, uma vez que a desinformação e a falta de adaptações no plano pedagógico prejudicam o desenvolvimento integral do aluno. A maioria dos professores possuem formação específica sobre Autismo, o que, muitas vezes, acarreta uma discrepância na aprendizagem (Weizenmann, Pezzini & Zanon, 2020).

Essa defasagem é ainda maior na disciplina de Matemática, visto que é uma ciência que estuda conceitos lógicos e abstratos, que para a maioria dos alunos com TEA são mais desafiadores, exigindo adequação nos planejamentos de aula e profissionais qualificados (Pinto & Guimarães, 2020).

Neste trabalho, serão apresentadas as análises bibliográficas sobre artigos que têm relação com o trabalho desenvolvido e as descrições da elaboração e aplicação do plano de

aula com os conteúdos matemáticos adaptados, trazendo assim uma análise dos dados coletados e dos aprendizados durante essa experimentação.

Levantamento Bibliográfico

As buscas bibliográficas foram realizadas no banco de dados Portal de Periódicos CAPES. Inicialmente, foram analisados artigos com o buscador “transtorno do espectro autista”, para uma melhor compreensão dos diagnósticos e da forma como esses alunos compreendem os conteúdos ensinados. Além da análise de trabalhos focados nos alunos com TEA, foram analisados trabalhos sobre como os professores podem auxiliar e desenvolver planos e atividades de acordo com cada tipo de autismo (Tabela 1). Os trabalhos selecionados foram aqueles com títulos próximos ao tema desta pesquisa e publicados nos últimos 8 anos.

Tabela1
Trabalhos Analisados

Título	Ano
O processo de construção de um material educacional na perspectiva da Educação Matemática inclusiva para um aluno autista	2020
O Autismo e as Dificuldades no Processo de Aprendizagem Escolar	2017
Inclusão do Autismo Escolar: Sentimentos e Práticas Docentes	2020
As tecnologias digitais como instrumentos mediadores no processo de aprendizagem do aluno com Autismo	2021

Fonte: Arquivo das autoras

O primeiro artigo, de Pinto & Guimarães (2020), tem como objetivo expor a vivência de um professor de Matemática do oitavo ano do Ensino Fundamental II que tem um aluno com TEA. A metodologia de pesquisa é qualitativa e, em relação aos procedimentos técnicos, pode ser considerada uma pesquisa de natureza aplicada. Do ponto de vista dos objetivos, trata-se de uma pesquisa explicativa, cujo referencial teórico é a perspectiva da defectologia de Vygotsky. Após a leitura, concluiu-se que adaptar o método de ensino às necessidades de cada aluno faz com que ele se sinta mais confiante ao aplicar o conteúdo ensinado. Não há um método padrão para se trabalhar com um aluno autista, mas sim a necessidade de busca por práticas pedagógicas que se encaixem nas necessidades do aluno.

O segundo artigo, de Ferreira & França (2017), tem como objetivo compreender como ocorre o aprendizado do estudante com TEA no ambiente escolar e pontuar estratégias que possam auxiliar familiares e professores no desenvolvimento do aluno. A metodologia de pesquisa é qualitativa e, em relação aos procedimentos técnicos, e metodológicos, esta pode ser considerada uma pesquisa de natureza aplicada. Do ponto dos objetivos, trata-se de uma pesquisa explicativa. As autoras do artigo “O Autismo e as Dificuldades no Processo de Aprendizagem Escolar”, concluíram que a contribuição da família é importante no processo de aprendizagem do estudante e que o desenvolvimento da criança autista é gradual, necessitando de grande atenção, elogios e motivação.

O terceiro artigo, de Weizenmann, Pezzin & Zanon (2020), tem como objetivo investigar a experiência de professores em relação à inclusão de alunos com TEA, contemplando sentimentos e práticas docentes. A metodologia de pesquisa é qualitativa, de cunho exploratório e de caráter transversal, utilizando-se de uma entrevista semiestruturada, e a análise foi qualitativa, por meio da análise temática. Os autores puderam concluir no artigo

“Inclusão do Autismo Escolar: Sentimentos e Práticas Docentes” que a maioria dos professores não têm conhecimentos sobre TEA e que, na intenção de ajudar, pode ocorrer que o aluno não se desenvolva corretamente.

O quarto artigo, de Balbino, Oliveira & Silva (2021), tem como objetivo exemplificar as contribuições da tecnologia para a aprendizagem dos alunos com TEA, utilizando a metodologia de abordagem qualitativa, de natureza bibliográfica e de cunho exploratório. O trabalho mostra a importância das tecnologias digitais como “ferramentas que complementam à prática pedagógica dos professores e funcionam como recursos propulsores e essenciais para o desenvolvimento de aspectos cognitivos, emocionais, motores, sensoriais e sociais em crianças com TEA”(Balbino, Oliveira & Silva, 2021, p. 15).

Por meio da leitura desses artigos, foi formulado e adaptado um planejamento de aula direcionado a uma estudante do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual da cidade de Joinville-SC.

Metodologia e Plano de Aula

A metodologia utilizada foi de caráter qualitativo com análises bibliográficas sobre o tema para a criação e aplicação do plano de aula e análise dos dados coletados. Considerando a abordagem da investigação, segundo Sampieri, Collado e Lucio (2013), esta pesquisa tem o propósito de compreender a perspectiva do aluno autista participante sobre aspectos da realidade expressados de maneira subjetiva. Participou desta pesquisa um aluno autista, durante a aplicação do plano de aula de uma turma da 3ª série do Ensino Médio de uma escola da rede pública de ensino do Estado de Santa Catarina, com defasagem de aprendizado de acordo com seu nível de escolaridade. Dessa forma, as aplicações foram realizadas no contraturno da aula regular, durante o Atendimento Educacional Especializado (AEE). Esse plano de aula foi elaborado com a orientação da Coordenadora da pesquisa, além da colaboração da segunda professora, que acompanha o aluno e já realiza a adaptação dos conteúdos. De acordo com a segunda professora, o aluno é de nível 1, apresentando dificuldades de leitura e escrita, com comunicação truncada e interações sociais e verbais esporádicas e, às vezes, mal-sucedidas. Por isso, para o planejamento da aula, foram escolhidos enunciados curtos e com maior visualização de figuras lúdicas e esquemas interpretativos que auxiliassem o aluno no entendimento da sequência didática apresentada.

O plano de aula foi adaptado (Terra, 2023) e teve como tema “Construção e interpretação de gráficos e tabelas” com o objetivo de ensino de diferenciar tabelas e gráficos para a resolução de algumas questões. Esperava-se que o aluno, após responder às questões, pudesse interpretar, esquematizar e resolver gráficos.

No total, havia cinco questões, sendo solicitada a resolução de algumas atividades para melhor compreensão de tabelas e gráficos (de setor circular e de coluna). Em seguida, foi pedido que resolvesse algumas questões utilizando como base o gráfico. Todas essas atividades foram impressas e estavam de acordo com a potencialidade do aluno no tempo previsto de uma aula de 45 minutos.

As três primeiras atividades consistiam em colorir os gráficos conforme indicado na atividade (Figura 1), utilizando uma abordagem descontraída e lúdica com figuras adequadas ao nível de abstração da aluna, para o conhecimento e identificação dos gráficos.

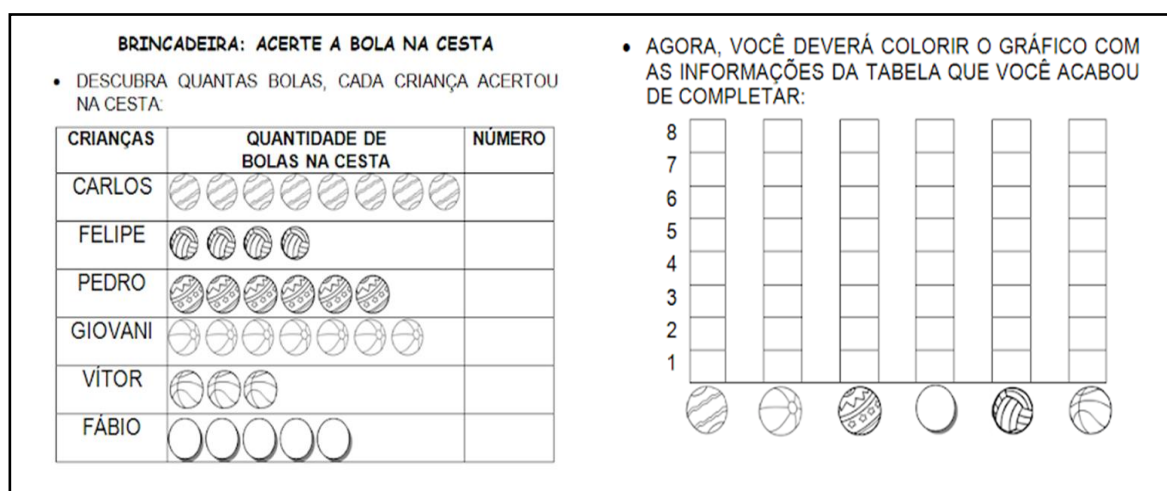


Figura 1: Atividade 1 e 2 do plano de aula
Fonte – Adaptado de Terra (2023)

Após o entendimento do quadro e a identificação do gráfico de colunas, foi pedido que se pintasse o gráfico de setor circular, onde já era apresentado na atividade o círculo dividido em oito partes iguais e a fração correspondente.

Para as outras duas atividades, a interpretação deveria partir do gráfico para responder na tabela, que já era apresentada de forma semipreenchida e colorida (Figura 2). Na sequência, continham algumas perguntas, nas quais se esperava a interpretação destes com respostas numéricas e com o raciocínio de operações matemáticas simples, tais como: qual foi o animal mais votado?, qual foi o animal menos votado?, quantos votos teve o cavalo?, qual animal teve 7 votos?

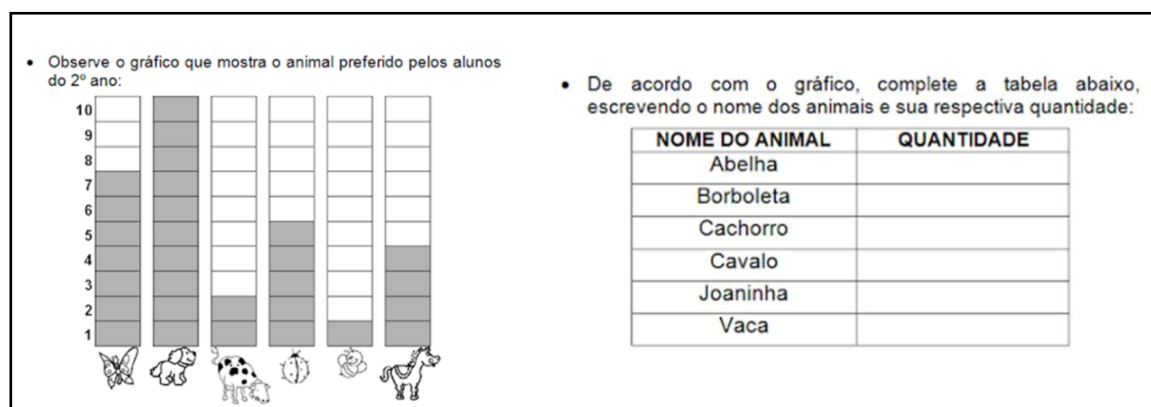


Figura 2: Atividade 1 e 2 do plano de aula
Fonte – Adaptado de Terra (2023)

A última questão pedia para observar o gráfico de colunas que apresentava abaixo de cada coluna o ano e acima um número, solicitando a verificação da quantidade de áreas desmatadas até o ano de 2018 no Brasil e perguntando, com uma questão objetiva, em qual ano houve uma maior área desmatada.

Nesta última atividade, não continha ilustrações lúdicas para representar o que estava sendo contextualizado, ao contrário das atividades anteriores, esperando assim uma abstração maior em relação à representatividade do tratamento dos dados.

Análises de Resultados e Considerações

O plano de aula levou em consideração o nível do aluno autista participante desta pesquisa, que, conforme o DSM-5 (American Psychiatric Association, 2014), é considerado leve e necessitou de auxílio da segunda professora e pesquisadora para realizar as atividades. No entanto, ele demonstrou menos interesse e dificuldade em iniciar conversas e pedir auxílio ou demonstrar seu raciocínio no desenvolvimento do plano de aula, utilizando frases incompletas e apresentando tentativas de resolução das questões, às vezes, mal-sucedida.

Nas duas primeiras atividades, para colorir os gráficos, a aluna resolveu de forma descontraída e com fácil entendimento, abstraindo as representações gráficas pedidas de forma lúdica com as figuras apresentadas. A aluna realizou as atividades sozinha e compreendeu o exercício com facilidade, tanto para o gráfico de barras quanto para o de setor circular.

Já para as três próximas atividades, que continham perguntas, para a interpretação dos gráficos já apresentados, com ilustrações lúdicas semelhantes às duas primeiras atividades, a aluna respondeu às questões para o gráfico de setor circular pausadamente para evitar erros e sempre verificando com a professora se estava correta antes de responder.

Para a resolução de questões objetivas dos demais gráficos de barras, a aluna encontrou maior dificuldade, confundindo as respostas e trocando, muitas vezes, as respostas das questões, principalmente quando o gráfico não apresentava figuras que representavam o que estava sendo pedido. No entanto, obtinha-se um resultado positivo, pois a aluna conseguiu compreender os tipos de gráficos e como eles são aplicados.

A aluna não dispensou a necessidade de auxílio, mesmo apresentando menor dificuldade em iniciar conversas, conforme destacado no DSM-V (American Psychiatric Association, 2014) para o nível 1 do transtorno do espectro autista. As atividades planejadas no plano de aula proporcionaram um maior interesse em interagir com a pesquisadora que estava aplicando as atividades.

Conclui-se que diante da diversidade de características de cada estudante com TEA, faz-se necessária a adaptação de planejamentos de aula para um melhor aprendizado e desenvolvimento do aluno, resultando também em uma inclusão realmente efetiva, pois faz com que o aluno se sinta confortável no ambiente escolar e ganhe autoconfiança, assim como verificado no DSM-V (American Psychiatric Association, 2014).

Como sugestão para planos de aulas posteriores, recomenda-se o uso de tecnologias, assim como demonstrado nas análises bibliográficas (Balbino, Oliveira & Silva, 2021), a fim de trazer benefícios para a autonomia da aluna. Na maioria de suas atividades, houve a necessidade de acompanhamento da pesquisadora e professora para responder as questões, mesmo que estas fossem atrativas e lúdicas, despertando a curiosidade da aluna.

Agradecimentos

Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina

Referências

- American Psychiatric Association. (2014). *Manual diagnóstico e estatístico de transtornos mentais: DSM-5*. Artmed.
- Balbino, V. S., Oliveira, I. C., & Silva, R. C. D. (2021). As tecnologias digitais como instrumentos mediadores no processo de aprendizagem do aluno com Autismo. *Revista de Educação, Ciência e Cultura*, 26(3).
- Ferreira, M. M. M., & França, A. P. (2017). O Autismo e as Dificuldades no Processo de Aprendizagem Escolar. *Revista Multidisciplinar e de Pesquisa*, 11(38).
- Fundação José Luiz Egydio Setubal. (n.d.). *Autismo e realidade*. <https://fundacaojles.org.br/nosso-trabalho/autismo-realidade/> Última visita em 18/06/2023.
- Pinto, G. M. F., & Guimarães, A. B. (2020). O processo de construção de um material educacional na perspectiva da educação matemática inclusiva para um aluno autista. *Revista Baiana De Educação Matemática*. Disponível em: https://www.alex.pro.br/DSM_V.pdf. Última visita em 18/06/2023.
- Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, M. P. B. (2013). *Metodologia de pesquisa* (5a ed.). Penso.
- Terra, E. (2016, Outubro 26). *Atividades para educadores*. <https://atividadesparaeducadores.blogspot.com/> Última visita em 18/06/2023.
- Weizenmann, L. S., Pezzin, F. A. S., & Zanon, R. B. (2020). Inclusão do Autismo Escolar: Sentimentos e Práticas Docentes. *Psicologia Escolar E Educacional (Online)*, 24.



Construcción de la noción de fracción en la escuela

Sandra Marcela **Vera**

Instituto de Enseñanza Superior “Estanislao Maldones”

Argentina

verasandramarcela@gmail.com

Noelia **Saleme**

Facultad de Ciencias de la Salud, Universidad Nacional de Catamarca

Argentina

noeliasaleme123@gmail.com

Soraya **Pol**

Instituto de Enseñanza Superior “Gobernador José Cubas”

Argentina

sorayaepol@gmail.com

Resumen

Una de las problemáticas que manifiesta el área de Matemática en nuestro sistema educativo es la construcción del concepto de número racional, situación que se evidencia en los resultados de las pruebas “Aprender”, instrumento nacional de evaluación estandarizada. Pretendemos en este espacio analizar un conjunto de problemas que permitan a los alumnos la identificación de desajustes respecto de las ideas de los números naturales y den cuenta de los distintos sentidos de la fracción positiva generando la producción de nuevos conocimientos reconociendo usos y significados de manera progresiva, respetando los niveles de abstracción, generalización y sistematización; contenido que se aborda en los últimos años de la escuela primaria y en toda la escolaridad secundaria. Reconociendo el rol docente como protagonista de dispositivos didácticos significativos que pongan en juego tanto el “saber” cómo el “saber hacer” y buscando de manera conjunta alternativas de intervención que contribuyan a mejorar los aprendizajes.

Palabras clave: Estrategias; Fracción; Intercambio.

Introducción

La propuesta se diseña bajo la modalidad de taller, con la intención de ampliar o reelaborar conocimientos sobre la problemática cuando debemos trabajar y/o construir la noción de fracción positiva¹ en la escuela y los inconvenientes que surgen a la hora de interpretarla, pues; no se trata de enseñar Matemática a profesores, *“sino de intentar construir una nueva relación con ellas”* (Novembre, 2013, p255). Es pos de articular los contenidos matemáticos y didácticos, que nos permita reflexionar sobre lo actuado para tomar decisiones con la intención de reorientar la enseñanza de la fracción en la escuela y favorecer la construcción de conocimientos de los alumnos.

Sin pretensiones de exhaustividad respecto a los programas de estudio y diseños curriculares a nivel provincial y nacional debemos mencionar que en Argentina se encuentran en un proceso de cambio, modificaciones y en la búsqueda continua de estrategias, modelos y metodologías pedagógicas didácticas que permitan revertir la persistente insatisfacción de los resultados en el área de Matemática en particular, tanto a nivel primario como secundario. Estos resultados surgen del operativo Aprender, dispositivo de evaluación nacional elaborado por el Ministerio de Educación de nuestro país, con el objetivo de relevar información oportuna y de calidad sobre los logros alcanzados y los desafíos pendientes del sistema educativo. Por otro lado, mencionar que es reciente en Argentina la extensión de la obligatoriedad de la educación secundaria, sanción que se llevó a cabo a fines del año 2.006 bajo la denominación “Ley de Educación Nacional N° 26.206”.

Numerosos y diversas son las investigaciones que hacen referencia al trabajo áulico con números racionales y sobre el desarrollo de la noción de fracción en nuestro país. Existen producciones que analizan y orientan la didáctica de su enseñanza en la escuela, trabajos que proponen estrategias para poder lograr un aprendizaje relevante y experiencias que promueven la identificación de “las dificultades en el aprendizaje”. Encuentros entre docentes donde se abordan situaciones problemáticas que lleven a reflexionar acerca de los diferentes aspectos que deben ser trabajados, de la secuencia en que deben ser presentados, y del nivel de conceptualización al que deben llegar los estudiantes en los diferentes años de escolaridad obligatoria.

Entendemos que el taller será un espacio que permite configurar, según lo denominada por (Lerner, Stella, & Torres, 2009), un contexto de doble conceptualización. En donde se proponen la producción de escenarios formativos que den paso a la producción de ideas que son a la vez Matemáticas y didácticas. Matemáticas porque suponen que se ponen en juego conocimientos y formas de hacer propias de esta disciplina, y didácticas porque se cruzan por la intención de enseñanza.

En síntesis, se busca analizar actividades que poniendo el foco en la enseñanza nos permita deconstruir concepciones, construir nuevas miradas y sentidos de los conocimientos didácticos relacionados con la fracción en particular, concepto que responde a diferentes

¹ A partir de ahora, cada vez que mencionemos fracción o número racional se refiere a fracción positiva.

interpretaciones y se utiliza en situaciones problemáticas de orígenes distintos. Ahora, surge el desafío de preguntarnos cuáles de estos problemas podrían ser verosímiles para nuestros alumnos de manera que les permitiera utilizar las fracciones como herramientas para su resolución.

Definición y relevancia del tema a desarrollar en el taller

Antecedentes en Argentina de noción de fracción

Dentro del núcleo estructurante “Número y Operaciones”, se ha observado que nuestros alumnos presentan dificultades al resolver problemas y operar en el Conjunto de los Números Racionales, uno de los saberes básicos fundamentales que inicia en la escuela primaria y continua a lo largo de la escuela secundaria. Este conocimiento se propone desde los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (NAP) y los diseños curriculares provinciales.

Como se expresa en los cuadernos para el aula²

La mayoría de las nociones matemáticas que se enseñan en la escuela llevan mucho tiempo de elaboración, por lo que es necesario delinear un recorrido precisando el punto de partida y atendiendo al alcance progresivo que debiera tener el tratamiento de las nociones en el aula. (Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología, 2007)

Nuestro Diseño Curricular se organiza bajo los aportes de la didáctica de la Matemática de la escuela francesa, contempla el modo de hacer y pensar de la Matemática como característica del trabajo que se debe promover en las aulas. Se sostiene que “se aprende matemática haciendo matemática” (Charlot, 2020/03), en el sentido de involucrarse en un proceso de producción matemática, como lo que hacen los científicos. Charlot problematiza la visión sobre la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina que entiende las Matemáticas como abstractas, complejas, accesibles a pocos, afirmando que aprender Matemáticas es para todos. Además, toma aportes teóricos la Teoría de las Situaciones Didácticas de (Brousseau, s.f.) “entiende las matemáticas como un producto cultural y concibe el aula como un espacio de producción de conocimientos, lo que significa establecer nuevas relaciones e ideas matemáticas, transformando y reorganizando otras, validándose siempre”. Esto significa que es necesario que los alumnos puedan apoyarse en construcciones conocidas para lograr aprendizajes nuevos: este trabajo implica un delicado equilibrio entre lo conocido y lo nuevo. También adhiere a las contribuciones de la Teoría de Campos Conceptuales de Gérard Vergnaud, donde se toma la idea del aprendizaje teniendo en cuenta la relación entre el conocimiento matemático y el sentido de este, así como el campo conceptual de las estructuras aditivas y multiplicativas.

Este campo numérico de marcada presencia curricular y de variados soportes de acompañamiento en las decisiones pedagógicas, sigue constituyéndose en un tema de alta complejidad y sus niveles de logro apenas si llegan a la comprensión de los conceptos más básicos y elementales en nuestras escuelas.

² La Serie de Cuadernos para el Aula son un instrumento de diálogo sobre procesos pedagógicos, creado desde el Ministerio de Educación de la Nación en un largo proceso abarcando los diferentes ciclos de la escolaridad.

Desde el segundo ciclo de la escuela primaria los estudiantes tienen acceso a los racionales, quizás uno de los aspectos más complejo de su abordaje tenga que ver con los múltiples significados que encierra su utilización. Las fracciones pueden ser el resultado de un reparto, de una medición, de una relación entre partes y entero, pueden indicar un porcentaje, una constante en un problema de proporcionalidad, etcétera.

Alicia de Camilloni, en su libro “Saber Didáctico” afirma:

...El conocimiento del docente es un conocimiento especializado que se construye en la práctica y se nutre de la teoría y la reflexión... La idoneidad del conocimiento del docente es fundamental para garantizar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje (De Camilloni, 2007).

Esto conlleva la necesidad de generar espacios y oportunidades para reflexionar sobre las prácticas de enseñanza más adecuadas para una educación que responda a las características de la sociedad contemporánea, que contribuya al trabajo colaborativo y a la conformación de comunidades de aprendizaje entre docentes. En este sentido, el taller propone trabajar entre y con docentes, para analizar y consolidar aquellos problemas que garanticen los aprendizajes fundamentales relacionados a la noción de fracción.

Referencial teórico

Desde la perspectiva de la Serie de Cuadernos para el aula Matemática 6, las concepciones numéricas constituyen una de las construcciones cognitivas más importantes de la escolaridad. La apropiación de los conocimientos numéricos es un proceso largo y complejo. Al respecto, Gerard Vergnaud, psicólogo dedicado al aprendizaje matemático, afirma:

Si las propiedades más elementales del concepto de número comienzan a ser comprendidas a la edad de 3 o 4 años, la plena comprensión de los números relativos (los enteros) y de los números racionales no está adquirida para la mayoría de los alumnos de 15 años; y es bien claro que les queda a los alumnos un largo camino por recorrer aún, para comprender todas las propiedades de los números reales (Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología, 2014, pág. 39)

Los números racionales son utilizados desde la antigüedad, tal como lo muestra el papiro de Rhind, el documento más antiguo que existe de las Matemáticas egipcias, donde aparecen operaciones aritméticas que incluyen números racionales como fracciones unitarias en problemas de medida y de reparto. Después de una larga evolución, pasando por las notaciones de Al Kashi, Stevin, Burgüi y Napier (Ruiz 2011): los números racionales se han expresado de dos formas diferentes, en forma de fracción, y con notación decimal (Valero Ortega, 2012).

La representación de éstos en forma de fracción es la más habitual en nuestros libros de texto, de allí que la mayoría de los problemas en la enseñanza y aprendizaje de los racionales surgen en este aspecto, donde pareciera ser el problema tan antiguo como dichos números. Una mirada sobre el origen de las fracciones nos permite reconocer qué problemas permitieron resolver, identificar diferentes significados de las fracciones como objeto de enseñanza y focalizar las decisiones didácticas al abordar planificaciones que permitan enriquecer la experiencia educativa.

Las planificaciones docentes son los documentos propuestos en las materias que revisten especial importancia, por su carácter de instrumento normativo constituyen una herramienta para la tarea del profesor al establecer lineamientos de trabajo común y organizar la propuesta formativa alrededor de propósitos explícitos. Además, deben constituir prácticas educativas que procuren una actividad matemática, que le permita al alumno desarrollar autonomía intelectual frente a sus procesos de aprendizaje.

Para referirnos a la propuesta de trabajo basado en la Construcción de la Noción de Fracción en la escuela, es necesario tomar en cuenta conceptos relevantes, precisar desde qué perspectiva hablamos de “concepciones” y “significados”. Lo relevante de considerar la idea de “concepción” es que:

pone en evidencia la pluralidad de los puntos de vista posibles sobre un mismo objeto matemático, diferenciando las representaciones y modos de tratamiento que están asociados a ellas, y su adaptación más o menos buena a la resolución de una u otra clase de problemas. (Artigue, 1989, pág. 33)

Cuando Gerard Vergnaud (1982) presenta la idea de concepción, al considerar el aprendizaje de una noción refiriéndose a los sujetos que aprenden, incluye componentes tanto del saber cómo del saber hacer. En este sentido, tanto Vergnaud como Artigue consideran una “concepción” como un estado cognitivo global, tal como lo expresa Ruiz Higuera (1998, p36) que “da cuenta del estado de los conocimientos de un alumno en relación a un concepto” (Agrasar, Chara, Chemello, & Crippa, 2005)

Teniendo en cuenta los Diseños Curriculares provinciales y los NAP, el conjunto de situaciones-problema que dan sentido a un concepto para un alumno—según lo entienden Vergnaud y Artigue— es un grupo de problemas que comparten un mismo “significado” (Agrasar, Chara, Chemello, & Crippa, 2005).

Si ofrecemos la oportunidad a los alumnos que resuelvan distintos conjuntos de problemas que comparten el mismo significado de un concepto, los alumnos irán estableciendo relaciones entre ellos y, luego, nuevas relaciones entre los diferentes significados. (Agrasar, Chara, Chemello, & Crippa, 2005), sostienen que:

El conjunto de significados de los conceptos formará parte de las concepciones globales que los sujetos construyan sobre dichos conceptos. En consecuencia, aunque el “significado” se refiere al objeto de enseñanza y la “concepción global”, al concepto tal como lo piensa el alumno, ambas nociones son próximas, en tanto aluden a diferentes puntos de vista sobre los objetos matemáticos...En nuestra tradición escolar, esta enseñanza frecuentemente se orienta al dominio de reglas cuya fundamentación se desconoce, no solo por los estudiantes sino también, muchas veces, por los propios maestros y profesores (Agrasar, Chara, Chemello, & Crippa),

Una presentación lineal donde cada concepto debe ser definido para dar paso al siguiente, por ejemplo: definición de fracción, clasificación, comparación y equivalencia etc.; pareciera que existe el supuesto según el cual Broitman sostiene que, “en la medida en que se reduzca el campo de decisiones que los alumnos tienen que tomar menos posibilidades de error tendrán sus

producciones” (Castedo, Broitman, & Siede, 2021). Esta presentación única y acabada no solo empobrece significativamente el objeto de enseñanza, sino que lo complejiza aún más.

Cuando los estudiantes empiezan abordar el estudio sistemático de fracciones en la escuela tienen una amplia y robusta experiencia con los números naturales, este recorrido será el punto de apoyo para extender gradualmente el campo numérico y simultáneamente un obstáculo frente al desafío de comprender el funcionamiento de estos nuevos números, las certezas construidas parecieron derrumbarse.

Como ocurre con cualquier concepto matemático, usos diferentes muestran aspectos diferentes. Las fracciones pueden aludir a múltiples puntos de vista:

- ser el resultado de un reparto y quedar, en consecuencia, ligado al cociente entre naturales;
- ser el resultado de una medición y, por tanto, remitirnos a establecer una relación con la unidad;
- expresar una constante de proporcionalidad; en particular esa constante puede tener un significado preciso en función del contexto (escala, porcentaje, velocidad, densidad...);
- ser la manera de indicar la relación entre las partes que forman un todo; continuo o discreto
- se convierte en operador de una cantidad n cuando la cantidad resultante se obtiene multiplicando o dividiendo a n

Estos significados permiten trabajar en la clase con una variedad de fracciones (mayores y menores que la unidad, iguales a enteros) sin necesidad de clasificarlas. El abordaje que cada docente propone en sus clases es indicador del significado que le otorga al contenido fracción, y que enseña a sus alumnos. En este contexto, señala Díaz, A. (1998, p.4) que:

para que los alumnos puedan entender cuál es el sentido y la función de las fracciones, es necesario plantearles situaciones en que éstas adquieran distintos significados. Existe una amplia variedad de temas posibles de vincular con la noción de fracción que es bueno que el docente incluya al planificar sus clases, por ejemplo, las relaciones con proporciones, probabilidad, porcentaje, ya que la mayor parte de las veces sólo se la concibe como expresión de una parte perteneciente a un todo. (Ministerio de Educacion, Ciencia y Tecnologia de la Nacion, 2007)

Es posible señalar algunos puntos de partida para su enseñanza, como son la significatividad y el sentido, los problemas y contextos donde se enseña. Tal como sostiene Chemello G (1998, p.2): "los alumnos realizan aprendizajes significativos cuando pueden relacionar los nuevos conocimientos a aprender con otros que ya poseen, de modo que al proponerles una situación es necesario conocer sus conocimientos anteriores" (Ministerio de Educacion, Ciencia y Tecnologia de la Nacion, 2007)

Finalmente, pensar en la organización de las fracciones en la escuela tomando como criterio los ámbitos de funcionamiento del concepto, sin perder de vista otros, como la relación con los conocimientos anteriores, las herramientas, propiedades, relaciones y formas de “hacer” (calcular) que permiten manipular estos números, etcétera, altera el orden de presentación de muchos proyectos educativos asumiendo que el recorte del saber que se imparte en cada institución (y muchas veces, de cada docente de un mismo curso en una misma institución) es propio y específico de cada una según los contextos de enseñanza.

Considerando los aportes didácticos, respetando el rol docente, recuperando elementos teóricos, conceptuales y metodológicos sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la fracción en la escuela, proponemos este taller.

Estrategia para desarrollar el taller

Las actividades propuestas en el taller responden a un conjunto de situaciones problemáticas que dan cuenta de los distintos significados de la fracción entendiendo que la noción se enriquece a medida que se los transita. Un trabajo simultáneo sobre los diversos sentidos y los aspectos internos propios del contenido, relaciones, propiedades, técnicas, etc.

Las propuestas de trabajo por presentar remiten a una colección de problemas en distintos contextos sobre la enseñanza de fracciones en la escuela, ligados a instalar un clima de exploración en un espacio de debate e intercambio, habilitando el despliegue y discusión de diferentes procedimientos, analizando posibles variables didácticas, así como una reflexión sobre los posibles errores didácticos, conformando este escenario un verdadero desafío a la hora de pensar su enseñanza y aprendizaje.

La modalidad de trabajo propuesta es grupal, como parte de dichas actividades se adjuntará un material didáctica elaborado por las talleristas, con las actividades a desarrollar y las pautas necesarias para analizar aspectos como: el conocimiento matemático necesario que se debe tener previo para realizar la actividad, la (s) capacidad(es) puesta en juego en el desarrollo, los procesos matemáticos que se pueden activar con dicha actividad, dificultades que pueden tener los estudiantes al efectuar las actividades, los errores que pueden cometer y el papel que debe tener un docente dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje del tema en cuestión y al utilizar las actividades planteadas.

Se adjunta una de las actividades a modo de ejemplo.

Actividad:

Para Hacer pintura de color gris se usaron 2 litros de pintura blanca por cada 3 litros de pintura negra

- Complete la tabla adjunta para saber cuánto de cada pintura es necesario para lograr el mismo tono de gris.
- Si se usan 5 litros de blanco por cada 6 de negro, ¿es verdad que la pintura será más oscura?

Tabla 1

Preparación de pintura Gris. Litros de Pintura blanca y negra

Litros de pintura blanca	2	3	6	10	20
Litros de pintura negra	3				

Nota 1. Elaborado a partir de “-Fracciones en 2° ciclo PRIMARIA-Aportes para su enseñanza”, por (Broitman, 14 de Octubre de 2020)

Con este taller se pretende analizar propuestas de trabajo que den cuenta de los distintos sentidos de la fracción en los últimos años de la escuela primaria y la escuela secundaria, según lo marcan los diseños en nuestro país. Esperamos generar un espacio de reflexión entre docentes e investigadores que nos permita profundizar sobre los aspectos relevantes del contenido propuesto. Por otro lado, este taller está orientado y diseñado para el trabajo con docente en ejercicio de educación primaria y secundaria, teniendo en cuenta las actividades seleccionadas.

Para su organización se proponen cuatro momentos:

Primer momento: introducción de la temática, presentación del objetivo del taller y de la dinámica de trabajo. Tiempo aproximado para este momento 15 minutos.

Segundo momento: trabajo grupal, presentación y desarrollo de las actividades. Tiempo aproximado de 50 minutos

Tercer momento: Puesta en común de los resultados y conclusiones obtenidas en cada grupo. Tiempo aproximado 15 minutos

Cuarto momento: cierre del taller, reflexión final sobre lo trabajado. Tiempo aproximado 10 minutos.

Referencias y bibliografía

- Agrasar, M., Chara, S., Chemello, G., & Crippa, A. (2005). *Concepciones de los números racionales: sus implicaciones en la enseñanza*. Obtenido de Dirección General de Educación Superior Salta: https://dges-sal.infed.edu.ar/sitio/upload/Matematica_Clase_8_Modulo_3.pdf
- Artigue, M. (1989). *Epistemología y Didáctica*.
- Broitman, C. (14 de Octubre de 2020). Fraccopnes en 2° ciclo Primaria- Aportes para su enseñanza. *Conversatorio a cargo de Claudia Broitman*. Buenos Aires: Dirección General de Escuelas y Cultura. https://youtu.be/xvwyN4ytI5Y?si=_U209rrVEHGIxoZ5
- Brousseau, G. (s.f.). *Teoría de las situaciones Didácticas*. Obtenido de infed.edu.ar: <https://inscastelli-cha.infed.edu.ar/sitio/documentos-didacticos/upload/teoradelassituacionesdidcticasdeguybrousseau-120510115759-phpapp01.pdf>
- Castedo, M., Broitman, C., & Siede, I. (. (2021). *Enseñar en la diversidad: Una investigación en escuelas plurigrados primarias*. Obtenido de Memoria Académica: <https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/libros/pm.4641/pm.4641.pdf>
- Charlot, B. (2020/03). *La epistemología implícita en las prácticas de las matemáticas*. Obtenido de ISFD N° 112: <https://isfd112-bue.infed.edu.ar/sitio/wp-content/uploads/2020/03/01-Articulo-de-Charlot-traducido.pdf>
- De Camilloni, A. (2007). *El Saber Didáctico*. Buenos Aires: Paidós.
- Lerner, D., Paula, S., & Torres, M. (2009). *Situaciones de doble conceptualización - La formación docente en lectura y escritura*. Buenos Aires: Paidós.
- Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología. (10 de Diciembre de 2014). *Cuaderno para el Aula Matemática 6*. Obtenido de Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología: <https://es.slideshare.net/slideshow/matematica06-42594524/42594524>
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. (2007). *Cuadernos para el aula Matemática 5*. Obtenido de Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación: <http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001100.pdf>
- November, A. (2013). Aprendizajes matemáticos y didácticos de los docentes en instancias de capacitación. En A. November, *Matemática en la escuela primaria II* (pág. 255). Buenos Aires: Paidós.
- Rodríguez Luna, M. E. - El taller: una estrategia para aprender, enseñar e investigar. [documento Pdf]
- Valero Ortega, S. P. (2012). *Diseño e implementación de Material Didáctico para la enseñanza y aprendizaje Operacional del conjunto de Números racionales en 7°*. Obtenido de Comunidad Virtual enjambre: <http://www.enjambre.gov.co/enjambre/file/download/190421174>



Dificuldades em Números e Operações: Proposta de intervenção a partir de resultados das avaliações externas

Rosana Soares **Pinheiro**

Universidade Luterana do Brasil

Brasil

pfrosana@gmail.com

Claudia Lisete Oliveira **Groenwald**

Universidade Luterana do Brasil

Brasil

claudiag@ulbra.br

Resumo

Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa de doutorado realizada com estudantes do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública brasileira, com foco nas dificuldades em “Números e Operações” na disciplina de Matemática. A investigação analisa as questões aplicadas em 2023 pelo Sistema de Avaliação da Educação Municipal (SAEM) no município em que a escola investigada está localizada e, que monitora o processo educacional por meio de avaliações anuais em Língua Portuguesa e Matemática. O estudo analisa o eixo “Números e Operações”, categorizando as questões conforme a demanda cognitiva, com base em Smith e Stein (1998). A pesquisa contribui para o desenvolvimento de estratégias didáticas voltadas para a recomposição das aprendizagens relacionadas à temática. Os resultados buscam fornecer subsídios para um ensino de Matemática direcionado e eficaz, ajustado às necessidades reveladas pelas avaliações internas e externas.

Palavras-chave: Avaliações Externas; Demanda Cognitiva; Ensino Fundamental; Números e Operações; Recomposição de aprendizagens;

Introdução

A avaliação externa da Educação Básica no Brasil, implementada nos últimos 15 anos, envolve tanto as Escolas quanto os Sistemas de Ensino, e tem proporcionado extensos debates entre gestores educacionais, professores e pesquisadores. No centro dessas discussões estão questões relacionadas à qualidade da educação, às métricas utilizadas, à responsabilização pelos resultados e à prestação de contas (Neto, 2010). Segundo o autor, esses temas ganham destaque quando se debate a importância dos resultados para promover melhorias no Sistema Educacional.

Nesse cenário, a Prefeitura Municipal de Canoas, no estado do Rio Grande do Sul, Brasil, instituiu, por meio do Decreto nº 832 de 11 de agosto de 2009, o Sistema de Avaliação da Educação Municipal (SAEM). O SAEM foi criado para auxiliar a Secretaria Municipal de Educação (SME), a rede de escolas e os demais envolvidos no processo educacional, a gerar informações precisas sobre a qualidade da educação em Canoas (Canoas, 2009). O programa visa avaliar e monitorar continuamente o processo educacional de forma sistemática, por meio da cooperação técnica entre o Município de Canoas e o Ministério da Educação (Canoas, 2009), com o objetivo de aprimorar o ensino e a aprendizagem com base na análise dos dados coletados pelas avaliações.

Neste artigo, apresentam-se algumas questões aplicadas no SAEM, em Matemática, com a temática Números e Operações, classificadas de acordo com a Demanda Cognitiva (Smith e Stein, 1998). Segundo o documento elaborado pelo NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) denominado Princípios e Normas para a Matemática Escolar (APM, 2008, p. 34) “a compreensão dos números e das operações, o desenvolvimento do sentido do número e a aquisição de destreza no cálculo aritmético constituem o cerne da educação Matemática para os primeiros anos do ensino básico” A investigação analisou os índices avaliativos dos estudantes de Canoas, principalmente dos estudantes participantes da pesquisa, do instrumento avaliativo da rede chamado de Canoas Avalia. As análises fizeram parte das ações para propor uma sequência de estudos para recomposição de aprendizagem relacionados ao tema Números e Operações em turno inverso para os estudantes da escola.

Canoas Avalia e o tipo de questões de acordo com a Demanda Cognitiva

Para Soares e Xavier (2013), a União, os Estados e os Municípios brasileiros têm adotado cada vez mais o desempenho dos estudantes em avaliações externas de aprendizagem como base para a formulação de suas políticas educacionais. Esses resultados, por sua vez, são agregados em indicadores globais de qualidade da Educação, sendo o mais proeminente o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB¹). Para os autores, a introdução dos índices do IDEB colocou no centro do debate a ideia de que, atualmente, os sistemas educacionais brasileiros devem ser avaliados tanto pelo aprendizado e pela trajetória escolar dos estudantes, quanto pelos processos de ensino e gestão. A Figura 1 mostra como o índice do IDEB é calculado:

Como é calculado o IDEB? Com base no aprendizado dos alunos: a soma de Português e Matemática divididos por dois, multiplicado pela taxa de aprovação que resulta a nota do IDEB.	$\frac{(\text{Port.} + \text{Mat.})}{2} \times \text{Taxa de Aprovação} = \text{IDEB}$
---	--

Figura 1. Cálculo do IDEB. Fonte: Adaptado de QEdu² (2024).

¹ IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, criado em 2006, pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), formulado para medir a qualidade do aprendizado nacional e estabelecer metas para a melhoria do ensino. Acesso em 31.08.2024 em <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/ideb>

² O QEdu é um portal de dados educacionais. O projeto foi idealizado pela Meritt e pela Fundação Lemann em 2012 e está sob a gestão do Interdisciplinaridade e Evidências no Debate Educacional (IEDE) desde 2020. Composto por diversas plataformas, o QEdu reúne os principais indicadores da educação brasileira, que podem ser consultados nos níveis País, estados, municípios e escolas. Traz também dados do acesso ao trabalho e ensino da juventude brasileira, além de reunir informações de avaliações internacionais, permitindo a comparação com diversos países, entre outras funções. Acesso em 31.08.2024 em <https://qedu.org.br/>

Segundo Amaro (2013), em relação a avaliação do IDEB:

A avaliação, em qualquer contexto, provoca reações controversas e é impossível mascarar que interfere nas expectativas, por vezes ambíguas e contraditórias, principalmente quando se estabelece como fim a comparação entre pessoas e instituições. Assim, é preciso compreender que a escola deve lançar mão das informações fornecidas pelo Ideb para comparar a si mesma, seus resultados ano a ano, e para provocar a necessidade de promover sua avaliação institucional (Amaro, 2013, p. 32).

Freitas et al. (2009) salientam que os resultados de avaliações externas podem fornecer informações relevantes sobre o desempenho dos estudantes, o trabalho dos professores, o funcionamento da escola e as condições de trabalho. A seguir, a Tabela 1, apresenta os índices do IDEB das escolas Públicas e Municipais da cidade de Canoas, local onde a pesquisa foi aplicada.

Tabela 1

Índices do IDEB da cidade Canoas nas redes Pública e Municipal. Fonte: INEP (2024).

ANO	REDE	NÍVEL ESCOLAR	ÍNDICE DO IDEB
2023	Pública	Anos Iniciais	5,4
2023	Pública	Anos Finais	4,7
2023	Municipal	Anos Iniciais	5,4
2023	Municipal	Anos Finais	4,7

Fonte: Smith e Stein (1998).

A Tabela 1 demonstra que os índices da rede Municipal e da rede em geral Pública, da cidade de Canoas, foram os mesmos, para os anos iniciais e anos finais. Faz-se necessário apontar, que o número de estudantes matriculados na cidade de Canoas, segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2024) em 2023, foi de 44.446 estudantes. A partir dos índices anteriores destacados, com os resultados do IDEB de 2023 em diferentes níveis e regiões, entende-se que há necessidade de pensar estratégias e caminhos para melhorar o desempenho dos estudantes, já que a meta do IDBE é nota 6. Ao incluir os índices das avaliações externas, evidencia-se que essas avaliações não apenas identificam pontos fortes e áreas de melhoria, mas também fornecem uma base sólida para análises comparativas, ajudando a compreender as desigualdades e as necessidades de intervenção em diferentes cenários educacionais.

Tipo de Tarefas de acordo com a Demanda Cognitiva

As atividades escolhidas pelo professor para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem devem contribuir para que os estudantes mobilizem os conhecimentos que já possuem e para que os auxiliem a superar suas dificuldades. Essas exigências mentais que os estudantes mobilizam no ato da aprendizagem podem ser classificadas de acordo com o nível de Demanda Cognitiva. Penalva e Llinares (2011) destacam que atividade é um conjunto de tarefas a serem desenvolvidas pelos estudantes e que procedimentos são as formas de realização das tarefas. As tarefas, como por exemplo, dos livros didáticos ou apresentados pelo professor em aula “diz respeito a todo e qualquer tipo de proposta, ofertada por esses materiais, a ser resolvida pelo estudante” (Litoldo, 2021, p. 101). Smith e Stein (1998) classificam as tarefas em quatro níveis de Demanda Cognitiva: tarefas que exigem a memorização (Nível 1); tarefas que usam

procedimentos sem conexão (Nível 2); tarefas que utilizam procedimentos com conexão (Nível 3); tarefas que exigem o “fazer Matemática” (Nível 4). De acordo com Smith e Stein (1998) as características de cada nível são as descritas a seguir na Tabela 2.

Tabela 2

Elaborado pela Autora. Fonte: Smith e Stein (1998).

TAREFAS DE NÍVEL 1	São tarefas que envolvem a reprodução de fórmulas e regras com memorização, sem reflexões sobre as definições que estão sendo vistas.
TAREFAS DE NÍVEL 2	São tarefas que exigem recurso por algoritmo, focada na obtenção das respostas que ainda não fazem conexão com os conceitos matemáticos.
TAREFAS DE NÍVEL 3	São tarefas que estão intimamente relacionadas com os conceitos ou procedimentos buscando a compreensão destes, apresentando claras conexões com as ideias ao subvalorizar o algoritmo, pois o êxito se dará pela exigência de algum grau de esforço cognitivo.
TAREFAS DE NÍVEL 4	São tarefas que exigem um alto esforço cognitivo, pois executam a tarefa por conhecerem e apresentarem a compreensão conceitual da Matemática, verificado pelo pensamento complexo e muito distante do algoritmo em questões que não apresentam um indicativo de qual recurso deverá ser usado, sem uma instrução prévia.

Fonte: Smith e Stein (1998).

As questões que envolveram a Avaliação de Matemática do Canoas Avalia do ano de 2023, aplicados aos estudantes da rede municipal de Canoas, que estão apresentados na sequência, foram classificadas à luz dos quatro níveis da Demanda Cognitiva de acordo com Smith e Stein (1998). Entende-se que os resultados podem auxiliar e subsidiar os professores para um planejamento adequado ao nível dos estudantes.

Análise dos Dados do Canoas Avalia 2023 e as Tarefas Matemáticas de acordo com as Demandas Cognitivas

Apresentam-se, os resultados do desempenho no Canoas Avalia dos estudantes do 3º ao 9º ano da escola onde a pesquisa foi realizada. Salienta-se que os dados apresentados são da primeira avaliação, chamada de Avaliação Diagnóstica e da terceira avaliação ao final do ano letivo de 2023, chamada de Avaliação Final. A Avaliação Diagnóstica visa dar suporte para ajustar metodologias mais adequadas à realidade. Para Luckesi (2000, p. 09), “[...] para avaliar, o primeiro ato básico é o de diagnosticar, que implica, como seu primeiro passo, coletar dados relevantes, que configurem o estado de aprendizagem do educando ou dos educandos”. Apresenta-se, na Tabela 3, o Relatório Geral de Acertos das Avaliações Diagnósticas de Matemática dos estudantes onde a pesquisa foi realizada.

Tabela 3

Relatório Geral de Acertos das Aval. Diagnósticas – Mat. - Canoas Avalia -2023.

RELATÓRIO GERAL DE ACERTOS	
ANOS	MATEMÁTICA
3º ANO	54,51%
4º ANO	49,16%
5º ANO	49,52%
6º ANO	57,02%
7º ANO	48,14%
8º ANO	39,14%
9º ANO	57,13%

Fonte: Canoas (2023).

O percentual apresentado refere-se ao total das dez questões que fazem parte da avaliação de Matemática. Observa-se, que as turmas de 9º ano obtiveram o maior desempenho, com 57,12% do total de acertos na avaliação total de Matemática, e com menor índice de acertos foram as turmas do 8º ano com 39,14%. A seguir, apresentam-se algumas questões da Avaliação Diagnóstica de Matemática do 7º ano do Canoas Avalia que envolveram a temática Números e Operações. Destaca-se que, das dez questões que compuseram a avaliação do 7º ano, oito delas referem-se às habilidades que envolvem Números e Operações. O Quadro 1 apresenta as questões 1, 2 e 4, com seus níveis conforme a Demanda Cognitiva e as habilidades conforme o Referencial Curricular de Canoas ³ (RCC).

Segundo o site PS Verso, os 10 jogos mais jogados no mundo até o mês de setembro de 2022, estão listados na tabela abaixo.



JOGOS	JOGADORES (MILHÕES)
Minecraft	140
Fortnite	12
Free Fire	50
Roblox	199
Call of Duty: Warzone	100
Subway Surfers	27
Clash Royale	14
Hearthstone	30
PUBG	100
Apex Legends	100

Fonte: <https://psverso.com.br/listas/jogos-mais-jogados-do-mundo/> Acesso em 22 de novembro de 2022.

1. Quantos jogadores foram considerados nesta tabela?

A) 472 milhões
B) 572 milhões
C) 700 milhões
D) 752 milhões
E) 772 milhões

Nível 1

2. Quantos jogadores de Roblox há a mais do que jogadores de Minecraft?

A) 49 milhões
B) 50 milhões
C) 59 milhões
D) 199 milhões
E) 339 milhões

Nível 2

4. Catarina está economizando para comprar o celular da imagem abaixo, mas só conseguiu economizar R\$300,00, então a opção que pensou é dar esse valor de entrada e dividir o restante em 5 parcelas iguais. Nessas condições, qual o valor da parcela que Catarina pagará?



Smartphone Xiaomi Redmi Note 11
Octa Core 128 GB
4 GB Camera Quadrupla
R\$ 1.595,00

Fonte: <https://www.americanas.com.br/produto/802562828> / Acesso em 22 de novembro de 2022.

A) R\$ 240,00 B) R\$ 259,00
C) R\$ 300,00 D) R\$ 319,00
E) R\$ 1.595,00

Nível 3

1-(EF06MA03) e 2-(EF06MA03) Resolver, interpretar e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. **4- (EF06MA03)** Resolver, interpretar e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

Quadro 1: Tarefas Matemáticas do Canoas Avalia – 7º ano. Fonte: Canoas Avalia (2023)

As Avaliações Finais fornecem uma avaliação geral do aprendizado do estudante ao longo de um período. As Avaliações Finais do Canoas Avalia que foram aplicados na rede contribuíram para que se obtivessem informações sobre o progresso e o desempenho dos estudantes. Apresenta-se, na Tabela 4, o Relatório Geral de Acertos das Avaliações Finais de Matemática da Escola Municipal, onde a pesquisa foi realizada.

Tabela 4

Relatório Geral de Acertos das Aval. Finais –Mat. - Canoas Avalia -2023.

RELATÓRIO GERAL DE ACERTOS	
ANOS	MATEMÁTICA
3º ANO	53,89%
4º ANO	51,86%
6º ANO	47,89%
7º ANO	43,46%
8º ANO	57,61%

Fonte: Canoas (2023).

³ O documento, além de cumprir com a questão legal, tem como principal objetivo orientar o conjunto de aprendizagens essenciais para os estudantes das escolas do Sistema Municipal de Ensino e servirá para o estabelecimento das diretrizes que orientarão a organização, construção e/ou reelaboração de seus currículos, Projetos Político-Pedagógicos, Planos de Estudos e demais documentos das escolas (Referencial Curricular de Canoas, p.3, 2018).

Ressalta-se que os dados das turmas de 5º e 9º ano não aparecem na tabela, pois esses níveis participam de outras avaliações em âmbito federal. Observa-se, entre os dados apresentados, que as turmas de 8º ano obtiveram o maior desempenho no número de acertos, com 57,61%, enquanto as turmas de 7º ano apresentaram o menor índice de acertos na Avaliação Final. Nota-se ainda que os índices de acertos das turmas de 8º ano aumentaram consideravelmente da Avaliação Diagnóstica para a Avaliação Final, com um acréscimo de 18,67%, superando 50% de acertos nas questões.

Espaços de Recomposições de aprendizagens como estratégia de avanço educacional.

Diante das análises referidas, a pesquisa tem por objetivo apresentar uma proposta de recomposição das aprendizagens em Números e Operações no Ensino Fundamental, investigando o desempenho dos estudantes em relação aos conteúdos propostos, bem como validar a sequência de atividades e as ações planejadas a serem desenvolvidas com recursos didáticos. Dentro das ações da pesquisa, uma delas foi a construção de recursos didáticos, organizados na forma de PowerPoint, envolvendo conceitos sobre Números e Operações, nos quais os estudantes tiveram a oportunidade de revisar no turno inverso, com a monitoria da pesquisadora. O experimento foi aplicado em estudantes do 6º e 7º ano. Foram 17 estudantes em nível de 6º ano e 15 estudantes em nível de 7º ano. Nesse artigo, serão apresentadas as análises referentes aos estudantes do 7º ano. Espaços de recomposição são fundamentais para que estudantes tenham a oportunidade de identificar e sanar lacunas de aprendizagens específicas. Como preconiza o Pacto Nacional pela Recomposição das Aprendizagens que considera “recomposição de aprendizagens - conjunto de práticas pedagógicas e de gestão educacional que visam garantir os direitos de aprendizagem e de desenvolvimento dos estudantes” (Brasil, 2025, p.1).

Os materiais para recomposição das aprendizagens foram direcionados e organizados de maneira progressiva, preparando os estudantes para acompanhar os próximos conceitos envolvendo Números e Operações. Os estudantes participantes contaram com o auxílio individualizado da pesquisadora, que pôde fazer as intervenções específicas quando necessário, proporcionando um ambiente seguro e acolhedor. A sequência contou com seis materiais para recomposição das aprendizagens, assim distribuídos: 1 Números Inteiros- Conceito; 2 Comparação de Números Naturais; 3 Problemas envolvendo Adição de Números Inteiros; 4 Problemas envolvendo Subtração de Números Inteiros; 5 Problemas envolvendo Multiplicação e Divisão de Números Naturais; 6 Problemas envolvendo Adição e Subtração de Números Fracionários. Para verificar o desempenho dos estudantes, após o estudo dos materiais, foi disponibilizado atividades/trilhas no google formulários, com questões abertas e fechadas. A seguir, são apresentados na Tabela 5 os resultados do grupo de estudos nas quatro trilhas, indicando o percentual de estudantes com nota superior ou igual a 60%.

Tabela 5

Percentual de desempenho dos estudantes com nota superior ou igual a 60%.

TRILHA	CONCEITOS ESTUDADOS	PERCENTUAL DE ESTUDANTES COM NOTA SUPERIOR OU IGUAL 60%
1	CONCEITO E COMPARAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS	72%
2	OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS (ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO)	86%
3	OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS (MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO)	14%
4	OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS (ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO)	14%

Fonte: Arquivo da Autora.

Observa-se que os estudantes do grupo de estudos do 7º ano obtiveram menor desempenho em duas trilhas, uma envolvendo operações de multiplicação e divisão de Números Inteiros e a outra trilha com adição e subtração de Números Racionais, especialmente com números fracionários. O material da primeira trilha aborda a consolidação e compreensão das regras básicas e propriedades dessas operações. Isso inclui entender como multiplicar e dividir Números Inteiros e suas combinações. Além disso, estimulava o desenvolvimento da fluência e precisão nos cálculos, especialmente com relação ao uso correto dos sinais. A prática também ajuda a revisar a aplicação dessas operações em situações do mundo real e problemas matemáticos mais complexos. O material da segunda trilha procura estimular a compreensão de partes de um todo, aplicando o estudo dos Números Fracionários na resolução de situações de contextos do dia-a-dia, fortalecendo o estudo das propriedades das operações, preparando-os para conceitos mais avançados. Os materiais foram adaptados de livros didáticos disponíveis no acervo da escola. Apresenta-se no Quadro 2, parte do material com Problemas envolvendo Multiplicação e Divisão.

PROBLEMAS ENVOLVENDO NÚMEROS INTEIROS

CONVERSANDO MAIS UM POQUINHO...

TIME	SALDOS A FAVOR	SALDOS CONTRA	SALDO DE GOLFS
Ranergi	7	10	
Palmeiras	10	7	
Sport	6	7	
Bahia	9	5	

Em outras situações, como saldos, precisamos utilizar outros números, além dos números naturais.

Para representar os números negativos, utilizamos o sinal $-$. Esses números são menores do que 0 (zero).

Para representar os números positivos, utilizamos o sinal $+$ ou nenhum sinal. Esses números são maiores do que 0 (zero).

Tente encontrar o saldo de gols de cada equipe, mãos à obra!

E O LUGAR DESSES NÚMEROS...

Assim como os números naturais, os números inteiros podem ser representados em uma reta numérica.

A sequência dos números inteiros é infinita nos dois sentidos.

Será que existe o maior número inteiro? O quê você pensa sobre isso?

E será que existe o menor número inteiro? O quê você pensa sobre isso?

E O LUGAR DESSES NÚMEROS?

CONTINUANDO...

A sequência dos números inteiros é infinita nos dois sentidos.

Nessa sequência, não há um número inteiro que seja o maior de todos nem um que seja o menor de todos. Para determinar um termo seguinte qualquer, basta adicionar 1 ao termo imediatamente anterior; para determinar um termo anterior a outro, basta subtrair 1 desse termo.

CONTINUANDO... RETOMANDO...

Quando dois números estão à mesma medida de distância da origem na reta numérica, mas estão localizados em sentidos contrários da reta, são chamados de **números opostos** ou **números simétricos**.

- Relembrando -2 é o simétrico do número 2 ;
- O número 3 é o simétrico do número -3 . Podemos indicar o oposto de um número usando o sinal $-$ (negativo).
- O oposto de $+7$ será -7 .
- O oposto de $+12$ será -12 .

ENTÃO...

$* - (-7) = +7$
 $* - (+12) = -12$

VAMOS AO ESTUDO! SITUAÇÃO 1

Em certa prova com 10 questões, cada resposta correta valia 5 pontos e cada resposta incorreta, -3 pontos. Analise a quantidade de questões corretas e de questões incorretas de 2 candidatos.

Alunos	Roberta	Maria
Questões		
Corretas	4	7
Incorretas	6	3

a) Quantos pontos Roberta obteve nessa prova?

b) E a Maria?

PENSANDO SOBRE O ASSUNTO...

Alunos	Roberta	Maria
Questões		
Corretas	4	7
Incorretas	6	3

Cada resposta correta = **5 pontos** → **GANHA 5 PONTOS**

Cada resposta errada = **-3 pontos** → **PERDE 3 PONTOS**

Iremos inicialmente descobrir os pontos da Roberta:

- 4 QUESTÕES CORRETAS = 4×5 pontos = 20 pontos
- 6 QUESTÕES ERRADAS = 6×-3 pontos = -18 pontos

TOTAL: $20 - 18 = 2$

PONTOS DE ROBERTA:

Alunos	Roberta	Maria
Questões		
Corretas	4	7
Incorretas	6	3

- 4 QUESTÕES CORRETAS = $4 \text{ questões} \times 5 \text{ pontos} = 20$ pontos ganhos
- 6 QUESTÕES ERRADAS = $6 \text{ questões} \times -3 \text{ pontos} = -18$ pontos perdidos

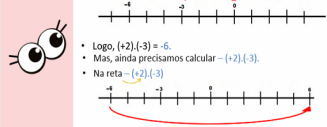
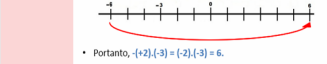
TOTAL: $20 - 18 = 2$

PONTOS DE MARIA:

Alunos	Roberta	Maria
Questões		
Corretas	4	7
Incorretas	6	3

- 7 QUESTÕES CORRETAS = $7 \text{ questões} \times 5 \text{ pontos} = 35$ pontos ganhos
- 3 QUESTÕES ERRADAS = $3 \text{ questões} \times -3 \text{ pontos} = -9$ pontos perdidos

TOTAL: $35 - 9 = 26$

* RETOMANDO.. $7 \times 5 = (+7) \times (+5)$ 35 + 35 Perceba que são os mesmos números, mas com sinais e parênteses! $4 \times 5 = (+4) \times (+5)$ 20 + 20 $3 \times -3 = (+3) \times (-3)$ -9 -9 $6 \times -3 = (+6) \times (-3)$ -18 -18	RESPONDENDO AS PERGUNTAS: Em certa prova com 10 questões, cada resposta correta valia 5 pontos e cada resposta incorreta, - 3 pontos. Analise a quantidade de questões corretas e de questões incorretas de 2 candidatos. <table border="1"> <thead> <tr> <th>Alunos</th> <th>Roberta</th> <th>Maria</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Questão</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Corretas</td> <td>4</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>Incorretas</td> <td>6</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table> a) Quantos pontos Roberta obteve nessa prova? Roberta obteve 2 pontos na prova. b) E a Maria? Maria obteve 26 pontos na prova.	Alunos	Roberta	Maria	Questão			Corretas	4	7	Incorretas	6	3	* REFORÇANDO: $3 \times -3 = (+3) \times (-3) = (-3) \times (+3)$ -9 -9 -9 -3 é o oposto de +3, então: $- (+3) \times (+3) = - (+9) = -9$ $6 \times -3 = (+6) \times (-3) = (-3) \times (+6)$ -18 -18 -18 -3 é o oposto de +3, então: $- (+3) \times (+6) = - (+18) = -18$
Alunos	Roberta	Maria												
Questão														
Corretas	4	7												
Incorretas	6	3												
Agora, veja a seguinte multiplicação: $(-2) \cdot (-3)$ - Representamos a situação da seguinte forma: $(+2) \cdot (-3)$ - Na reta $(+2) \cdot (-3)$  - Logo, $(+2) \cdot (-3) = -6$. - Mas, ainda precisamos calcular $(-2) \cdot (-3)$. - Na reta $(-2) \cdot (-3)$  • Portanto, $(-2) \cdot (-3) = (-2) \cdot (-3) = 6$.	* PENSE SOBRE ESSAS QUESTÕES: $(-3) \times (-3) = +9$ -3 é o oposto de +3, então: $- (+3) \times (-3) = - (-9) = +9$ $(+5) \times (-4) = -20$ -4 é o oposto de +4, então: $- 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = -20$ $(-3) \times (+6) = -18$ -3 é o oposto de +3, então: $- (+3) \times (+6) = - (+18) = -18$ $(+6) \times (+5) = +30$ $+5 + 5 + 5 + 5 + 5 = +30$	* ENTÃO, PODEMOS CONCLUIR QUE: <table border="1"> <tr> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>+</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>-</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>-</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> </table> SINAIS IGUAIS + SINAIS DIFERENTES -	+	+	+	+	-	-	-	-	+	-	+	-
+	+	+												
+	-	-												
-	-	+												
-	+	-												
2. Represente cada uma das situações a seguir por meio de uma operação com números inteiros e, depois, responda às questões. AGORA É A SUA VEZ! a) Um submarino estava no nível do mar quando começou a descer 100 m de altitude a cada intervalo de meia hora. Após 2 horas, a qual medida de altitude, em metro, abaixo do nível do mar o submarino se encontrava? b) Um avião voava à altitude de 500 m. Para escapar de uma tempestade, o piloto começou a subir 25 m de altitude a cada minuto. Que medida de altitude o avião atingiu após 8 minutos?	1. ENCONTRE OS RESULTADOS: AGORA É A SUA VEZ! a) $(+2) \cdot (-10) =$ b) $(+3) \cdot (-5) =$ c) $(-5) \cdot (+1) =$ d) $(-1) \cdot (-7) =$ e) $0 \cdot (-3) =$ f) $(+12) \cdot (-5) =$ g) $(-5) \cdot (+1) =$ h) $(-1) \cdot (-7) =$ i) $3 \cdot (-15) =$ j) $(+100) \cdot (-1) =$	* CONTINUANDO... 3. Pensei em um número, dividi por -5 e obtive + 12 como resultado. Em que número pensei? ? : (-5) = +12												

Quadro 2. Parte do Material de Estudo sobre Mult. e Divisão de Números Inteiros. Fonte: Arquivo da Autora.

A principal intenção ao revisar problemas envolvendo multiplicação e divisão de Números Inteiros é desenvolver a compreensão e a aplicação correta das propriedades e das regras de sinais e das operações básicas, além de interpretar e resolver situações-problema do cotidiano.

Considerações Finais

A partir das análises realizadas, ressalta-se que os dados de avaliações externas podem ser aliados importantes na orientação de estratégias para melhorar a qualidade do ensino, subsidiando o planejamento pedagógico para a promoção do desenvolvimento integral dos estudantes. A interpretação desses dados contribui para a identificação de lacunas de aprendizagem, na definição de prioridades pedagógicas e ajudam na criação de materiais específicos para recuperação das aprendizagens. Outro aspecto relevante são os momentos de estudo no turno inverso, organizados em pequenos grupos, onde os estudantes recebem atendimento personalizado, ajustado ao seu ritmo de aprendizagem e de acordo com suas dificuldades. É fundamental dar continuidade para as estratégias voltadas à resolução de problemas, incentivando os estudantes a reconhecerem, interpretar e representarem situações do cotidiano com elementos matemáticos, assim utilizando-os na sua resolução. Nesse sentido, ações de recuperação individualizada devem ser permanentes, promovendo equidade no aprendizado e contribuindo para a formação integral e igualitária dos estudantes.

Referências e bibliografia

Amaro, Ivan. (2013). Avaliação Externa da Escola: repercussões, tensões e possibilidades. Est. Aval. Educ., *Tema em Destaque*. São Paulo, v. 24, n. 54, p. 32-55, jan./abr.

- APM. (2008). Associação de Professores de Matemática. *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Trad. Dos Principles and Standards for School Mathematics do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Lisboa, 2008.
- Brasil. (2025). *Decreto Nº 12.391, de 28 fevereiro de 2025*. Institui o Pacto Nacional pela Recomposição das Aprendizagens.
- Canoas. (2009). *Decreto nº 832, de 11 de agosto de 2009*. Institui o Sistema de Avaliação da Educação Municipal (SAEM) em Canoas.
- Canoas. (2018). Secretaria M. de Educação. *Referencial Curricular de Canoas*. Canoas: SME.
- Canoas. (2023). Secretaria M. de Educação. *Caderno de Questões: Canoas Avalia 2023*. Canoas: SME.
- Freitas, Luiz Carlos de et al. (2009). *Avaliação educacional: caminhando pela contramão*. Petrópolis: Vozes.
- IBGE. (2024). *Censo Escolar – Sinopse/ Ensino Básico*. Disponível em <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/rs/canoas/pesquisa/13/0>
- INEP. (2024). *Pesquisas Estatísticas e Indicadores Educacionais*. 2024. Disponível em <https://www.gov.br/inep/pt-br>
- Litoldo, B. F. (2021) *A contextualização e os níveis de demanda cognitiva de tarefas de Geometria presentes em Livros Didáticos de Matemática sob a perspectiva do Opportunity-to-Learn*. UNICAMP, Campinas/SP.
- Llinares, Salvador Ciscar, Penalva, M. Carmen. (2011). Tareas Matemáticas en la Educación Secundaria. In: GOÑI, Jesus María; COLL, César (org.). *Didáctica de las Matemáticas/Formación y Desarrollo Profesional del Profesorado*, Nº 12 Vol. II. Madrid: Graó, p. 27–51.
- Luckesi, Cipriano Carlos. (2000). O que é mesmo o ato de avaliar a aprendizagem? *Revista Pátio*, Rio Grande do Sul, n.12, p. 6-11, fev./mar.
- Neto, J. L. H. (2010) Avaliação externa de escolas e sistemas: questões presentes no debate sobre o tema. *Revista brasileira Estudos Pedagógicos*, Brasília, v. 91, n. 227, p. 84-104, jan./abr.
- Soares, José Francisco; Xavier, Flávia Pereira. (2013) Pressupostos educacionais e estatísticos do Ideb. *Educação e Sociedade*. 34 (124), set. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/es/a/JLzr4qdx89rjrNXnydNcvcy/?format=html>
- Smith, M. S.; Stein, M. K. (1998). *Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice*. Mathematics Teaching in the Middle School, v. 3, p. 344–350.
- QDU. (2024) *Como é calculado o IDEB*. Disponível em <https://qedu.org.br/brasil/ideb>



Diseño y validación de una escala de ansiedad matemática para los primeros años de escolarización obligatoria

José María **Marbán**

Facultad de Educación y Trabajo Social, Universidad de Valladolid

España

jasemaria.marban@uva.es

Ana **Maroto**

Facultad de Educación de Segovia, Universidad de Valladolid

España

anaisabel.maroto@uva.es

Raquel **Fernández-Cezar**

Facultad de Educación, Universidad de Castilla-La Mancha

España

raquel.fcezar@uclm.es

Natalia **Solano**

Facultad de Educación, Universidad de Castilla-La Mancha

España

natalia.solano@uclm.es

Resumen

El desarrollo de sociedades matemáticamente competentes es un reto no exento de dificultades y que debe abordarse desde una consideración integrada de lo cognitivo y lo afectivo. En este sentido, la ansiedad matemática se ha revelado como una de las principales barreras para su consecución, siendo preciso disponer de herramientas que ayuden a comprenderla e identificarla. Esto es especialmente importante en edades tempranas, habiéndose detectado sus primeras manifestaciones a la edad de 8-9 años. En este trabajo mostramos el diseño de una escala de ansiedad matemática para tercero y cuarto de educación primaria que trata de dar cuenta de su carácter multidimensional atendiendo a situaciones o contextos matemáticos y a manifestaciones o síntomas (afectivos, cognitivos, comportamentales y fisiológicos). Se acompaña el diseño de una primera fase de validación de apariencia.

Palabras clave: ansiedad matemática; escala; Educación Primaria; afecto; cognición; comportamiento; Educación Matemática.

Introducción

En los últimos años, las titulaciones vinculadas a materias STEM han reducido el número de estudiantes interesados en cursarlas; en particular, entre los años 1990 y 2020 las matriculaciones en carreras de la rama de ciencias (ingeniería, arquitectura, Matemáticas, experimentales) disminuyeron un 55,54 % en España (Biel Maeso, et al. 2022). Estos mismos autores confirman que, a nivel internacional, todos los países se encuentran por debajo del 50% de matriculaciones STEM del total de posibilidades que ofrecen los sistemas educativos en etapas universitarias. Esta situación resulta especialmente preocupante dada la demanda científica y tecnológica que requiere una sociedad como la actual.

Por otro lado, resultan también preocupantes los resultados de los últimos informes sobre rendimiento escolar de la IEA, los informes TIMSS (2019, 2023), así como los de la OCDE, los informes PISA (2018, 2022), donde se aprecia que no solo no se está más cerca del objetivo de lograr sociedades matemáticamente competentes, sino que se observan retrocesos notables en muchos países, se acrecientan ciertas brechas de género y se mantienen o incluso crecen los porcentajes de alumnado en los niveles más bajos de competencia matemática, al tiempo que apenas aumentan los de los niveles superiores. En estos informes, a su vez, se presta cada vez más atención a los aspectos afectivos, mostrando un panorama también preocupante, como el del último informe PISA (2021) en el que la ansiedad matemática no solo exhibe una alta presencia en el alumnado sino una fuerte correlación negativa con el rendimiento matemático. A esto hay que añadir un aspecto al que ya se ha hecho mención previamente, la brecha de género, algo sobre lo que se venía llamando la atención ya en numerosos informes y estudios previos:

El informe también revela preocupantes diferencias de género en las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas: incluso cuando las chicas se desempeñan tan bien como los chicos en matemáticas, reportan menos perseverancia, menos motivación para aprender matemáticas, menos creencia en sus propias habilidades matemáticas, y niveles más altos de ansiedad sobre las matemáticas. (OCDE, 2018,4).

La ansiedad matemática, por su parte, no solo está presente en niveles preocupantes en el alumnado, sino también en el profesorado, particularmente en el profesorado en formación inicial, lo que acaba siendo un factor determinante en el gusto de este colectivo por las Matemáticas (Marbán, et al. 2020) y, como consecuencia, por su enseñanza.

La ansiedad matemática es un constructo complejo, que ha sido objeto de estudio en numerosas investigaciones (Cao, 2024) y que se ha definido de múltiples maneras; en todas ellas aparece asociada a sentimientos de tensión, pánico y desorganización mental, así como a síntomas fisiológicos como dolor de estómago, náuseas, etc. al hacer Matemáticas. Además, puede ser vista como un reflejo de la ansiedad hacia la actividad escolar, si bien autores como Ashcraft y Ridley (2005) aseguran que la ansiedad matemática es un constructo con identidad propia, aunque mantenga una correlación positiva y significativa con la ansiedad general en el ámbito escolar.

En el estudio de la ansiedad matemática se ha prestado una notable atención a su medición (Sanchez Mendias, et al. 2020), siendo conocidos numerosos instrumentos de medida. Así, la escala de Fennema y Sherman creada en 1976, la escala MARS de Richardson y Suinn (1972) o, en el contexto hispanohablante, la de Auzmendi (1992), pueden considerarse seminales en cierto

sentido y han dado pie a nuevos instrumentos inspirados, basados o adaptados a partir de ellas. En un estudio reciente, Henschel y Roick (2020) analizan la ansiedad matemática desde una dimensión cognitiva y afectiva al resolver problemas de Matemáticas. Sin embargo, no se dispone aún de una escala que, siendo válida en el contexto español y habiendo sido elaborada para edades tempranas, donde el problema empieza a ser acuciante, dé a su vez respuesta al carácter multidimensional de la ansiedad matemática. Atender a estas tres condiciones es precisamente el objetivo de este trabajo, si bien tal objetivo se cubre solo de forma parcial, habiendo abordado tan solo las fases de diseño y de validez de apariencia, estando en desarrollo el resto del proceso.

Método

Para llevar a cabo el proceso de diseño y validación de la escala de ansiedad que aquí se presenta se ha tomado como referente el Inventario de Situaciones y Respuestas de Ansiedad, ISRA, (Miguel Tobal, y Cano Vindel, 2002). ISRA es un inventario que tiene formato S-R, esto es, tiene en cuenta tanto a situaciones como a respuestas; está basado en el modelo de los tres sistemas de respuesta (Lang, 1968) y en el modelo interactivo multidimensional de la ansiedad (Endler, 1975). La persona que cumplimenta el inventario debe tener en cuenta la frecuencia con la que siente que se manifiestan conductas de ansiedad ante distintas situaciones. ISRA tiene en cuenta conductas pertenecientes a tres sistemas por separado: cognitivo, fisiológico y motor, así como cuatro rasgos específicos de ansiedad o áreas situacionales: ansiedad de evaluación, interpersonal, situaciones fóbicas y situaciones de la vida cotidiana. La Figura 1 muestra el formato que sigue ISRA.

SITUACIONES	RESPUESTAS					OBSERVACIONES
	0	1	2	3	4	
	CASI NUNCA	POCAS VECES	UNAS VECES SI OTRAS VECES NO	MUCHAS VECES	CASI SIEMPRE	
1. Si un problema me preocupa mucho,						
2. Cuando pierdo un objeto que tenía en mucha estima,						

Figura 1 Estructura del inventario ISRA que se ha utilizado como modelo teórico

Las características psicométricas de este inventario muestran datos psicométricos que indican una adecuada validez estructural y de contenido, así como fiabilidad, obtenidas a través de pruebas de consistencia interna en distintas poblaciones (Cano-Vindel, y Miguel-Tobal, 1999).

Está recomendado para aplicar en distintos ámbitos, laboral, clínico, de investigación y también educativo, en este último su excelencia se basa en las relaciones que establece entre ansiedad, rendimiento y problemática escolar.

En nuestro caso, inspirados en el inventario descrito y apoyados en su marco teórico, pero atendiendo también a la especificidad y características propias de la ansiedad matemática, se definieron las siguientes situaciones y los siguientes sistemas:

- Situaciones: al trabajar con números, al resolver problemas de Matemáticas, en el aula de Matemáticas, ante exámenes o pruebas similares de Matemáticas, en situaciones evaluativas de otro tipo (al realizar tareas matemáticas para alguien o ante alguien), al hacer los deberes de Matemáticas y, finalmente, en situaciones de la vida cotidiana.
- Sistemas: cognitivo (respuestas de ansiedad basadas en la anticipación al fracaso, comparaciones con otras personas, desvalorización de las propias competencias, dificultades cognitivas estratégicas y de atención y concentración); afectivo (emociones como miedo, irritabilidad, estrés o frustración); comportamental (conductas relacionadas con la inquietud y evitación con la finalidad de reducir el malestar emocional); y fisiológico (respuestas derivadas de la activación psicofisiológica producida por la ansiedad, como sudoración, palpitaciones, molestias gastrointestinales o cefaleas).

En el proceso de diseño de la escala, además de la estructura mencionada previamente, se abordaron las etapas descritas en la Figura 2, siendo la primera de ellas un proceso de investigación documental (Hernández, et al. 2010) con el propósito de garantizar la validez y fiabilidad del instrumento a diseñar. En cuanto a la tercera, se han abordado los procesos de validación de la traducción y de apariencia, estando en estos momentos en desarrollo el proceso de validación de contenido previo al de ejecución de un análisis factorial confirmatorio o, alternativamente, de un análisis basado en un modelo de ecuaciones estructurales con una amplia muestra de alumnado de 3º y 4º de Primaria en España (8-10 años).

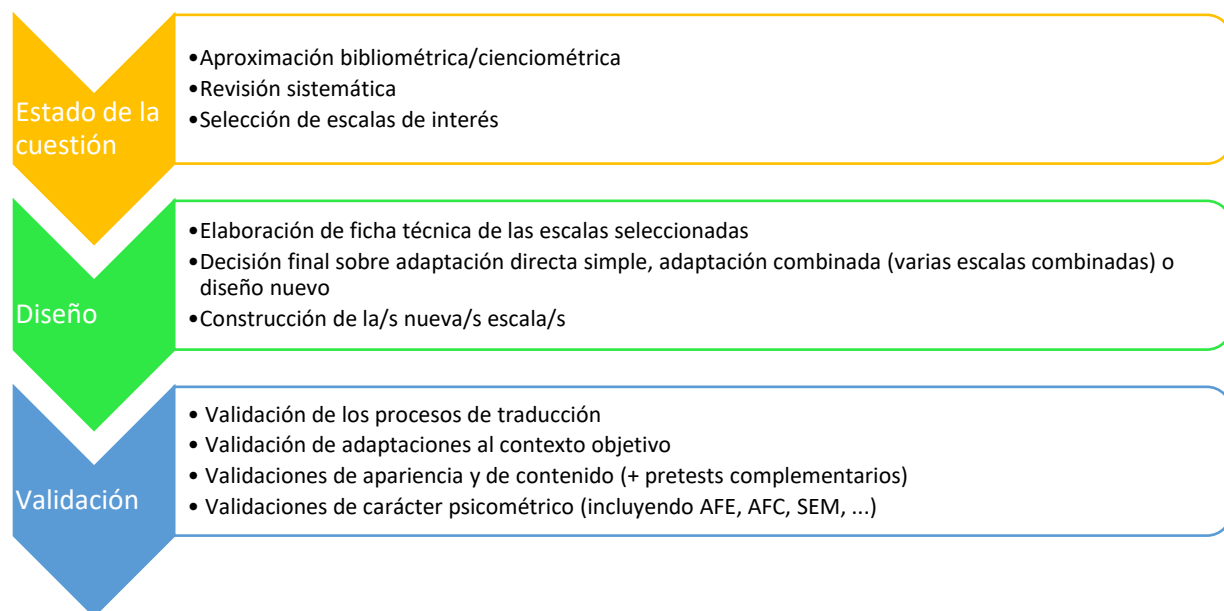


Figura 2. Diagrama de flujo de las etapas seguidas en el diseño de la escala de ansiedad matemática

Tal y como se indica en la Figura 2, la primera fase comenzó con una aproximación bibliométrica al estado de la cuestión, para lo cual se partió del trabajo realizado por Martín-

Colomo et al. (2024), prestando atención a los nodos relevantes de la red de co-citación generada (Figura 3) vinculados con los procesos de medición de la ansiedad matemática, así como a aquellos relacionados con la comprensión del propio constructo y a su carácter multidimensional. Este proceso de selección nodal permitió la identificación de un total de 22 documentos relevantes para nuestro objetivo de diseño y validación de la nueva escala de ansiedad matemática. Cada uno de esos documentos fue entonces analizado con el apoyo de una ficha técnica que atendió, entre otros, a los siguientes aspectos (la composición de la ficha completa queda recogida en la Tabla 1): *Nombre de la escala*, *Original/adaptada* (según su creación), *Idioma* (idioma en el que está validada), *Población objetivo* (población para la que ha sido diseñada) y *Unidimensional/Multidimensional* (dimensiones de la ansiedad matemática que atiende).

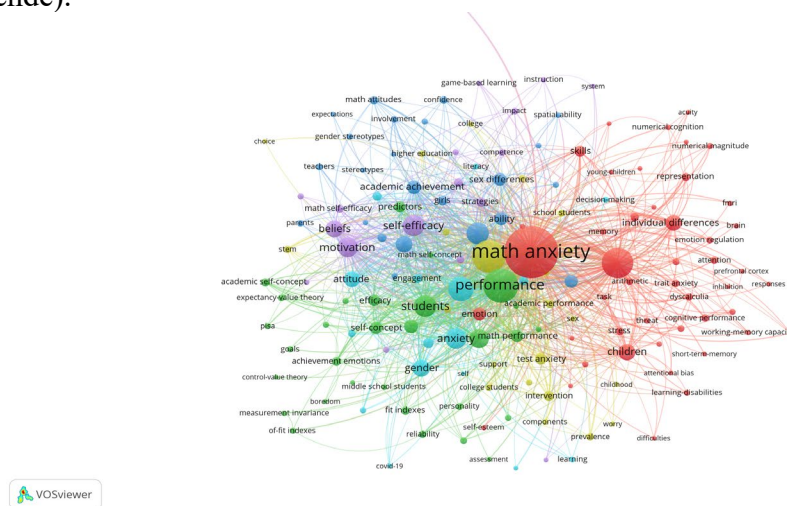


Figura 3. Red de co-citación resultante del análisis bibliométrico (Martín-Colomo et al., 2024)

Tabla 1

Ficha técnica de análisis de las escalas de ansiedad matemática.

	Versión adaptada	Original
Nombre de la escala (y acrónimo, si procede)		
Autor/a/es		
Referencia (publicación)		
Tipo de instrumento		
Tipo de administración		
Formato de aplicación		
Idioma		
Población		
Estructura (factores, subescalas, ...)		
Número de ítems		
Tiempo de administración		
Evidencias científicas (y referencias)		
Descripción		
Propiedades psicométricas		

Fuente: Elaboración propia

El análisis anterior permitió identificar comunalidades conceptuales entre las escalas analizadas y la que se pretende diseñar atendiendo al marco teórico establecido. De esta forma, se fueron seleccionando ítems que, tras un proceso de traducción estándar (directa-inversa-directa) fueron incorporados a un banco de ítems que fue, a su vez, completado con la generación de nuevos ítems hasta garantizar, al menos de forma teórica, suficiencia en cada dimensión y subdimensión de la escala en fase de diseño, quedando estas determinadas por una matriz de contingencia que daba cuenta de situaciones y sistemas, tal y como se había establecido y como se ha descrito con anterioridad. Este banco fue entonces depurado a través de un proceso de triangulación entre personas expertas en el ámbito del dominio afectivo en Matemáticas eliminando duplicidades, combinando ítems que apuntaban hacia una misma conducta y, sobre todo, determinando si el ítem correspondía al sistema afectivo, cognitivo, comportamental o fisiológico.

La última etapa llevada a cabo ha consistido en una validez de apariencia en la que se ha atendido principalmente a los siguientes aspectos: nivel o grado de claridad de los ítems, tiempo de ejecución en la respuesta, actitud ante la cumplimentación y valor que se da a la misma, dificultades en la cumplimentación, ... Para ello se contó con la participación de 86 niños y niñas de 3º y 4º de Primaria, si bien cada niño o niña respondió únicamente a los ítems agrupados en forma de subescalas, determinadas estas por los contextos o situaciones matemáticas, de manera que atendieron 3 o 4 de tales subescalas, distribuyéndolas entre subgrupos para evitar saturación y cansancio, pero cubriendo todas ellas con un número suficiente de participantes de ambos cursos.

Resultados

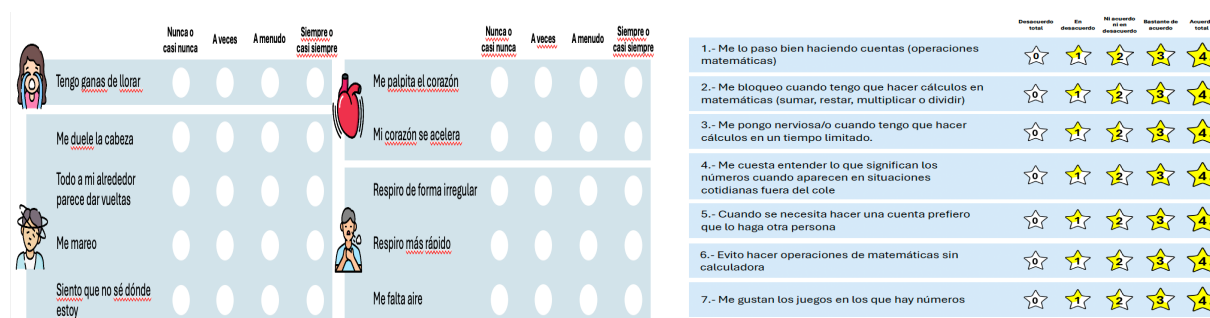
Como resultado de las dos primeras fases de la investigación recogidas en la Figura 2 se obtuvieron ocho subescalas, siete correspondiendo cada una de ellas a una de las situaciones matemáticas establecidas en nuestro modelo y una octava centrada en los síntomas fisiológicos, pero sin discriminar por situación, aunque incorporando una pregunta abierta al final en la que se puede indicar en qué situaciones se manifiestan los síntomas señalados. A continuación, se muestra una breve descripción de cada escala y de su estructura (Tabla 2).

Tabla 2
Subescalas de ansiedad matemática diseñadas

Ansiedad matemática al trabajar con números	27	Likert de 5 puntos	Grado de acuerdo	
Ansiedad matemática al realizar actividades ante otras personas o para otras personas	20	Likert de 5 puntos	Grado de acuerdo	
Ansiedad matemática al resolver problemas	27	Likert de 5 puntos	Grado de acuerdo	
Ansiedad matemática al realizar exámenes o pruebas similares	20	Likert de 5 puntos	Grado de acuerdo	

Ansiedad matemática al hacer los deberes	23	Likert de 5 puntos	Grado de acuerdo	
Ansiedad matemática en el aula	21	Likert de 5 puntos	Grado de acuerdo	
Ansiedad matemática en la vida cotidiana	11	Likert de 5 puntos	Grado de acuerdo	
Escala “Cómo me siento” de síntomas fisiológicos de la ansiedad matemática	21 + 1 abierta	Likert de 4 puntos	Frecuencia	Nunca o casi nunca A veces A menudo Siempre o casi siempre 

La siguiente imagen (Figura 4) muestra un par de extractos gráficos de dos escalas, una vinculada a una situación concreta y otra recogiendo los síntomas fisiológicos:



Extracto de la escala 'Cómo me siento' (síntomas fisiológicos de ansiedad en clase de Matemáticas)

Ítem	Nunca o casi nunca	A veces	A menudo	Siempre o casi siempre
Tengo ganas de llorar	☐	☐	☐	☐
Me duele la cabeza	☐	☐	☐	☐
Todo a mi alrededor parece dar vueltas	☐	☐	☐	☐
Me mareo	☐	☐	☐	☐
Siento que no sé dónde estoy	☐	☐	☐	☐
Me palta el corazón	☐	☐	☐	☐
Mi corazón se acelera	☐	☐	☐	☐
Respiro de forma irregular	☐	☐	☐	☐
Respiro más rápido	☐	☐	☐	☐
Me falta aire	☐	☐	☐	☐

Extracto de la escala 'Ansiedad al trabajar con números'

Ítem	Nunca o casi nunca	A veces	A menudo	Siempre o casi siempre
1.- Me lo paso bien haciendo cuentas (operaciones matemáticas)	☐	☐	☐	☐
2.- Me bloquea cuando tengo que hacer cálculos en matemáticas (sumar, restar, multiplicar o dividir)	☐	☐	☐	☐
3.- Me pongo nerviosa/o cuando tengo que hacer cálculos en un tiempo limitado.	☐	☐	☐	☐
4.- Me cuesta entender lo que significan los números cuando aparecen en situaciones cotidianas fuera del cole	☐	☐	☐	☐
5.- Cuando se necesita hacer una cuenta prefiero que lo haga otra persona	☐	☐	☐	☐
6.- Evito hacer operaciones de matemáticas sin calculadora	☐	☐	☐	☐
7.- Me gustan los juegos en los que hay números	☐	☐	☐	☐

Figura 4. Extractos de escalas (síntomas fisiológicos de ansiedad en clase de Matemáticas y ansiedad al trabajar con números)

El proceso de validez de apariencia, por su parte, permitió identificar problemas relacionados, fundamentalmente, con los siguientes aspectos: dificultades para diferenciar entre algunos de los síntomas fisiológicos, preferencia por el uso de ciertos términos alternativos (por ejemplo, maestra/o en lugar de profesor/a o “repasar” en lugar de “revisar”), dificultades para responder en términos de grado de acuerdo (prefiriendo etiquetas de carácter frecuencial) y dificultades para comprender ítems enunciados en sentido negativo. Todos estos aspectos están siendo atendidos para elaborar el formato final de las escalas y proceder con la siguiente fase de validez de contenido recurriendo al juicio de personas expertas externas a la investigación en curso.

Conclusiones

Tanto las fases llevadas a cabo vinculadas a la validez de constructo como la fase de validación de apariencia en la que, además de identificar problemas de diseño y cumplimentación se han podido recoger informalmente respuestas a los ítems, han permitido poner de manifiesto la identidad propia de cada subescala y su necesidad de cara a abordar el carácter multidimensional de la ansiedad matemática, así como la utilidad de esta separación y de la clasificación de los ítems en función de los 4 sistemas considerados (afectivo, cognitivo,

comportamental y fisiológico) para comprender mejor la particularidad de cada caso en estudio. A su vez, la mencionada fase de validación de apariencia ha permitido anticipar cómo las situaciones evaluativas junto con la que hace referencia a exámenes o pruebas similares son aquellas en las que más presente parece estar la ansiedad matemática, aunque han aparecido referencias también al resto de situaciones contempladas. En cuanto a la escala de síntomas fisiológicos, se observa cómo potencialmente esta ayuda a confirmar la presencia de ansiedad en combinación con las otras 7 subescalas, a modo de triangulación de resultados, paliando las limitaciones propias de la evocación asociada a ítems más sujetos a interpretaciones subjetivas. La observación de este comportamiento por parte del alumnado participante, así como el interés con el que se ha respondido a esta invitación a participar junto con las conversaciones informales mantenidas con el propio alumnado y su profesorado muestran cómo el problema de la ansiedad matemática ocupa ya una posición relevante en las preocupaciones asociadas a la enseñanza y al aprendizaje de las Matemáticas en edades tempranas.

Agradecimientos

Este trabajo es parte de la actuación PID2022-138325OB-I00 financiada por MICIU/AEI /10.13039/501100011033 y por FEDER, UE

Referencias y bibliografía

- Ashcraft, M. H. y Ridley, K. S. (2005). Cognitive consequences of math anxiety: A tutorial review. En J. I. D. Campbell (ed.). *Handbook of Mathematical Cognition*. Hove (UK): Psychology Press, pp. 315-327.
- Auzmendi Escribano, E. (1992). Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas media y universitaria. *Características y medición*, 59-119.
- Biel Maeso, M., Saura Montesinos, V., & González Martín, A. M. (2022). STEM a análisis: Evolución de las matriculaciones en titulaciones universitarias y Formación Profesional. *Revista De Estilos De Aprendizaje*, 15(Especial), 135–148. <https://doi.org/10.55777/rea.v15iEspecial.4600>
- Cano-Vindel, A., y Miguel-Tobal, J. J. (1999). Evaluación de la ansiedad desde un enfoque interactivo y multidimensional: El Inventario de Situaciones y Respuestas de Ansiedad (ISRA). *Psicología Contemporánea*, 6(1), 14-21.
- Cao, L (2024). Knowledge Mapping of Math Anxiety: A Visual and Bibliometric Analysis. *International Journal of Education and Humanities*, 15(2), 21-33
- Endler, NS (1975). A person-situation interaction model for anxiety. En Spielberger, CA y Sarason, IG (Eds.): *Stress and Anxiety* (vol. 1). Washington, DC: Hemisphere Publishing.
- Fennema, E. y Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman mathematics attitude scale. Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by male and female. *JSAS Catalog of Selected Documents of Psychology*, 6(31), pp. 1-31.
- Henschel, S. y Roick, T. (2020). The Multidimensional Structure of Math Anxiety Revisited. *Psychological Assessment*. Vol 36, 1. <https://doi.org/10.1027/1015-5759/a000477>
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). Metodología de la Investigación. México: McGraw-Hill <https://www.educacionfpydeportes.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/pisa/pisa-2018.html>
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2019). PISA 2018. Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes. Informe español. Ministerio de Educación y Formación Profesional.
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2020). TIMSS 2019. Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias. Ministerio de Educación y Formación Profesional. <https://www.educacionyfp.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/timss/timss-2019.html>
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2023). PISA 2022. Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes. Informe español. Ministerio de Educación y Formación Profesional. <https://www.educacionyfp.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/pisa/pisa-2022.html>
- Lang, PJ (1968). Fear reduction and fear behavior. Problems in treating a construct. En JUH Shilen (Ed.), *Research in psychotherapy*, (Vol. 3, pp. 90-102). Washington: American Psychological Association.

- Marbán, J. M., Palacios, A., y Maroto, A. (2020). Desarrollo del dominio afectivo matemático en la formación inicial de maestros de primaria. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, (18), 73–86.
<https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.286>
- Martín-Colomo, I, Marbán, J.M., y Espina de la Cruz, E. (2024). Ansiedad matemática: una aproximación bibliométrica a 70 años de investigación. *Reidocrea*, 13(48), 703-724.
- Miguel-Tobal, J. J. y Cano-Vindel, A. R. (2002). Inventario de Situaciones y Respuestas de Ansiedad, ISRA, Manual. TEA Ediciones (5ª Ed.). Madrid.
- OCDE (2018). The future of education and skills. Education 2030. [Libro Blanco]
[https://search.oecd.org/education/2030-project/about/documents/E2030%20Position%20Paper%20\(05.04.2018\).pdf](https://search.oecd.org/education/2030-project/about/documents/E2030%20Position%20Paper%20(05.04.2018).pdf)
- Richardson, F. C. y Suinn, R. M. (1972). The Mathematics Anxiety Rating Scale. *Journal of Counseling Psychology*, 19, pp. 551-554.
- Sanchez Mendias, J., Segovia, I. y Minan, A. (2020). Ansiedad y Autoconfianza hacia las matemáticas de los futuros maestros de Educación Primaria. *Electronic Journal of Research in Education Psychology*, 18(2), 127-152.
<https://doi.org/10.25115/ejrep.v18i51.2981>



El enseñar división en un grupo de cuarto grado de educación primaria

Juan José **Cabrera** Rodríguez
Escuela Normal “Miguel F. Martínez”
México

juan.cabrera18@al.enmfm.edu.mx

Daniel Fernando **Castillo** Vázquez
Escuela Normal “Miguel F. Martínez”
México

daniel.castillo@enmfm.edu.mx

Abel Adrián **Robledo** Carrillo
Escuela Normal “Miguel F. Martínez”
México

abel.robledo@enmfm.edu.mx

Resumen

La investigación se realizó en un grupo de 22 alumnos de cuarto grado de primaria en Monterrey, Nuevo León, México; detectando dificultades en la identificación y aplicación de operaciones básicas, especialmente en entornos virtuales tras el confinamiento. Ante esta problemática, se planteó la pregunta de investigación: ¿Cuál es el impacto de la propuesta de enseñanza de la división de Godino et al. (2004) en un grupo de cuarto grado de primaria? El estudio siguió un enfoque cualitativo, con diseño de investigación-acción. Se aplicaron tres instrumentos de observación: guía de observación, diario de campo y rúbrica, basados en los indicadores del autor principal que fundamenta el estudio. Los hallazgos evidenciaron que la implementación de la propuesta favoreció el aprendizaje y apropiación del algoritmo de la división, permitiendo un progreso significativo en la comprensión y aplicación de este concepto matemático.

Palabras clave: Cuarto grado; Matemáticas; División; Educación Primaria; Enseñanza; Planeación

Definición y relevancia del problema

La contingencia sanitaria causada por el COVID-19 generó un cambio drástico en la educación básica, afectando el método de enseñanza y obligando a una transición repentina de la modalidad presencial a la virtual. Esta transformación impactó tanto a docentes, estudiantes y familias, quienes enfrentaron un proceso de adaptación para dar continuidad al aprendizaje. Ante esta situación, la implementación de estrategias pedagógicas permitió evitar una interrupción académica, aunque las dificultades en la educación fueron evidentes, especialmente en la asistencia escolar y el acceso a la tecnología.

Las estrategias de enseñanza en el aula tuvieron que modificarse constantemente, siguiendo las indicaciones del sector salud, que establecía medidas para evitar contagios. La distancia entre alumnos afectó la dinámica en el aula, limitando actividades grupales y la interacción social, elementos fundamentales para el aprendizaje colaborativo. Según Meece (2001), Vygotsky destaca que la interacción con los compañeros en la zona de desarrollo próximo favorece el aprendizaje y permite alcanzar niveles superiores de razonamiento (p. 131). Sin embargo, durante la pandemia, esta interacción fue restringida, generando dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Uno de los efectos más notorios de la educación a distancia fue el rezago académico, particularmente en Matemáticas. La evaluación diagnóstica aplicada a un grupo de cuarto grado de primaria (asignado para el trabajo social) reflejó un menor rendimiento en la asignatura, evidenciando dificultades en la identificación y aplicación de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). Se observó que los alumnos tenían problemas para utilizar métodos de resolución convencionales y no convencionales, así como para desarrollar pensamiento crítico matemático en la resolución de problemas contextualizados. Como lo menciona la Secretaría de Educación Pública [SEP] (2018) en el programa de estudios Aprendizaje Clave, el pensamiento matemático permite resolver problemas provenientes de diversos contextos a partir de métodos de análisis y razonamiento lógico (p. 212).

Ante esta problemática, se consideró prioritario trabajar en el aprendizaje de la división, ya que los estudiantes no lograban identificar su funcionalidad ni aplicar métodos de resolución efectivos. El programa Aprendizaje Clave establece que la enseñanza del pensamiento matemático debe permitir a los alumnos resolver situaciones a través de diferentes estrategias, algoritmos formales o procedimientos informales (SEP, 2017). Con base en este enfoque, el trabajo se centró en el eje de Número, Álgebra y Variación, específicamente en el tema de multiplicación y división, con el propósito de que los estudiantes logren calcular multiplicaciones de dos cifras por una y divisiones con divisor de una cifra.

Para abordar esta dificultad, se diseñó un plan de acción basado en la propuesta de Godino et al. (2004), quien plantea una estructura didáctica para la enseñanza de la división en educación primaria. La planificación de las sesiones se desarrolló a través de unidades didácticas, estableciendo puntos clave en la enseñanza de la división.

El objetivo de este plan de acción es que los alumnos desarrollen competencias matemáticas aplicadas a situaciones reales, utilizando metodologías diversas, desde el uso de materiales

manipulativos hasta la implementación de algoritmos convencionales. Este enfoque busca que los estudiantes reconozcan la división como una herramienta matemática fundamental, permitiéndoles gestionar datos numéricos y desarrollar pensamiento crítico matemático.

Finalmente, este estudio busca responder la pregunta de investigación: ¿Cuál es el impacto de la propuesta de enseñanza de la división de Godino et al. (2004) en un grupo de cuarto grado de primaria? A través de esta investigación, se espera obtener información sobre la efectividad del enfoque didáctico aplicado, así como su influencia en el desarrollo del pensamiento matemático de los alumnos.

Referencial teórico

Las Matemáticas son fundamentales en la vida cotidiana, y este trabajo educativo tiene como propósito abordar diversas situaciones en las que, de manera constante, nos vemos involucrados en procesos que requieren pensamiento matemático. En la vida diaria, enfrentamos problemas que demandan soluciones variadas, muchas de ellas obtenidas a través de la experiencia. En este sentido, Oliveros (2011) afirma que “el conocimiento matemático es una herramienta básica para la comprensión y manejo de la realidad en la que vivimos. Está presente en la vida diaria de los niños y de las niñas; ellos van construyendo su saber a partir de los problemas que van enfrentando” (p. 1).

La división es un concepto matemático fundamental en la educación primaria, debido a que permite a los estudiantes desarrollar habilidades relacionadas con el reparto equitativo, la agrupación y la representación simbólica de cantidades. Su enseñanza no solo facilita la resolución de problemas cotidianos, sino que también contribuye al desarrollo del pensamiento matemático, promoviendo el razonamiento lógico y la comprensión de relaciones numéricas. Block et al. (2015) en sus estudios de la enseñanza de la división plantea la necesidad de la innovación en las prácticas y en específico se destacan favorecer el situar el aprendizaje a la realidad de los sujetos en formación.

Sin embargo, el aprendizaje de la división representa un desafío debido a la complejidad de su proceso, que implica comprender su significado, interpretar los distintos contextos en los que se aplica y dominar su algoritmo de resolución. Esta dificultad ha sido objeto de diversas investigaciones, las cuales han analizado desde su introducción en los primeros años de escolaridad hasta su enseñanza mediante métodos convencionales y alternativos (Aguayo-Arriagada et al., 2016). Estos estudios han resaltado la importancia de emplear estrategias didácticas adecuadas, como el uso de materiales manipulativos, el aprendizaje basado en la resolución de problemas y la integración de representaciones gráficas y simbólicas, para facilitar la comprensión y aplicación de la división en distintos contextos matemáticos.

Godino et al. (2004) expone una estructura para la planeación docente; Paternina & Juárez (2023) plantean que “la planeación se asume como una oportunidad relevante para estudiar el conocimiento del profesor en la intención de enseñar un contenido matemático” (p.1) De acuerdo con Godino se considera 6 elementos importantes para la planeación de la enseñanza y aprendizaje del algoritmo de la división dentro de la asignatura:

Establecer objetivos y contenidos de acuerdo con el plan de estudios a cursar: Este primer elemento enfatiza la necesidad de definir con claridad los objetivos de aprendizaje y los contenidos matemáticos, alineándolos con el plan de estudios vigente. En el caso de la división, los docentes deben asegurarse de que los estudiantes comprendan tanto el concepto de reparto y agrupación, como su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. También se considera la secuencia didáctica, iniciando con actividades manipulativas, seguida de representaciones gráficas y, finalmente, el uso de algoritmos convencionales.

El segundo punto es: *los tipos de problemas que se presentan dentro de los contenidos matemáticos*: Godino et al. (2004) señala la importancia de diversificar los tipos de problemas relacionados con la división, permitiendo a los estudiantes aplicar el concepto en distintos contextos. Estos problemas pueden clasificarse en problemas de reparto equitativo (división como partición), problemas de agrupamiento (división como medida), problemas con datos implícitos o explícitos, que requieren un análisis más profundo y problemas en contexto real, donde los estudiantes deben interpretar y modelar situaciones de la vida cotidiana con la división.

El tercer elemento: *una estructura organizada donde se proporcione la solución de diferente tipo de problemas situados*: Se propone una estructura clara para la enseñanza, donde los alumnos desarrollen estrategias de resolución en escenarios diversos. La enseñanza de la división debe progresar desde representaciones concretas (uso de material manipulativo), representaciones pictóricas (dibujos y diagramas), hasta algoritmos convencionales. Esto fomenta una comprensión profunda del concepto, evitando la mera memorización de reglas.

El cuarto componente es *la consideración de materiales y recursos didácticos a utilizar para la impartición de la clase*: El uso de materiales concretos y recursos visuales es fundamental para facilitar la enseñanza de la división. Se recomienda emplear: Material concreto, recursos tecnológicos, actividades lúdicas y representaciones gráficas o modelos para visualizar el proceso de división.

En el quinto elemento es *considerar las dificultades que los educandos presentan para responder una problemática*: Es crucial anticipar graduando al nivel cognitivo las intervenciones y atender las dificultades que los alumnos pueden enfrentar al resolver problemas de división. Entre las barreras más comunes se encuentran la confusión entre los distintos significados de la división (reparto y agrupamiento), errores en la interpretación de los datos numéricos del problema, dificultad en la automatización del cálculo, falta de comprensión del residuo y su significado en contextos reales.

Por último, elemento el sexto: *la valoración de los criterios metodológicos*: El último elemento hace referencia a la evaluación de la efectividad de la enseñanza. Es necesario considerar: métodos de evaluación formativa, que permitan monitorear el avance de los estudiantes a lo largo del proceso de aprendizaje, instrumentos de observación, como rúbricas y diarios de campo, para analizar el desempeño del grupo, estrategias de retroalimentación, asegurando que los alumnos comprendan sus errores y mejoren su razonamiento matemático y ajustes en la metodología, con base en los resultados obtenidos, para mejorar la enseñanza de la división.

Método y desarrollo conceptual

Este estudio se enmarca en un enfoque cualitativo con un diseño de investigación-acción, el cual, según Vidal & Rivera (2007), permite analizar problemas en un contexto específico y vincularlos con acciones concretas para generar simultáneamente conocimientos y transformaciones sociales. Este tipo de investigación es particularmente relevante en el ámbito educativo, ya que posibilita la evaluación y mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje a través de la intervención en el aula.

La investigación se llevó a cabo en un grupo de cuarto grado de educación primaria en el municipio de Monterrey, Nuevo León, México, durante el ciclo escolar 2021-2022. Para la evaluación del proceso de enseñanza de la división, se tomaron como referencia los indicadores (*Establecer objetivos y contenidos de acuerdo con el plan de estudios a cursar, los tipos de problemas que se presentan dentro de los contenidos matemáticos, una estructura organizada donde se proporcione la solución de diferente tipo de problemas situados, la consideración de materiales y recursos didácticos a utilizar para la impartición de la clase, considerar las dificultades que los educandos presentan para responder una problemática, la valoración de los criterios metodológicos*) propuestos por Godino et al. (2004). En función de ello, se emplearon tres instrumentos de recolección de datos: observación participante, diario de campo y rúbricas, los cuales permitieron analizar el desempeño de los estudiantes y la efectividad de la metodología implementada.

El proceso de intervención se estructuró en tres fases fundamentales bajo la perspectiva de aprendizaje situado de Arceo & Lemini (2006) para facilitar la comprensión y aplicación del concepto de división en distintos escenarios. La primera fase consistió en la introducción a la división mediante el uso de materiales concretos, con el objetivo de que los estudiantes comprendieran el concepto de reparto equitativo y las condiciones necesarias para aplicarlo. Esta etapa permitió una aproximación sensorial y manipulativa, favoreciendo la construcción de significados en torno a la división antes de abordar representaciones más abstractas.

En la segunda fase, se implementaron ejercicios guiados que permitieron a los estudiantes desarrollar estrategias de resolución utilizando tanto procedimientos formales como informales. En esta etapa, se fomentó la transición del pensamiento intuitivo al razonamiento matemático estructurado, promoviendo la comprensión de la división a partir de distintas representaciones, incluyendo el uso de diagramas, números y algoritmos convencionales.

La tercera fase consistió en la evaluación del aprendizaje, mediante la aplicación de indicadores de desempeño que permitieron medir el desarrollo de las competencias esperadas. Este proceso tuvo como finalidad fortalecer las habilidades necesarias para que los alumnos apliquen la división en situaciones de la vida cotidiana, asegurando que su comprensión no se limite a la memorización de procedimientos, sino que implique una asimilación significativa del concepto matemático.

Resultados y Conclusiones

La planificación de la enseñanza de la división en educación primaria debe considerar diversos elementos para garantizar un aprendizaje significativo. La propuesta de Godino et al. (2004) resalta la importancia de estructurar el proceso de enseñanza de la división a través de un enfoque didáctico que contemple la enseñanza del algoritmo de división, el uso de materiales concretos, la resolución de problemas diversos y la identificación de dificultades en los estudiantes. Esto permite no solo la comprensión funcional de la división, sino también su aplicación en distintos contextos matemáticos.

Uno de los elementos fundamentales en esta propuesta es el establecimiento de objetivos y contenidos en correspondencia con el plan de estudios. Es esencial que el docente estructure sus sesiones considerando los estándares y principios educativos vigentes, asegurando la coherencia entre los aprendizajes esperados y las estrategias implementadas. En este sentido, el enfoque por competencias del Programa de Aprendizajes Clave (SEP, 2017) se vincula estrechamente con la propuesta de Godino et al. (2004), ya que permite partir de los conocimientos previos de los estudiantes y llevarlos hacia su aplicación en contextos concretos. Esto favorece la construcción de aprendizajes funcionales y aplicables a situaciones reales.

Otro aspecto clave en la planificación didáctica de Matemáticas es la diversificación de los tipos de problemas, lo cual representa un reto importante, especialmente en contextos de educación en línea. Durante la pandemia, factores como el ausentismo escolar y las limitaciones en el acceso a recursos digitales impactaron negativamente la enseñanza de contenidos como la división, afectando la modalidad de trabajo de los alumnos y sus oportunidades de aprendizaje.

Para responder a estas dificultades, se destaca la relevancia de implementar estrategias centradas en el estudiante como protagonista del proceso formativo. Esto implica plantear situaciones problemáticas reales y simuladas, que permitan al alumnado buscar distintas rutas de solución hacia un mismo objetivo, promoviendo así el razonamiento lógico y la toma de decisiones. Además, se organizarán actividades colaborativas por equipos, conformados de forma equilibrada según las habilidades, capacidades y conocimientos de los estudiantes, con el fin de que puedan construir soluciones de manera conjunta. Posteriormente, se reforzará el trabajo individual, donde cada estudiante podrá proyectar lo aprendido y se valorará el nivel de comprensión alcanzado. Finalmente, para futuras prácticas será fundamental integrar estrategias de adecuación a las realidades del alumnado, asegurando que las actividades propuestas incluyan múltiples representaciones del concepto matemático. Esto favorecerá una comprensión más profunda, mediante el uso de ejemplos concretos, variados y contextualizados que se adapten a distintas situaciones de aprendizaje.

En cuanto a la organización estructurada de la enseñanza de las Matemáticas, se priorizó el uso de actividades lúdicas como estrategia fundamental para representar la operación de la división de manera accesible y comprensible. Se observó que la transición del pensamiento concreto al abstracto requiere que los estudiantes practiquen la división en contextos informales y significativos antes de abordar tareas escolarizadas más estructuradas.

Es indispensable que la enseñanza considere los ritmos de aprendizaje y el nivel de maduración cognitiva de cada estudiante, garantizando que los procesos de comprensión se desarrollen de forma progresiva y respetuosa de sus capacidades individuales. Por lo que el uso de recursos adicionales cobra relevancia, ya que disminuyen la percepción de dificultad y transforman la complejidad en experiencias didácticas dinámicas. Esto favorece un mejor desempeño del alumnado, al estimular sus habilidades en un entorno más cercano y motivador. Como señala Cruz (2013), “con los juegos y el aprendizaje cooperativo se puede desarrollar un ambiente agradable y placentero para el aprendizaje, donde no solo fijáramos conceptos, sino que ayudaríamos a los estudiantes a desarrollar otras áreas” (p. 5).

Para fortalecer el proceso académico, se incorporaron recursos didácticos manipulativos que faciliten a los estudiantes el desarrollo de estrategias de resolución de manera informal. Estos materiales permitieron una aproximación más concreta a la operación de la división, promoviendo el aprendizaje activo y significativo. Entre los recursos propuestos se encuentran fichas de plástico para representar el reparto uno a uno, lo que facilita la comprensión del concepto de distribución equitativa. También se trabajarán ejercicios para identificar y analizar el sobrante o residuo, así como agrupaciones visuales que ayuden a los estudiantes a interpretar las relaciones entre los elementos involucrados en una división. De manera complementaria, se emplearán recursos visuales que representen el algoritmo convencional, con el fin de que los alumnos reflexionen sobre su estructura, identifiquen sus partes esenciales y comprendan la lógica detrás del procedimiento. Este enfoque se valora contribuye al desarrollo de una comprensión más profunda de los procesos matemáticos y fortalecerá su capacidad para resolver problemas de forma autónoma, flexible y significativa

El uso de materiales y recursos didácticos fue un componente esencial en el proceso de enseñanza de la división. La representación visual y concreta de los contenidos permitió a los estudiantes disponer de una referencia tangible del algoritmo, lo cual facilitó la conexión entre la operación matemática y su aplicación en situaciones prácticas. En particular, durante las sesiones virtuales, resultó fundamental emplear herramientas digitales y recursos manipulativos que ayudaran a compensar las limitaciones propias del aprendizaje a distancia. Otro desafío relevante fue atender a las dificultades individuales que los estudiantes presentaban en la resolución de problemas matemáticos. La aplicación de la perspectiva piagetana del desarrollo cognitivo (Meece, 2001) permitió diseñar actividades acordes con el nivel de pensamiento lógico de los niños. Se iniciaron con materiales sensoriales para introducir el concepto de división, seguidos por ensayos informales a través de actividades lúdicas, lo que facilitó una apropiación gradual del conocimiento.

Posteriormente, se integraron recursos didácticos estructurados para guiar a los alumnos en la simbolización del procedimiento y en la construcción del algoritmo convencional. Si bien los estudiantes de cuarto grado (9 y 10 años) se encuentran en la etapa de las operaciones concretas, algunos de ellos, con mayor experiencia en el uso de agrupaciones, lograron elaborar el algoritmo sin necesidad de apoyos adicionales, lo que evidencia una evolución significativa en su comprensión (Meece, 2001). Un último aspecto clave en la planificación fue la valoración de los criterios metodológicos, mediante la implementación de procesos de retroalimentación y evaluación formativa. En el contexto virtual y de confinamiento, mantener el interés y la continuidad del aprendizaje fue un gran reto. Las sesiones breves, las interrupciones frecuentes y

la falta de interacción presencial afectaron la concentración y limitaron el trabajo colaborativo, reduciendo la participación en la discusión de estrategias de solución.

No obstante, se identificó que el uso de instrumentos de evaluación variados permitió realizar un análisis más detallado de los avances y dificultades de los estudiantes, tanto en el ámbito formativo como sumativo. Esto facilitó la toma de decisiones pedagógicas oportunas, permitiendo ajustar las estrategias metodológicas a las necesidades reales del grupo y garantizar un aprendizaje más significativo y equitativo.

A manera de conclusión y como respuesta a la pregunta de investigación, este estudio permitió analizar el impacto de una planificación didáctica estructurada en el proceso de enseñanza de la división en educación primaria. La metodología implementada favoreció el aprendizaje significativo al integrar estrategias activas como el uso de materiales manipulativos, la exploración guiada, la práctica constante y el desarrollo del razonamiento lógico-matemático. Los resultados evidencian que estas estrategias contribuyeron a una mejor comprensión conceptual del algoritmo de la división, especialmente cuando se vinculó la teoría con ejemplos concretos y actividades contextualizadas. Los estudiantes mostraron avances tanto en la ejecución operativa como en la interpretación de situaciones problemáticas que requerían aplicar la división.

Sin embargo, los hallazgos también ponen de manifiesto la necesidad de establecer un seguimiento pedagógico continuo, que permita verificar no solo la memorización o reproducción mecánica del algoritmo, sino también su aplicación flexible en contextos diversos, lo que requiere mayor énfasis en la transferencia del conocimiento. La planificación didáctica que integra recursos concretos, actividades lúdicas y procesos de evaluación continua no solo mejora el rendimiento en contenidos específicos como la división, sino que también fortalece habilidades transversales como la resolución de problemas, la colaboración y la autonomía, esenciales para una formación matemática integral en educación básica.

Referencias

- Aguayo-Arriagada, C. G., Piñeiro, J. L., & Flores, P. (2016). La introducción a la división en educación primaria. Un análisis comparativo. In *Actas del XVI Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, ni más ni menos*. Recuperado de: <https://core.ac.uk/download/pdf/328838061.pdf>
- Arceo, F. D. B., Arceo, F. D. B., & Lemini, M. A. R. (2006). *Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida*. McGraw-Hill. Recuperado de: <https://decisio.crefal.org/wp-content/uploads/2024/03/decisio42-resenas.pdf>
- Block, D., Martínez, P., & Moreno, E. (2015). *Repartir y comparar: La enseñanza de la división entera en la escuela primaria*. Ediciones SM. Recuperado de: <https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=mMiIDwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT2&dq=en%C3%B1anza+de+la+divisi%C3%B3n&ots=wDtEGz9dm8&sig=BZPYnkr3VUqhuLzr2veLIHMYO7o>
- Cruz, I. M. (2013). *Matemática Divertida: Una Estrategia para la enseñanza de la Matemática en la Educación Básica*. Recuperado de: https://matramses.wordpress.com/wp-content/uploads/2016/10/mateme3a1tica-divertida_una-estrategia-para-la-ensec3b1anza-de-la.pdf
- Godino, J., Batanero Bernabéu, C., Cid, E., Font, V., Roa Guzmán, R., & Ruiz, F. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Recuperado de: <https://digibug.ugr.es/handle/10481/95586>
- Meece, J. L. (2001). Desarrollo del niño y del adolescente. *Compendio para educadores*. Secretaría de Educación Pública, Subsecretaría de Educación Básica y Normal, Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. Recuperado de: <https://sige.segey.gob.mx/materiales/1/d1/p1/4.%20JUDITH%20MEECE.%20Desarrollo%20del%20nino.pdf>

- Oliveros, S. (2011). La enseñanza de la matemática para los docentes de educación integral. *Revista Iberoamericana de educación*, 55(1), 1-3. Recuperado de: <https://rieoei.org/RIE/article/download/1634/2681>
- Paternina Borja, O. I., & Juárez Ruiz, E. (2023). Planeación de clase para enseñar simetrías: escenario para caracterizar el conocimiento didáctico de una profesora de matemáticas. *Revista Lasallista de Investigación*, 20(1), 67-82. Recuperado de: http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S1794-44492023000100067&script=sci_arttext
- Secretaría de Educación Pública [SEP] (2018) *Programa de Estudio 2018. Aprendizajes Clave. Cuarto grado. México*, SEP. Recuperado de: https://www.ipmp.gob.mx/web/acervo_digital/documentos/Libros%20Digitales%20Coleccion%20AC/Primaria4grado.pdf
- Vidal Ledo, M., & Rivera Michelena, N. (2007). Investigación-acción. *Educación Médica Superior*, 21(4), Recuperado de: http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S0864-21412007000400012&script=sci_arttext



El juego en el aprendizaje de la Matemática en el Nivel Primario

Rafael Francisco

Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña (ISFODOSU)

Santo Domingo. República Dominicana.

rafael.ventura@isfodosu.edu.do

Resumen

El juego en las actividades de Matemática en el nivel primario es una herramienta pedagógica efectiva para estimular el aprendizaje y la comprensión de conceptos abstractos. A través de dinámicas lúdicas, como puzzles, juegos de mesa o actividades interactivas, los niños desarrollan habilidades como el pensamiento lógico, la resolución de problemas y el trabajo en equipo. Estas estrategias fomentan la motivación y el interés por la materia, creando un ambiente de aprendizaje activo y significativo. Además, el juego permite adaptar los contenidos a las distintas necesidades y estilos de aprendizaje, promoviendo el desarrollo integral de los estudiantes.

Palabras claves: Juego, gamificación, estrategia, juegos interactivos, juegos lúdicos.

Introducción

El juego se ha convertido en un recurso esencial dentro del ámbito educativo, especialmente en el nivel primario, donde el aprendizaje se entrelaza con la curiosidad y el entusiasmo de los niños. En el contexto de las Matemáticas, una disciplina muchas veces considerada abstracta o desafiante, el juego logra humanizar y simplificar los conceptos, permitiendo a los estudiantes aprender de una manera más interactiva y significativa. Actividades lúdicas como acertijos, juegos de mesa, dinámicas grupales y gamificaciones no solo fomentan la comprensión, sino que también estimulan habilidades fundamentales como el pensamiento lógico, la creatividad y la capacidad de resolver problemas. De esta manera, el juego trasciende su función recreativa para convertirse en un puente entre la teoría matemática y la realidad cotidiana de los niños.

Además, las actividades basadas en el juego promueven un aprendizaje inclusivo, adaptándose a diferentes estilos y ritmos de aprendizaje. Esto resulta especialmente importante en aulas diversas, donde cada estudiante aporta una perspectiva única. El juego en Matemáticas no solo enriquece el proceso educativo, sino que también refuerza valores como el trabajo en equipo, la perseverancia y la empatía. Al convertir el aprendizaje en una experiencia divertida y desafiante, se logra captar la atención de los niños, motivándolos a participar activamente y a desarrollar una actitud positiva hacia las Matemáticas. En suma, el juego no es simplemente un medio, sino una estrategia transformadora que potencia el desarrollo integral de los estudiantes en el nivel primario.

De acuerdo a lo mencionado anteriormente y a la relevancia de la temática, se pretende desarrollar un taller para docente que imparten Matemática en primaria o para cualquiera desee incursionar en la aplicación de esta estrategia, con el propósito de utilizar juegos de diversas índoles que ayuden a potenciar el desarrollo del pensamiento lógico y a consolidar conocimientos matemáticos.

Definición y relevancia del tema

El juego en las actividades de Matemáticas en el nivel primario es una herramienta pedagógica clave que fomenta el aprendizaje significativo. Según Salazar (2021), los juegos didácticos mejoran la comprensión matemática al permitir que los estudiantes interactúen con conceptos abstractos de manera práctica y divertida. Este enfoque no solo facilita la adquisición de conocimientos, sino que también promueve la motivación intrínseca en los estudiantes, un factor esencial para el aprendizaje a largo plazo.

Además, el juego contribuye al desarrollo de habilidades cognitivas fundamentales como el razonamiento lógico, la resolución de problemas y el pensamiento crítico. Expósito (2021) destaca que los juegos matemáticos estimulan la creatividad y el análisis estratégico, habilidades que son esenciales no solo en el ámbito académico, sino también en la vida cotidiana. Este enfoque lúdico permite a los estudiantes experimentar el aprendizaje como un proceso dinámico y enriquecedor.

El uso del juego también fomenta la colaboración y las habilidades sociales entre los estudiantes. Según Álvarez (2021), los juegos en grupo ayudan a los niños a desarrollar competencias como la comunicación efectiva, la empatía y el trabajo en equipo. Estas habilidades son cruciales para el desarrollo integral de los estudiantes y para su capacidad de interactuar en entornos diversos.

Los juegos en Matemática desarrollan la creatividad y permiten crear un ambiente más relajado y propicio para el aprendizaje. Según Francisco (2024), los juegos desarrollan habilidades en la construcción y aplicación de los conocimientos, propician un espíritu de iniciativa y creatividad. Además, que no se trata de jugar por jugar, en la educación cada juego tiene una intención pedagógica cuyo objeto es fortalecer y general nuevos conocimientos. (p. 97)

Ventajas para los docentes del uso del juego en Matemática

El uso del juego como estrategia en la enseñanza de las Matemáticas ofrece múltiples ventajas para los profesores, facilitando su labor pedagógica y mejorando los resultados de aprendizaje. Según Gallego et al. (2020), el juego permite a los docentes captar la atención de los estudiantes de manera efectiva, creando un ambiente de aprendizaje dinámico y motivador. Además, Salazar (2021) destacan que los juegos didácticos ayudan a los profesores a abordar conceptos complejos de forma más accesible, promoviendo una comprensión más profunda en los estudiantes. Por otro lado, Aristizábal (2016) señala que el uso de juegos fomenta la creatividad docente, ya que los profesores deben diseñar actividades innovadoras que se adapten a las necesidades de sus alumnos. Estas ventajas no solo benefician a los estudiantes, sino que también enriquecen la práctica docente, haciendo del proceso de enseñanza una experiencia más gratificante y efectiva.

Referencial teórico

El juego es una actividad esencial para desarrollar el pensamiento lógico y consolidar los aprendizajes en Matemática, también porque fomenta habilidades cognitivas, sociales y emocionales. Según Gallego Henao et al. (2020), el juego en el aula permite a los estudiantes aprender de manera significativa, combinando diversión y aprendizaje. Alsina (2001) define el juego es una herramienta pedagógica fundamental que permite a los niños aprender de manera significativa y motivadora. Este autor destaca que el juego no solo es una actividad recreativa, sino también un recurso educativo que facilita la comprensión de conceptos abstractos, especialmente en áreas como las Matemáticas.

Incorporar el juego como estrategia pedagógica en Matemáticas mejora la motivación y el rendimiento de los estudiantes. Según Gallego Henao et al. (2020), el juego permite a los niños explorar conceptos matemáticos de manera práctica y atractiva.

Las estrategias educativas son fundamentales para guiar el aprendizaje de los estudiantes. Salazar (2021) destacan que las estrategias didácticas, como los juegos, facilitan la comprensión de conceptos complejos en Matemáticas.

Por otro lado, los recursos didácticos, como materiales manipulativos en los juegos, son herramientas clave para el aprendizaje. Salazar (2021) subrayan que los recursos lúdicos adaptados a las necesidades de los estudiantes actuales potencian el aprendizaje matemático.

Existen una gran variedad de juegos que se pueden utilizar en las clases de Matemática, entre ellos están:

- El Cuadrado Mágico, es un juego matemático que desarrolla el razonamiento lógico, potencia la creatividad y refuerza las operaciones adición. Según Ruiz (2021), estos pasatiempos han sido utilizados durante siglos para enseñar conceptos matemáticos de manera lúdica. En el mismo sitio web se define el cuadrado mágico como distribuciones de números enteros en una tabla en forma de matriz, de tal forma que la suma de los números por columnas, filas o diagonales principales es la misma.

- Triángulos mágicos: Los triángulos mágicos, al igual que los cuadrados mágicos, son útiles para enseñar geometría y aritmética. Ruiz (2021) menciona que estos juegos fomentan la resolución de problemas y el pensamiento crítico.
- Juego de dominó en Matemática: El dominó es un recurso versátil para enseñar Matemáticas, ya que permite trabajar operaciones básicas y razonamiento lógico. Según Gyves (2018) El juego de dominó refuerza el sistema cognitivo y favorece la comprensión de las operaciones básicas y otros conceptos.
- Los juegos con palitos, como rompecabezas geométricos, ayudan a desarrollar habilidades espaciales y matemáticas. Caraballo (2022) destaca que estos juegos son ideales para enseñar conceptos de geometría y simetría. También se utilizan para activar la atención y desarrollar el pensamiento lógico. Según Cofre y Tapia (sf) el juego con palitos desarrolla la imaginación espacial, refuerzan los conceptos geométricos, ayudan a la búsqueda de métodos sistemático en la resolución de problemas, desarrollan la atención y la concentración.
- Los dados, son herramientas dinámicas muy útil en la enseñanza de las Matemáticas, permitiendo practicar operaciones básicas y cálculo mental. Según Martínez (2009) los dados usados como recurso para el establecimiento de una variedad de conceptos matemáticos ligados al mundo de las probabilidades y de una diversidad de actividades lúdicas que suelen ser utilizadas de manera recreativa, instruccional y evaluativa.
- Juegos de mesas, estos juegos son ideales para reforzar conceptos matemáticos de manera entretenida. Plan LEA (2020) menciona que estos juegos son efectivos para practicar operaciones y desarrollar habilidades cognitivas.
- Puzles, son juegos matemáticos excelentes para estimular el pensamiento lógico y la resolución de problemas. Según Caraballo (2022), estos desafíos fomentan la creatividad y el aprendizaje activo.
- La gamificación en la educación transforma el aprendizaje en una experiencia interactiva y motivadora, ya que su uso se centra en el manejo de la tecnología digital. Salazar (2021) señala que esta metodología adapta estrategias de juego a las necesidades educativas actuales.
- Trucos matemáticos, son herramientas útiles para enseñar conceptos de manera rápida y efectiva. Según Plan LEA (2020), estos métodos combinan diversión y aprendizaje, ayudando a los estudiantes a comprender mejor las Matemáticas.

Estrategia para desarrollar el taller

Las actividades por presentar en el taller son situaciones problema que se identifican con las siguientes habilidades:

Expositiva, se utilizará para introducir el propósito del taller y establecer los fundamentos teóricos. Se utilizarán ejemplos prácticos y recursos visuales (como presentaciones o demostraciones en vivo) para captar el interés de los participantes.

Puede incluir una breve historia sobre la importancia del juego en la Educación Matemática.

Trabajo en grupo para jugar y diseñar juegos, se fomentará la colaboración y creatividad de los participantes mediante el diseño de juegos adaptados a distintos conceptos matemáticos.

Algunas dinámicas efectivas pueden incluir: Juegos de mesa con reglas matemáticas, como el uso de cartas con problemas para resolver en equipo.

Uso de materiales manipulativos como bloques, fichas y objetos para modelar problemas matemáticos.

Diálogo de profundización, se abrirá un espacio para comentarios, preguntas y respuestas, permitiendo que los participantes reflexionen sobre lo aprendido. Se pueden plantear preguntas de reflexión como: ¿Cómo el juego facilita la comprensión matemática?

¿Qué estrategias podrían implementarse en el aula?

También es una oportunidad para que los participantes compartan experiencias previas y generen ideas nuevas.

Uso de tecnología: Aplicaciones educativas y recursos digitales pueden enriquecer el aprendizaje.

Enfoque práctico: Relacionar las actividades con situaciones cotidianas para que los niños vean utilidad en los conceptos matemáticos.

Evaluación: Implementar dinámicas como concursos o autoevaluaciones lúdicas para medir el aprendizaje de manera divertida.

Este enfoque convierte el taller en una experiencia dinámica y participativa, donde los participantes pueden descubrir el placer de aprender Matemáticas a través del juego.

Justificación de la estrategia seleccionada

Las estrategias seleccionadas serán suficientes para cumplir con el propósito del taller, ya que los participantes a través de exposición se le informarán de los alcances de la estrategia del juego en el proceso enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. A través de los trabajos en grupo podrán poner en práctica los juegos seleccionados en el taller y podrán diseñar a partir de la práctica. También, a través del dialogo de profundización los participantes tendrán la libertad de hacer comentarios, hacer valoraciones, preguntar para aclarar dudas o inquietudes.

Tabla 1.

Agenda general del taller (fases y tiempos aproximados para cada fase).

Actividades	Tiempo
Bienvenida e introducción	5 minutos
Justificación y fundamentos de la temática	10 minutos
Jugar y diseñar cuadrados mágicos	20 minutos
Jugar con triángulos mágicos	15 minutos
Jugar con dados	15 minutos
Jugar con palitos	15 minutos
Jugar y diseñar gamificaciones en Wordwall.net	20 minutos
Clausura	10 minutos
Total: 1:50	

Referencias

- Álvarez, A., et al. (2021). Proyectos de innovación docente. Universidad de Valladolid.
<https://uvadoc.uva.es/handle/10324/60701>
- Aristizábal, J., Colorado, H., & Gutiérrez, H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5377717>
- Caraballo, A. (2022). Juegos con palillos para niños y mayores: rompecabezas matemáticos. Quonomy.
<https://quonomy.com/juegos-con-palillos-para-ninos-y-mayores-rompecabezas-matematicos>
- Dehesa-De Gyves, N. (2018). Dominós matemáticos. RIIIT. Revista Internacional de Investigación e Innovación Tecnológica, 6(34), 0–0.
https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-97532018000400001
- Expósito, A. (2021). El juego como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas. Trabajo de Fin de Grado, Universidad de La Laguna.
<https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/25201/El%20Juego%20Como%20Recurso%20Didactico%20Para%20La%20Ensenanza%20De%20Las%20Matematicas.pdf>
- Francisco, R. (2024). Aprendizaje y Enseñanza de la Matemática. Un enfoque didáctico para un aprendizaje efectivo. Valdivia Editorial. Santo Domingo
- Gallego, A., et al. (2020). El juego como estrategia pedagógica para la enseñanza de las matemáticas. Dialnet. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7825982>
- Martínez, O. (2009). Un encuentro con la matemática apoyada en datos. Artículo científico. Scielo.
https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-00872009000200002
- Plan LEA. (2020). Juegos de mesa de matemáticas para aprender (y repasar). Listín Diario. República Dominicana. <https://planlea.edu.do/2020/07/juegos-de-mesa-de-matematicas-para-aprender-y-repasar/>
- Ruiz, M. (2021). Triángulos y cuadrados mágicos: pasatiempos matemáticos con siglos de historia. Yo Soy Tu Profe. <https://yosoytuprofe.20minutos.es/2021/08/03/los-mejores-triangelos-y-cuadrados-magicos/>
- Salazar, R. (2021). Juegos didácticos en el aprendizaje de matemática. Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación, 5(18), 391-404.
<https://revistahorizontes.org/index.php/revistahorizontes/article/view/182>



El trabajo en una comunidad profesional de aprendizaje matemática. Efectos en niñas y niños de preescolar

Lorena Alejandra **Medina** Hernández
Universidad Pedagógica Nacional, Unidad 321-Zacatecas
México

lorealwera@gmail.com

Luis Manuel **Aguayo** Rendón
Universidad Pedagógica Nacional, Unidad 321-Zacatecas
México

luisaguayo726@gmail.com

Ivette Anel **Delgado** Valdez
Universidad Pedagógica Nacional, Unidad 321-Zacatecas
Ivette.delgado8@hotmail.com

Resumen

Se presentan resultados de una investigación que tuvo por objetivo analizar las condiciones de una Comunidad de Aprendizaje Profesional en un Jardín de Niños del Estado de Zacatecas, México. Se formó para mejorar los aprendizajes matemáticos de las niñas y niños. Da cuenta de la consolidación de la Comunidad y la transformación de las concepciones acerca de la Matemática y su enseñanza que se evidenciaron en la acción de las educadoras y como consecuencia en la actividad matemática de las niñas y niños. Los resultados muestran que la reflexión teórica y colectiva es determinante para que las educadoras comprendan y modifiquen aspectos de su práctica que tuvieron eco en los aprendizajes de las alumnas y los alumnos, particularmente en lo que a los números se refiere. Se revisaron evidencias en el marco de un estudio de caso que principalmente a través de WhatsApp enviaban las madres o padres de familia.

Palabras clave: Resolución de problemas; Sentido numérico; Situación de acción; Situación de comunicación; Situación de validación.

Definición y relevancia del problema

La comunidad de aprendizaje en preescolar (CPAP en adelante) se formó para intentar mejorar la enseñanza de las Matemáticas referente al sentido numérico así como los aprendizajes de las niñas y los niños. Ello se deriva, por un lado, de los bajos resultados en pruebas estandarizadas como SISAT, se puntualiza que el 70% de las y los alumnos tienen complicaciones aunado a las dificultades de las y los profesores para desarrollar prácticas matemáticas efectivas.

Se analizó el trayecto de la comunidad para consolidarse como una CPAP. El objetivo fue analizar la manera en la que las y los docentes fueron modificando sus saberes y sus haceres respecto de la enseñanza de la Matemática. Esta investigación se enmarca dentro de la metodología de estudio de caso; desde esta perspectiva el caso del que se ocupa este estudio es la comunidad en su totalidad.

La comunidad de profesionales avanzó hacia la transformación y consolidación no sólo en lo que a los haceres de las maestras se refiere, también se reflejó en las alumnas y los alumnos, en quienes fue posible percibir los cambios de perspectiva que lograron sus maestras. Las modificaciones en sus diseños de clase y en las consignas que plantean, permite ver una transición de su trabajo hacia el enfoque de resolución de problemas. Es necesario recordar que en el enfoque más actual para la enseñanza de las Matemáticas en preescolar, se observa la impronta de la *Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD)* y la situación didáctica implica plantear un problema, estructurar un medio o *milieu* (problema, materiales, recursos, contexto, etc.) para luego, en la gestión de la clase permitir que las niñas y los niños se involucren en situaciones de acción en las que toman la responsabilidad de su aprendizaje; de formulación en las que plantean sus ideas matemáticas acerca de la actividad propuesta; de validación en las que despliegan sus argumentos para dar valor a su procedimiento y al resultado de su acción y finalmente; en situaciones de institucionalización en las que la profesora le da un estatus de legítima convencionalidad al concepto o contenido matemático trabajado.

Referencial teórico

Enseñar Matemáticas en preescolar. La visión oficial.

Los planteamientos curriculares que fueron producto de la investigación en didáctica de las Matemáticas llegaron a los planes y programas de estudio del preescolar mexicano con la reforma de 1992, no obstante, ganan claridad hasta el 2004 cuando se plantea el pensamiento matemático como la articulación de los procedimientos informales de las niñas y de los niños con las estrategias matemáticas convencionales. Los documentos lo expresaban de la siguiente manera: “la conexión entre las actividades matemáticas, espontáneas e informales de los niños y su uso para propiciar el desarrollo del razonamiento, es el punto de partida de la intervención en este campo” (SEP, 2004, p.71).

Para el 2007 se mencionaba que el pensamiento matemático en preescolar se construye mediante un proceso que invita a la deducción, es decir, a partir de datos que conocen o

desconocen y de sus capacidades, habilidades y destrezas, las niñas y los niños establecen las condiciones para inferir resultados o conclusiones. Algo similar se planteaba en el programa del 2011 donde se señalaba que:

El desarrollo de las capacidades del razonamiento (...) se propician cuando (los niños) realizan acciones que les permiten comprender un problema, reflexionar sobre lo que se busca, estimar posibles resultados, buscar distintas vías de solución, comparar resultados, expresar ideas y explicaciones y confrontarlas con sus compañeros. (SEP, 2011, p. 56)

Actualmente, el programa vigente (SEP, 2017) menciona que:

Es necesario que los alumnos realicen diferentes actividades y resuelvan numerosas situaciones que representen un problema o un reto (...) en este proceso se posibilita también que los niños desarrollen formas de pensar para formular conjeturas y procedimientos. (p.219)

Con estos planteamientos se esperaba que cambiaran las creencias sobre el desarrollo del pensamiento matemático que suponían un rol pasivo para alumnas y alumnos que sólo esperaban la explicación del *truco* para resolver las cuestiones planteadas por la maestra o el maestro. En el caso contrario, se opta porque sean las niñas y los niños quienes descubran estrategias para operar y manejar los números. De acuerdo con García (2014) el enfoque didáctico actual para enseñar Matemáticas considera importante no solo aprender Matemáticas, sino también el medio para hacerlo a partir de los saberes que las niñas y los niños ya traen consigo. La pretensión es compleja y requiere de ensayos y errores.

Enseñar Matemáticas en preescolar. La visión de la teoría.

Desde los años 50 del siglo pasado ya se reflejaba en el mundo la insatisfacción por los resultados de la enseñanza de las Matemáticas, de acuerdo con Kline (1976) el nivel que adquirirían los estudiantes era menor que en cualquier otra asignatura y eso se debía al método de enseñanza (tradicional) utilizado.

Contra este método, en los años 70s se vivió el movimiento llamado de las *Matemáticas Modernas* en el que se pretendió incluir el método axiomático, el lenguaje lógico-simbólico y las estructuras algebraicas. En preescolar se incluyeron contenidos relacionados con la *Teoría de Conjuntos*, la noción de número como síntesis de operaciones lógicas y como clase de colecciones. No obstante, sus intenciones, las *Matemáticas Modernas* fracasaron, entre otras cosas porque los conceptos y las estructuras matemáticas superiores fueron difíciles de entender para los profesores.

Ante el fracaso de la *Matemática moderna* en los Estados Unidos de América se inicia el retorno hacia lo básico (back to basic) y se retoma la mecanización de los algoritmos y los procedimientos del cálculo, pero muy pronto se hizo evidente que no era una solución razonable, es en ese período cuando hace su aparición la *didáctica fundamental* de Brousseau y su *Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD)*.

En lo que respecta al nivel preescolar, Brousseau (1994, citado en Chamorro, 2005) señala que para enseñar un conocimiento matemático es necesaria la creación matemática mediante una situación (didáctica) que genere problemas matemáticos genuinos. Desde esta perspectiva las

niñas y niños aprenden Matemáticas cuando hacen suyo el problema y ponen en funcionamiento estrategias de solución y esto hará posible elaborar procedimientos, ponerlos en funcionamiento, modificarlos según los efectos producidos, automatizar los que se usan con más frecuencia, y mediante todo ello, construir con sentido un conocimiento matemático a través de la resolución de problemas.

Método y desarrollo conceptual

El presente trabajo es un estudio de caso, se enmarca dentro del paradigma interpretativo (Latorre, Rincón y Arnal, 1996) desde un enfoque cualitativo puesto que el objetivo es analizar las condiciones de una comunidad profesional de aprendizaje para la mejora de la enseñanza de las Matemáticas en preescolar. El caso a estudiar fue el colectivo docente del Jardín de Niños antes señalado, que cuenta con un director, siete educadoras frente a grupo, una maestra de educación física y un acompañante musical. El seguimiento al colectivo se hizo desde agosto de 2019 hasta marzo de 2022 y se recuperó información mediante los videos de las 36 sesiones de la comunidad de aprendizaje; diez entrevistas semiestructuradas aplicadas a los docentes del colectivo; la relatoría del Taller de Didáctica de las Matemáticas Brousseau, 1998; Block, 2006); los productos de las actividades del taller; las situaciones didácticas diseñadas por el colectivo y; los videos de las tareas realizadas por los niños.

Resultados

1º Las educadoras, sus nociones reconstruidas en comunidad

El colectivo, en el trayecto de la CPAP, abandonó su preocupación por el juego y ahora subraya la importancia de lograr aprendizajes matemáticos ligados al número, pues en el trabajo con las alumnas y los alumnos su meta era que los identificaran en sus diversos significados (cardinal, ordinal y etiqueta) y sus usos, como se plantea en las propuestas constructivistas. Bajo esta lógica las actividades que las maestras plantean tienen la intención de que las niñas y los niños tengan oportunidad de actuar en situaciones en las que sea necesario utilizar los números, este objetivo es independiente de la edad de la niña, del niño o del grado escolar que cursan, idea que se acota en la comunidad de la siguiente manera.

...la ventaja es que es posible determinar para qué niveles va dirigido el reto, (...), podemos llegar a la resolución de problemas de agregar, comparar y quitar. (Maestra Natalia/SE02/p32)

También, cuando las maestras piensan en los aprendizajes de las niñas y los niños asumen que los primeros intentos de solución que ellos hacen en la situación, son acciones importantes porque estos primeros arreglos les permiten buscar y desplegar otras estrategias, lo que en la perspectiva de ellas, significa que se apropian de saberes sobre los números. Fue necesario preguntarse antes sobre: ¿A qué se refiere el sentido numérico? ¿Para qué sirve? ¿Cómo hacer para que las niñas y los niños lo desarrollen? ¿Cómo diseñar situaciones para trabajarlo? Es evidente, que la construcción de conocimientos que hace la niña o el niño, está basada en las relaciones y conexiones con el mundo real a través de la observación, imaginación, intuición y razonamiento, y por esta razón, es necesario

... comunicar de manera oral y escrita del 1 al 10 con funcionalidad (...), identificar algunas relaciones de equivalencia entre monedas de \$1, \$2, \$5, \$10 en situaciones reales de compra y venta, así como el desarrollo del pensamiento matemático a través del conteo de colecciones no mayores de 20 porque realmente hay que empezar con grupos de menos de 5 elementos para compartir, igualar o clasificar colecciones con base en la cantidad de elementos además de plantear y hacerse responder a preguntas en las que necesite recabar datos, la organización a través de tablas y pictogramas que interpreta para contestar las preguntas planteadas. (Maestra Marcela/SE02/p.36; Maestra María Paula/SE02/p.33; Maestra Natalia/SE02/p.28)

Estas concepciones permiten apreciar que las educadoras poseen una visión sobre la enseñanza del sentido numérico que ha sido articulada con las perspectivas teóricas analizadas en el colectivo, la revisión de los planes de estudio y su experiencia en el servicio educativo. Con estos conocimientos como mediadoras y mediadores, la resolución de problemas y el juego se convierten en una de las características fundamentales de la acción de las docentes al enseñar Matemáticas, puesto que tienen claro que las situaciones diseñadas y aplicadas deben posibilitar la construcción de nuevos conocimientos a partir de los que ya tienen, desde identificar los números a su alrededor hasta emplearlos en una situación específica. La propuesta actual se basa en el planteamiento de actividades donde se resuelvan problemas que les permitan el desarrollo de capacidades y la construcción de conocimientos para utilizarlos en situaciones variadas. Es lo que hemos estado analizando todos, tenemos que hacer a los niños reflexivos, analíticos y los problemas deben representar un desafío, un desequilibrio en los niños pero sin que la situación supere su comprensión ni resulte tan sencilla que no represente un reto. Problematicar implica retar intelectualmente a los niños, todos los niños son listos, solo hay que ver cómo problematizarlos. (Maestra María Paula/SE08/p.94)

2° Del énfasis del juego a las situaciones didácticas

En una situación didáctica el papel de las niñas y los niños es accionar en el medio preparado para ello, pero como estas actividades se desarrollaron durante la pandemia, las madres y los padres de familia fueron un factor esencial del medio de la situación, para lograrlo hubieron de seguir las orientaciones de la educadora. Lo que se pudo ver es que en algunos casos el papel de la alumna o el alumno en la actividad matemática cambia por completo, en otros se modifican sólo algunas cuantas cosas y en otros, al parecer la experiencia no se altera. Es posible percibir una cierta actividad de las alumnas y los alumnos en la construcción del conocimiento matemático, desde luego que esta es producto de la manera de cómo las educadoras plantean el contrato didáctico.

En coincidencia con Chamorro (2006), la alumna o el alumno “formula, prevé y explica la situación, organizando sus estrategias a fin de construir una representación de la situación que le sirva de modelo y le ayude a tomar decisiones” (p.17). Esto significa realizar una acción para construir conocimientos a partir de los que ya tiene. Un ejemplo de ello es la Tabla 1 en la que puede observarse que se incluye una descripción del numeral cuando debe determinarse cuál número es el que representa la colección de objetos, para realizar adecuadamente tal definición debe establecerse la relación entre el número de objetos de la colección, el número como cardinalidad y el número signo (el numeral).

Tabla 1
Números por todos lados.

Fragmento de Diario de Maestra Natalia	Descripción numeral y función global / Función específica al cuestionar ¿Dónde encuentras los números?
Mamá: Alonso pega el número 7 donde hay números. Alonso: (Busca y encuentra un calendario en su casa y coloca el 7 cerca del número 7 de un calendario). ¡Este es el número 7! (Lo señala y lo reitera). Mamá: El 10. Alonso: ¿El 10? (Alonso busca el 10 y lo pega cerca de la cinta métrica que corresponde al 10). Mamá: Ahora toma el 15 y pégalo donde hay números. Alonso: (Lo toma y lo pega exactamente en la página 15 de un libro). Mamá: Ahora el 11. Alonso: ¿El 11? (Busca la tarjeta con el número 11 en un reloj que marca las 11:59 a.m.) (REFDI/Maestra Natalia/ p.1).	

Fuente: Elaboración propia (REFDI/Maestra Natalia/ p.1). 2023.

Otra de las habilidades que las niñas y los niños desarrollan es reconocer el número como memoria de cantidad cuando terminan de contar una colección ya que no porque cuentan significa que dominan la serie numérica, sino que el problema les exige desplegar la memoria de cantidad, es decir saber cuántos son, para ello inicialmente se basan en la percepción sobre todo cuando son colecciones con menos de seis elementos, pero paulatinamente reconocen que necesitan identificar las reglas de la serie numérica para solucionar el problema. Un ejemplo del uso de la percepción es el juego de dados, en ese caso cuentan los puntos del 1 al 6 para tomar los objetos que correspondan al número de puntos en la cara del dado.

Se ponen al centro un conjunto de botones de colores y un dado a la mano con puntos del 1 al 6 en el cual en cada cara se señala un color diferente. El juego transcurre en familia—

Yatziri: Tocó negro.

Mamá: ¿Cuántos?

Yatziri: Uno (señala con el dedo).

Mamá: Ahora que lo lance papá.

Mamá: ¿Cuántos le salieron hija?

Yatziri: Señala con el dedo cada punto y luego de contarlos dice: Tres blancos.

Mamá: Es mi turno ¿Me ayudas a contar? ¿Cuántos me salieron?

Yatziri: 1, 2, 3, 4, (señala con el dedo cada punto).

Mamá: ¿De cuál color tengo que tomar 4?

Yatziri: De aquí del azul (señala los botones).

Mamá: 1, 2, 3, 4 ¡Tú turno!

Yatziri: (Lanza el dado).

Mamá: ¿Cuántos tocan?

Yatziri: Azules y... 1, 2, 3, 4. (REFDI/Maestra Keyla/ p.1)

Como se puede apreciar en el fragmento anterior, en todo momento la mamá cuestiona e invita a accionar a la alumna, esto es, la mamá le devuelve la responsabilidad a Yatziri cuando coloca todos los objetos al frente para obligarla a utilizar estrategias diferentes al conteo y que determine quién gana y quién pierde el juego, se trata de comparar las cantidades a través de la correspondencia uno a uno, aunque en ocasiones la mamá le da ciertas pistas para lograrlo, cómo ¿Qué sigue del 3? Sobre este respecto Fusson y Hall (1983) señalan que las experiencias iniciales con los números vienen de los primeros contactos con términos o palabras numéricas al tratarse de una sucesión convencional: 1, 2, 3... y en esas primeras experiencias no son utilizadas para contar, pero es el conjunto general de experiencias, como dicen Castro, Rico y Castro (1995, como se citaron en SEP, 2012) lo que permite que las niñas y los niños adquieran niveles de logros amplios. Otro logro matemático de las niñas y los niños consiste en que, a través de las experiencias vinculadas al uso de monedas de \$1, \$2, \$5 y \$10 tienen un acercamiento al sistema monetario en el cual exploran valores y relacionan el valor cardinal con el precio de los artículos y además visualizan la escritura de los números que son una vía para solucionar el problema. Para accionar sobre esta situación se apoyan de un registro en el que hacen sus cuentas para saber cuánto han de pagar, otros manipulan fichas. El programa vigente señala al respecto que “es recomendable que los alumnos tengan dominio sobre el conteo en lo que respecta a los rangos numéricos de los datos y de los resultados con base en sus posibilidades cognitivas” (SEP, 2017, p.238).

A decir del colectivo docente, uno de los logros destacables es la resolución de problemas que se plantean para ampliar sus propios conocimientos, para anticipar y probar distintas vías de solución que cada vez son más abstractas y el reto es que estos problemas tengan relación con la realidad cotidiana. Este logro fue posible, sobre todo porque aún en las condiciones de la escuela en casa, las maestras pudieron devolver el problema a las alumnas y a los alumnos además lograron que estas y estos fueran protagonistas de la actividad matemática.

Mediante la acción matemática las niñas y los niños se apropian del problema al comprender la naturaleza del mismo, manipular y actuar sobre el medio para construir sus propios procedimientos y cálculos (Chamorro, 2006), a partir de sus conocimientos anteriores. Luego de esas acciones deben ser capaces de comunicar a las y los demás lo que ya conocen o la experiencia que ya han tenido con el saber-hacer, por ello la maestra o el maestro organiza momentos para que realicen esta comunicación porque es una estrategia que les permite validar, es decir, darle valor a eso que ya conocen, para ello deberán convencer a las otras y los otros de que su estrategia o su resultado son los adecuados. Aunque debe reconocerse que lograr que aparezcan estas situaciones es quizá el reto más difícil de lograr porque las clases son a distancia y si bien la situación de acción ha sido frecuente en las clases de las maestras, para las madres y los padres de familia es más difícil comprender la naturaleza y dinámica de la validación, sin embargo algunas y algunos, como se puede observar en el siguiente fragmento, han reconocido que es otro momento en el que la niña o el niño es actor principal. Brousseau (2007) establece que en la validación toca convencer a los demás de la mejor alternativa para solucionar los problemas y en este caso las razones para convencer comienzan a ser cada vez más explícitas y elaboradas: “es que es más fácil contar porque utilicé solo monedas de un peso dice Pamela”.

Conclusiones

En las clases a distancia, como en otras, las situaciones didácticas tienen el objetivo de que las niñas y los niños den solución a un problema y comuniquen sus procedimientos, pero lo que se ha podido observar es que los procesos de comunicación sólo funcionan esporádicamente, ya que en no pocas ocasiones, las madres y los padres de familia así como la educadora se *adelantan* en la reflexión sobre los procedimientos y estrategias que despliegan las niñas y los niños. La comunicación para validar queda muchas veces en el ideal, aunque desde una perspectiva positiva, es una noción que ya aparece nítidamente en el lenguaje de las educadoras y educadores de la CPAP. Sin embargo a pesar de las escasas oportunidades para construir por sus propios medios el saber, las niñas y los niños han aprendido otras alternativas para solucionar los problemas. Estos saberes se traducen específicamente en nociones que les sirven para desarrollar su sentido numérico y contribuirán más adelante a construir otras, porque, en la postura Brousseauiana el saber matemático no se reduce solamente reconocer nociones y teoremas, también se requiere que enfrenten problemas para encontrar alternativas de solución que serán útiles en su vida cotidiana.

Referencias y bibliografía

- Block, D. (2006). Comparar, igualar, comunicar en preescolar: Análisis de situaciones didácticas. *Departamento de Investigaciones Educativas. Cinestav-Sede Sur*, 1-8. <https://docplayer.es/13972688-Comparar-igualar-comunicar-en-preescolar-analisis-de-situaciones-didacticas-david-block.html>
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situation didactiques* (Textes rassemblés et préparés par Balacheff, N., Cooper, M., Sutherland, R., Warfield, V.). La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal. Libros del Zorzal. http://www.udesantiagovirtual.cl/moodle2/pluginfile.php?file=%2F204043%2Fmod_resource%2Fcontent%2F2%2F287885313-Guy-Brousseau-Iniciacion-al-estudio-de-la-teoria-de-las-situaciones-didacticas-pdf.pdf
- Chamorro, M. C. (2005). *Didáctica de las matemáticas para educación infantil*. Pearson Prentice Hall.
- Chamorro, M. C. (2006). *Didáctica de las matemáticas*. Pearson. Prentice Hall
- Fuson, K. y Hall, J. (1983). The acquisition of early number word meanings: A Conceptual Analysis and Review. En Ginsburg, H. (Ed.). *The development of children's mathematical thinking*, (pp.49-107). Academic Press.
- García, S. (2014). *Materiales para apoyar la práctica educativa. Sentido Numérico*. INEE. <https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/01/P1D416.pdf>
- Kline, M. (1976). *El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe sumar*. Siglo veintiuno editores. Madrid, España: Siglo XXI de España editores, S.A. de C.V. <http://f.javier.io/rep/books/El-Fracaso-de-La-Matematica-Moderna.pdf>
- Latorre, A., Rincón, D., y Arnal, J. (1996). *Bases Metodológicas de la Investigación Educativa*. Hurtado Ediciones.
- SEP. (2004). *Programa de educación preescolar 2004*. SEP.
- SEP. (2011). *Programa de estudio 2011. Guía para la educadora*. SEP.
- SEP. (2012). *Enseñanza de las matemáticas en educación básica. Licenciatura en Educación Especial*. SEP.
- SEP. (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral. Educación preescolar*. SEP.



Explorando las capacidades matemáticas de estudiantes de primer año de Educación Primaria

Agustín **Prieto** Carmona
Universidad de Salamanca
España
Id00896226@usal.es

Lorena **García** Fernández
Universidad de Salamanca
España
lorenagfernandez@usal.es

José María **Chamoso** Sánchez
Universidad de Salamanca
España
jchamoso@usal.es

Jazmín Adriana **Juárez** Ramírez
Instituto Politécnico Nacional
México
jjuaarezr@ipn.mx

Resumen

Es reconocida la importancia de conectar el aprendizaje matemático con contextos reales. Este trabajo explora y analiza las capacidades matemáticas de alumnos de primer curso de Educación Primaria, 6 años. Se utilizó una muestra de 20 alumnos a quienes, en sesiones usuales de aula, se les propuso realizar tareas en contextos reales relacionadas con la representación, que posteriormente mejoraron después de una formación, y la creación de problemas. Los datos de los estudiantes se analizaron, en cada caso, con un sistema de categorías basado en la literatura. Los resultados reflejan una gran creatividad, mejoras en la representación visual y una alta capacidad para contextualizar problemas, aunque también se observaron limitaciones en pensamiento divergente y razonamiento complejo. Esto abre futuras líneas de investigación para confiar en las capacidades que pueden mostrar los alumnos de las primeras edades escolares, que pueden hacer mucho más de lo que se espera.

Palabras clave: Primeras edades escolares; Competencias matemáticas; Contexto real; Creación de tareas; Creatividad

Introducción

Los primeros años escolares son claves para favorecer la motivación e interés de los niños y niñas, así como para que puedan desarrollar competencias generales y también matemáticas como puede ser la representación y la resolución de problemas básicos (Castro Martínez et al., 2002). En esos años el estudiantado presenta una disposición activa para participar y desarrollar actividades que pueden favorecer su aprendizaje.

Estos aprendizajes están influenciados por factores cognitivos, socioemocionales y ambientales, y dependen tanto del entorno escolar como de las experiencias cotidianas (Santos e Campos et al., 2020). En ese contexto, este trabajo tuvo por objetivo explorar y analizar las competencias matemáticas de estudiantes de primer curso de Educación Primaria (6 años).

Marco teórico

El desarrollo de competencias matemáticas en las primeras edades escolares es fundamental para conseguir aprendizajes futuros. Para ello, la representación visual y espacial es esencial en las primeras etapas, ya que dibujar activa el conocimiento previo, facilita la comprensión de proporciones y disposiciones espaciales, y favorece la organización de ideas matemáticas (Ainsworth y Scheiter, 2021; Castro Martínez et al., 2002).

Un entorno de aprendizaje abierto fomenta la creatividad y la autonomía, esenciales para el desarrollo de competencias. Schoevers et al. (2019) destacaron que la creatividad surge cuando el estudiantado tiene espacios para explorar y reflexionar sin temor a cometer errores, para conseguir una construcción activa del conocimiento, en la línea de Vygotsky (1978). En este marco, la labor del docente es fundamental como facilitador del conocimiento, de manera que permita que los alumnos tomen decisiones y además facilite que muestren sus ideas.

La creación de problemas en contextos reales conecta las Matemáticas con situaciones prácticas de la vida cotidiana, fomenta el pensamiento crítico y muestra la relevancia de las Matemáticas en la vida diaria (Albertí, 2018). García et al. (2022) reflejaron que incrementa la motivación, y favorece la autonomía, la creatividad y la resolución de problemas. Además, trabajar en problemas reales aumenta la colaboración entre los y las estudiantes y fomenta tanto las dinámicas de aprendizaje cooperativo como la construcción del conocimiento de manera conjunta y significativa (Schoevers et al., 2019).

La integración de tareas creadas por el alumnado en contextos reales no sólo transforma la percepción sobre las Matemáticas, sino que también impacta directamente en la equidad educativa. Por ejemplo, permite a estudiantes, de distintas capacidades y experiencias previas, acceder al aprendizaje desde su entorno personal y cultural (Vegas, 2019).

Estudios previos han analizado tareas creadas por docentes y estudiantes de Educación Primaria y de Educación Secundaria en contextos reales (por ejemplo, Chamoso y Cáceres, 2018). Sin embargo, se conocen escasos trabajos que analicen tareas creadas por estudiantes de las primeras edades escolares en contextos reales. Este trabajo intenta dar un paso en ese sentido.

Objetivo

Analizar competencias matemáticas de estudiantes de primer curso de Educación Primaria (6 años)

Metodología

Contexto y muestra

El estudio se desarrolló en un centro educativo urbano de España. La muestra fueron los 20 alumnos y alumnas de un aula de 1º de Primaria (6 años; 12 niños, 60%, y 8 niñas, 40%).

Experimentación

La experimentación se desarrolló en dos sesiones usuales de aula de la siguiente forma:

Sesión 1 (Representación):

- El maestro pidió, a cada alumno/a, “Haz un dibujo que te recuerde una situación donde viste animales”. El maestro se limitó a observar el trabajo del estudiantado hasta que, estos, entregaron su trabajo (5 minutos, Entrega 1).
- El maestro observó que, la falta de proporción en los dibujos de los alumnos era un error generalizado. Sin mencionarlo explícitamente dibujó, en la pizarra, un perro más grande que una persona y preguntó a las personas estudiantes: “¿Qué observan en el dibujo?”. Después de que los alumnos y alumnas identificaron el error, el maestro dibujó un perro y una persona en tamaño real (5 minutos).
- El maestro pidió, a cada estudiante, “Haz, de nuevo, un dibujo que te recuerde una situación donde viste animales”. El maestro se limitó a observar el trabajo del estudiantado hasta que, estos, entregaron su trabajo (5 minutos, Entrega 2).

Sesión 2 (Creación de problemas):

- El maestro pidió, a cada alumno/a, “Piensa en algo relacionado con el colegio y conviértelo en un problema matemático”. El maestro se limitó a observar el trabajo del estudiantado hasta que, estos, entregaron su trabajo (10 minutos, Entrega 3).

Datos

Los datos fueron la Entrega 1 y Entrega 2 (Representación) y Entrega 3 (Creación de problemas), realizadas por estudiantes, 20 en cada caso y 3 entregas por cada estudiante.

Análisis de datos

Los datos de cada estudiante se analizaron de la siguiente forma:

1. Representación (Entrega 1 y Entrega 2) atendiendo a 4 categorías (Chamoso et ál., 2013): *Reconocimiento de la representación, Proporciones, Disposición espacial y Creatividad*. Para ello se utilizó una escala de 1 (no adecuado), 2 (algo adecuado), 3 (adecuado), 4 (muy adecuado).

Un ejemplo de la valoración de la Entrega 1 de una estudiante y de la Entrega 2 de la misma estudiante fue (Figura 1):



Figura 1. Primera Representación de una alumna de un espectáculo de loros (Entrega 1) y segunda Representación de la misma alumna (Entrega 2).

En la Entrega 1 se aprecia que las formas de cada objeto están bien representadas, son reconocibles y se distinguen entre sí, por lo que *Reconocimiento de la representación* se considera 4 (muy adecuado). Referido a *Proporciones*, se observan desajustes entre las proporciones del tamaño de los loros en relación con la chica del espectáculo y las butacas para las personas, por lo que este aspecto se valora con 2 (algo adecuado). Atendiendo a *Disposición espacial*, existe coherencia en la disposición de las butacas, dispuestas en filas y en diferentes alturas, así como en su orientación hacia el escenario, pero se incluyen personas que parece que están flotando, por lo que se considera 3 (adecuado). En *Creatividad*, la alumna se centra en un recuerdo personal de un momento específico de un viaje y, de alguna forma, intenta transmitir cómo vivió ese momento desde su perspectiva al incluir su propia figura en la escena, por lo que se valora con 4 (muy adecuado). Por otro lado, además, se observa que la alumna representa a los loros y a la presentadora del espectáculo de un tamaño mayor que al resto de objetos que puede deberse a su fascinación por el espectáculo y su deseo de destacar la importancia de estos elementos en su experiencia, y puede reflejar una influencia indirecta psicológica en su representación visual (Chamoso et ál., 2013).

En la Entrega 2, las cuatro categorías, *Reconocimiento de la representación, Proporciones, Disposición espacial y Creatividad* se valoran con 4 (muy adecuado). Se detalla la de *Proporciones*, donde se representa el edificio como el objeto más grande, con las ventanas y la puerta de un tamaño proporcionado, las nubes, el sol y el árbol de tamaño adecuado, y se mantiene la progresión de tamaños del ratón, el gato, el paraguas y la alumna.

2. Creación de problemas (Entrega 3) atendiendo a 3 categorías:
 - a. *Contexto real* (1, no adecuado; 2, adecuado; 3, muy adecuado).
 - b. *Apertura en la respuesta* (1, respuesta cerrada; 2, respuesta abierta; Cáceres et ál., 2015).
 - c. *Demanda de Dominio Cognitivo* (1 Conocimiento; 2 Aplicación; 3 Razonamiento; Mullis, Martin y Von Davier, 2023).

Un ejemplo de la valoración de la Entrega 3 de una estudiante fue (Figura 2):

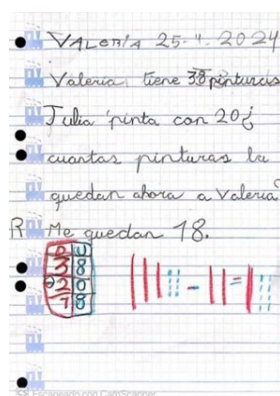


Figura 2. Una de las tareas creadas por una alumna (Entrega 3).

En el ejemplo de la Entrega 3 se crea un problema ambientado en el aula donde, usualmente, se prestan regularmente pinturas entre estudiantes, estudiantes que en la propuesta tienen nombre, compañeras de clase, en una cantidad que puede considerarse apropiada dada la gran cantidad de materiales que suele haber en el aula, por lo que se considera *Contexto real 3* (muy adecuado). Referido a la *Apertura en la respuesta*, la resolución del problema admite una única respuesta posible, es decir, es respuesta cerrada, 1. Atendiendo a la *Demanda de Dominio Cognitivo*, el problema requiere la capacidad de aplicar conceptos matemáticos por lo que se considera que es de Aplicación, 2.

Las categorías de Representación se aplicaron a la Entrega 1 y Entrega 2, y las de Creación de problemas a la Entrega 3, de cada alumno en cada caso, por dos de los autores de este trabajo de forma independiente, que coincidieron en su mayor parte (91%). Los desajustes se discutieron entre ambos hasta llegar a un acuerdo. Posteriormente, los resultados obtenidos se organizaron en tablas.

Resultados

Los resultados de Representación, organizados por categorías, considerando las medias de las valoraciones de las Entrega 1 realizadas por los estudiantes y, después, a partir de una formación, en la Entrega 2, se presentan a continuación (Tabla 1):

Tabla 1

Resultados de la aplicación de las categorías de Representación a la Entrega 1 y Entrega 2 de cada alumno

Categorías	Entrega 1 (media)	Entrega 2 (media)
Reconocimiento de la representación	3.6	3.6
Proporciones	1.3	2.8
Disposición espacial	2.6	2.4
Creatividad	3.0	2.7

Fuente: Elaboración propia. 2024.

Se observa que los resultados obtenidos se mantienen en las dos entregas (Entrega 1 y Entrega 2) en todas las categorías salvo en la de *Proporciones*, que mejoraron notablemente en la Entrega 2 a partir de la formación realizada. Además, se muestra que esa formación no tuvo influencia en las otras categorías.

Referido a la Creación de problemas, los resultados de las valoraciones de la Entrega 3 de los problemas creados por los estudiantes, en las diferentes categorías consideradas, fueron:

- *Contexto real*: 17 se consideraron muy adecuados, 2 adecuados y 1 no adecuado, destacando la capacidad de los estudiantes para contextualizar sus problemas en situaciones cotidianas cercanas.
- *Apertura en la respuesta*: 18 exigían una única respuesta posible y solo 2 una respuesta abierta, destacando la ausencia de propuestas abiertas.
- *Demanda de Dominio Cognitivo*: 8 eran de Conocimiento, 11 de Aplicación y solo 1 de Razonamiento, destacando la ausencia de propuestas que exigían razonamiento.

Discusión

Los resultados de las tareas realizadas por alumnos/as de las primeras edades confirman que un enfoque basado en la autonomía, la confianza y la contextualización en contextos reales permite mostrar sus capacidades matemáticas. Por un lado, las representaciones de los estudiantes fueron creativas, pero mostraron deficiencias en las proporciones, que se minorizaron después de la formación con estrategias visuales específicas (Ainsworth y Scheiter, 2021). Por otro lado, los problemas creados mostraron una alta conexión con el contexto real, que refleja el impacto positivo de trabajar con tareas contextualizadas (García et al., 2022). Sin embargo, la escasa propuesta de respuestas abiertas indica la necesidad de potenciar el pensamiento divergente (Schoevers et al., 2019). Respecto a la demanda de dominio cognitivo, los alumnos y alumnas crearon problemas principalmente de Conocimiento y, en algún caso, de Aplicación, que evidencia la importancia de estimular el razonamiento crítico desde edades tempranas (Cáceres y Chamoso, 2015; Chamoso y Cáceres, 2018). Estos resultados resaltan que, entornos flexibles y tareas contextualizadas, ayudan a conectar las Matemáticas con la realidad del alumnado, lo que puede producir motivación, creatividad y aprendizaje transferible.

Conclusiones

Este trabajo incluye tanto una propuesta innovadora en el aula de las primeras edades escolares como una investigación para analizar los resultados obtenidos en la experiencia. Ello tiene implicaciones educativas pues los resultados animan a que el docente trabaje como facilitador del aprendizaje en un entorno inclusivo, significativo y motivador. Además, invita a reconsiderar la enseñanza de las Matemáticas desde una perspectiva dinámica, donde los estudiantes no solo memoricen conocimientos, sino que los apliquen de forma reflexiva en contextos relevantes. Explorar la realización de tareas ambiciosas por estudiantes en los primeros años escolares en un clima de confianza tiene su recompensa. No se sabe qué se va a conseguir,

pero, observar sus propuestas, permite analizar su pensamiento, que también significa un aprendizaje del docente.

Los resultados de ese trabajo muestran que conectar las Matemáticas con contextos reales no solo incrementa la motivación de los estudiantes, sino que también fomenta competencias esenciales como la creatividad, la autonomía y el razonamiento crítico. Además, reflejan aspectos mejorables en los que se podría trabajar en el futuro.

Este trabajo presenta ciertas limitaciones como, por ejemplo, que la muestra estuvo limitada a una única clase de veinte alumnos y se desarrolló en dos sesiones breves, lo cual puede ser entendible dada la dificultad de conseguir resultados en las aulas de las primeras edades escolares. Sin embargo, los interesantes resultados conseguidos animan a continuarlo en diversos sentidos. Por ejemplo, realizando un trabajo similar con el mismo objetivo en contextos rurales, multiculturales, con estudiantes que presentan necesidades educativas especiales o en otros países. También ampliando la muestra de alumnos de las primeras edades escolares, hacerlo con la propuesta de otro tipo de tareas o en diferentes niveles educativos para comparar los resultados. Otra posibilidad sería analizar la forma del trabajo del docente y sus percepciones cuando se trabaja de esa forma. En cualquier caso, confiar en las capacidades que pueden mostrar los alumnos de las primeras edades escolares puede ofrecer muchas posibilidades porque pueden hacer mucho más de lo que se espera.

Referencias y bibliografía

- Ainsworth, S.E., & Scheiter, K. (2021). Learning by Drawing Visual Representations: Potential Purposes and Practical Implications. *Current Directions in Psychological Science*, 30(1), 61-67.
- Albertí Palmer, M. (2018). *Las matemáticas de la vida cotidiana. La realidad como recurso de aprendizaje y las matemáticas como medio de comprensión*. Catarata.
- Cáceres García, M.J., Chamoso Sánchez, J.M., y Cárdenas, J.A. (2015). Situaciones problemáticas auténticas propuestas por estudiantes para maestro. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 201- 210). Alicante: SEIEM.
- Castro Martínez, E., Olmo Romero, M.Á.D., y Castro Martínez, E. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación. Departamento de Didáctica de la Matemática.
<https://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/4811/Desarrollo%20del%20pensamiento%20matem%C3%A1tico%20infantil.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Chamoso, J. M., y Cáceres, M. J. (2018). Creación de tareas por futuros docentes de matemáticas a partir de contextos reales. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, (18), 59-69.
- Chamoso, J.M., Ortega, S.G., Pérez, R.M.H., y Huerta, P.M. (2013). *Las matemáticas en las primeras edades escolares*. España: Nivola.
- García Fernández, L, Chamoso Sánchez, J.M y Rodríguez Sánchez, M.M (2022). *Creación de tareas en contextos reales atendiendo a la modelización matemática por estudiantes de Educación Primaria. En Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León*. (Ed.), XV Congreso Regional de Educación Matemática y IV Jornada Geogebra de Castilla y León (pp. 1-7). Asociación Castellana y Leonesa de Educación Matemática Miguel de Guzmán.
- Mullis, I.V.S., Martin, M. O., & Von Davier. (2023). *TIMSS 2023 assessment frameworks*. Boston College, TIMSS and PIRLS International Study Center.
- Santos e Campos, M.A., Yayorski, R., Santana Sales, M.V., y Pulgar Buendía, A. (2020). El dibujo de alumnos de primaria revelando sentimientos y emociones: Una cuestión discutida por la inteligencia emocional. *MLS Educational Research*, 4(1), 106–121. <https://doi.org/10.29314/mlser.v4i1.328>

- Schoevers, E.M., Leseman, P.P.M., Slot, E. M., Bakker, A., Keijzer, R., y Kroesbergen, E.H. (2019). Promoting pupils' creative thinking in primary school mathematics: A case study. *Thinking Skills and Creativity*, 31, 323–334. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1871187118303213?via%3Dihub>
- Vegas Simal, M. (2019). Análisis de la resolución de tareas de matemáticas auténticas por estudiantes de secundaria [Trabajo Final de Máster, Universidad de Salamanca: Facultad de Educación] Repositorio Gredos, Universidad de Salamanca.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.



Explorando o Tangram à luz da Teoria da Objetivação: uma vivência inclusiva em Matemática

Felismina de **Sousa Neta**

Universidade Federal do Ceará - UFC

Brasil

felismina.sousa@educacao.fortaleza.ce.gov.br

Margarida Teixeira de **Castro**

Universidade Federal do Ceará - UFC

Brasil

demarte03@gmail.com

Liane Garcia Pinheiro **Lemos**

Universidade Federal do Ceará - UFC

Brasil

lianegarcia.edu@gmail.com

Samara Sales **Frazão**

Universidade Federal do Ceará - UFC

Brasil

ssfrazao@gmail.com

Lara Ronise de Negreiros Pinto **Scipião**

Universidade Federal do Ceará - UFC

Brasil

larascipiao@gmail.com

Maria José Costa dos **Santos**

Universidade Federal do Ceará - UFC

Brasil

mazzesantos@ufc.br

Resumo

O ensino expositivo pode representar um desafio significativo ao processo de aprendizagem dos alunos com deficiência e daqueles que enfrentam situações específicas relacionadas às limitações nas interações sociais. Objetiva-se, neste artigo, analisar as contribuições do jogo Tangram, à luz da Teoria da Objetivação,

para o desenvolvimento da interação e da colaboração dos alunos, no ensino de matemática. A pesquisa de natureza qualitativa e, exploratória, envolveu os sujeitos pesquisados no total de 13 alunos do nono ano do Ensino Fundamental, sendo 3 com deficiência. A análise evidenciou que os alunos participaram ativamente de todos os momentos planejados pelo professor, promovendo a inclusão em um contexto significativo para o ensino da Matemática em que houve interação, jogando juntos, sem distinções. Entretanto, reconhece-se que é preciso um estudo mais aprofundado sobre a temática, e sobre suas implicações no ambiente escolar, a fim de incentivar a interação e a colaboração entre professor e alunos.

Palavras-Chave: Brasil; Inclusão; Ensino de Matemática; Fortaleza (CE); Jogos; Tangram; Teoria da Objetivação.

Introdução

No decorrer da trajetória docente é possível perceber, entre os alunos, uma desmotivação para aprender, tendo em vista uma forma tradicionalista de ensino alicerçada num contexto de monotonia, que traz prejuízos, principalmente, aos alunos com deficiência. Kranz (2015), em sua pesquisa, observou que esses alunos nem sempre participavam das mesmas tarefas que os alunos considerados ‘normais,’ por não lhes serem oferecidas as mesmas oportunidades.

Diante desse panorama à luz da Teoria da Objetivação (TO), reflete-se sobre o jogo como uma ferramenta importante para sala de aula, pois não apenas propicia o maior desenvolvimento intelectual, social e emocional, mas também possibilita um trabalho conjunto entre professor e alunos. Radford (2021a) defende que a TO ressignifica o papel do professor e do aluno no processo de ensino-aprendizagem, orientado pela ética comunitária e mediado pela atividade, ou seja o *labor* conjunto.

Para Radford (2017) a ética ocorre naturalmente entre os sujeitos na sala de aula. Existe um respeito entre professor e alunos quando eles se importam com o próximo, tornando-se responsáveis para que todos aprendam.

Nesse cenário, o jogo permite que o professor trabalhe de forma colaborativa, pois cria um espaço interativo e cheio de significados, favorecendo o raciocínio lógico dos estudantes (Cardoso, 2023; Santos, *et al.*, 2023). Dessa forma, uma prática pedagógica com propostas voltadas à diversidade, permeadas por jogos favorece a inclusão, desde que haja um planejamento e uma preparação de tarefas que possibilitem aos estudantes tomar consciência dos saberes culturais e, juntos, com o professor, possam atualizar novos saberes.

Desse modo, este artigo diz respeito a uma vivência, motivada por questionamentos acerca da importância educacional como propostas para inclusão e para compreensão de significados em conceitos matemáticos. Assim, a prática de jogos com regras e atividades coletivas estimula a interação social e a colaboração, na vivência do contexto da Educação Especial Inclusiva, contando-se com a colaboração da professora do Atendimento Educacional Especializado (AEE) e do professor de Matemática.

O AEE contribui, de forma significativa, para a mudança de perspectiva educacional, ao reconhecer e valorizar a diversidade no ambiente escolar, atendendo às especificidades dos alunos com deficiência, recorrendo a estratégias pedagógicas e recursos que visam à eliminação de barreiras para a aprendizagem em matemática (Mantoan, 2003).

Para tanto, escolheu-se o Tangram, um jogo utilizado como estratégia de ensino, que trabalha a lógica matemática e envolve desafios, uma vez que possui peças de tamanhos e formatos diferentes que podem ser uma excelente estratégia pedagógica para o desenvolvimento da unidade temática Geometria e do conteúdo propriedades das figuras geométricas (Santos *et al.*, 2023).

Diante do exposto e refletindo sobre a inclusão na educação matemática, apresenta-se como questionamento para o estudo, a seguinte reflexão, à luz da TO: como a vivência com o Tangram pode contribuir com o processo de interação, colaboração e inclusão dos alunos do nono ano, no ensino da Matemática, na perspectiva da Teoria da Objetivação?

Neste sentido, este artigo tem como objetivo analisar as contribuições do jogo Tangram para o processo de interação, colaboração e inclusão dos alunos matriculados no nono ano do ensino da matemática, na perspectiva da Teoria da Objetivação. Para fundamentar teoricamente o estudo, utiliza-se conceitos trabalhados por Radford (2021), Kranz (2015), dentre outros.

Em busca de alcançar o objetivo da pesquisa, este texto apresenta, além deste item introdutório, o referencial teórico, com uma breve apresentação da TO, enfatizando a importância da colaboração no processo de ensino-aprendizagem com o jogo Tangram. A seguir, apresenta-se a metodologia, descrevendo-se o percurso metodológico e as atividades desenvolvidas. Por fim, relatam-se os resultados que são discutidos qualitativamente, à luz das ideias dos teóricos consultados, finalizando-se com as considerações finais.

A Teoria da Objetivação e a vivência com o Tangram no processo de ensino-aprendizagem

A TO foi descrita por Luis Radford, professor da *Laurentian University*, em Ontário, Canadá, estuda o processo de ensino-aprendizagem inspirados na teoria dialético-materialista, nas filosofias de Hegel e de Marx, na escola psicológica histórico-cultural de Vygotsky e na concepção de educação de Paulo Freire. A TO tem como objetivo oferecer uma concepção teórica de aprendizagem de forma contextualizada, ética e política, com objetivo de propiciar o pensamento crítico-reflexivo.

Nesse sentido, a TO possibilita uma abordagem histórico-cultural não individualista, como também tende a explorar as práticas pedagógicas colaborativas dos estudantes, buscando romper com as teorias individualistas que entendem o saber como algo que se adquire passivamente, por abordagens individualistas (Radford, 2021b).

Com isso, o olhar para o processo de ensino-aprendizagem deve ser ressignificado, deixando de ser meramente transmissivo para se tornar colaborativo; em que o professor e os alunos trabalham juntos para atualizar o saber. Radford (2017) afirma que esse trabalho conjunto deve fazer parte do mesmo objetivo, em que todos se tornam membros ativos do grupo, ou seja,

trabalhando “ombro a ombro”, no contexto da atividade, buscando estratégias para solucionar as tarefas propostas. Nesse caso, tanto o professor quanto o aluno são considerados inconclusos, como afirma Freire (1997, p. 162) “[...] a condição humana fundante da educação é precisamente a inconclusão de nosso ser histórico de que nos tornamos conscientes”.

Nessa perspectiva, a atividade de ensino-aprendizagem ocorre no contexto de espaço e tempo, constituindo-se pelo encontro entre o saber e as interações sociais, as ideias, as ações e as discussões que ocorrem para responder a tarefa (Plaça & Radford, 2021).

Durante a atividade, a aprendizagem não ocorre como um processo individual, mas como um processo coletivo e social através do qual os estudantes encontram formas de pensar e refletir sobre o mundo, como partícipes das práticas sociais, num *labor* conjunto, em que Radford (2021a) afirma que é o compromisso do professor, em um trabalho colaborativo com os alunos, que conduz à produção de ideias, respeitando os saberes de cada um.

Sendo assim, é por meio do *labor* conjunto que o saber se manifesta a partir da ação, da linguagem, dos artefatos, dos símbolos, dos gestos, da escrita, tornando claras as intenções, a fim de atingir seus objetivos. Dentre outras formas, o saber pode se manifestar por meio do jogo com regra, mais especificamente com o Tangram, por ser um recurso lúdico, importante para o ensino da matemática.

A proposta de um jogo com regra “[...] envolve: a participação de dois ou mais jogadores, com papéis interdependentes, opostos e cooperativos, configurando-se em uma atividade coletiva e colaborativa; regras pré-estabelecidas, as quais conduzirão os participantes no decurso do jogo [...]” (Kranz, 2015, p. 120).

Desse modo, o *labor* conjunto pode ser vivenciado por meio do Tangram estimulando o trabalho em grupo, a busca conjunta por soluções, o respeito mútuo e a aprendizagem colaborativa (Cainelli; Corbellini, 2024), dentro do processo de ensino-aprendizagem para que se materialize o saber em conhecimento.

Conforme Radford (2021a, p. 77), “o nome do *processo* pelo qual o saber é atualizado é *atividade*: através da atividade, o saber adquire uma determinação (ou conteúdo) sensível e como resultado o saber é atualizado”. Por fim, a aprendizagem ocorre com a tomada de consciência do aluno.

Metodologia

Esta pesquisa foi organizada tomando por base três etapas: primeiro o estudo bibliográfico para embasamento teórico que, para Minayo (2007), consiste em trabalho elaborado a partir de materiais já publicados. Em seguida, organizou-se o plano de aula com a utilização do Tangram para a unidade temática Geometria e, por último, apresenta-se a vivência proposta no plano.

O estudo foi elaborado numa abordagem qualitativa interpretativa, utilizando a pesquisa participante quanto aos seus procedimentos. De acordo com Prodanov e Freitas (2013, p. 70), “Na abordagem qualitativa, a pesquisa tem o ambiente como fonte direta dos dados”. Na

pesquisa participante, os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

O *lôcus* da pesquisa foi uma escola regular, de Ensino Fundamental dos anos finais, da rede municipal de educação de Fortaleza. A turma investigada foi a do nono ano, tendo como participantes o professor de matemática e 13 estudantes, contando, ainda, com a participação da professora do AEE. Para escolha da turma, utilizou-se o critério de haver no mínimo três alunos com deficiências diversificadas.

Considerando o objetivo de analisar a contribuição do jogo Tangram para o processo de interação, colaboração e inclusão dessa turma, na perspectiva da TO, procurou-se vivenciar o jogo com regras, com a finalidade de alcançar as habilidades matemáticas relacionadas às propriedades de formas geométricas e em contrapartida, desenvolver a criatividade, a concentração e o desenvolvimento da Geometria com peças do Tangram por meio do *labor* conjunto.

O jogo abordado neste estudo foi o Tangram de 62 peças, ou seja, como um recurso didático que pode ser decomposto, formando figuras com junção de outras peças, potencializando a realização de tarefas de percepção visual no plano (Araújo, 2005).

Primeiramente, o jogo com regra foi apresentado pela professora do AEE que planeja com o professor de matemática, para a realização em sala de aula, a partir de tarefas colaborativas e inclusivas. Para a realização da vivência com o jogo, a turma foi dividida em quatro equipes para que ficasse pelo menos um aluno com deficiência em cada uma, a fim de observar sua interação e participação junto aos demais, além de identificar seus pensamentos lógico-matemáticos, suas limitações e suas potencialidades.

A vivência foi organizada em cinco momentos distintos. No primeiro momento, realizou-se a explicação do jogo Tangram, incluindo suas regras e objetivos. Em seguida, no segundo momento, os estudantes foram divididos em quatro equipes: a primeira composta por quatro alunos, incluindo um com autismo; a segunda com três alunos sem deficiência; enquanto a terceira e a quarta contavam com três estudantes cada, sendo um com deficiência intelectual em cada grupo, totalizando 13 alunos. No terceiro momento, a atividade apresentada consistiu em formar figuras utilizando parte das peças do Tangram, com base em imagens e seguindo regras previamente estabelecidas. No quarto momento, cada grupo apresentou os resultados de seu trabalho. Por fim, no quinto momento, as equipes compartilharam suas percepções, dificuldades e aprendizados decorrentes da atividade.

O professor apresentou a tarefa em forma de jogo a fim de pensar sobre as partes do Tangram. Neste momento, o professor verificou se a figura estava montada corretamente realizando perguntas: Você já montou a figura, mas ela “ficou igual ao modelo”? Neste momento, o professor indagava: "Verifique o modelo, o que ficou diferente? Verifique o tamanho da peça, está diferente? Qual peça você teria que virar para encaixar? A Cor está correta?

Durante esse processo, o professor interagiu com os alunos de forma colaborativa, fazendo perguntas para que refletissem sobre o tamanho, a cor da peça, a sua rotação e o lado da peça, ouvindo as explicações.

Resultados e discussões

A partir da vivência com o jogo Tangram, foi possível envolver as equipes desenvolvendo a interação, a colaboração e a inclusão dos alunos com deficiência. Para Moraes (2004), a colaboração está presente na interação social do ser humano, como um meio importante para a troca de ideias entre os participantes. Além disso, Vygotsky (1984, p. 39) afirma que “é através do jogo que a criança aprende a agir, sua curiosidade é estimulada, adquire iniciativa e autoconfiança, proporciona o desenvolvimento da linguagem, pensamento, interação e da concentração”.

Nesse sentido, no primeiro e no segundo momentos da vivência, de acordo com Kranz (2015, p. 130), o professor “cria ambientes e instrumentos pedagógicos com a intenção de que todos possam participar do jogo”. Nesse momento, ao preparar o ambiente para o ‘jogo Tangram’, os alunos são divididos em equipes e informados sobre as regras; o professor e os alunos participaram de forma colaborativa na vivência desse ambiente.

O terceiro momento da vivência consistiu em formar figuras com parte das peças, de acordo com a imagem mostrada pelo professor, por meio de regras e também de forma livre, para que a criatividade pudesse fluir entre os participantes. Observou-se grande envolvimento e motivação entre as equipes, pois as regras do jogo permitiram formar figuras, de forma interativa e colaborativa e os alunos podiam rotacionar e transladar as peças, mas nunca sobrepor uma à outra.

Os indícios de *labor* conjunto e da ética comunitária, apresentados neste artigo, são resultantes das análises das interações dos professores e dos alunos, conforme Figura 1 apresentada a seguir. Porém, para este artigo foram observados dois alunos (A e B).



Figura 1. Professor e alunos no labor conjunto.

A professora do AEE perguntou ao aluno A: a figura ficou igual ao modelo? o aluno A respondeu: “não”. A professora indagou: o que ficou diferente? O aluno B: “esta peça”. A professora: será que é o tamanho ou o formato? o aluno B: “a peça não está encaixada” Qual

peça teria que mudar? O aluno A pensou, colocou a mão na cabeça e refletiu girando a peça. Sussurrou o aluno B “concluímos”.

Observou-se que durante a atividade, os alunos utilizavam alguns meios semióticos, como gestos, manuseio com o jogo e linguagem verbal, para expressar suas compreensões geométricas e dúvidas, facilitando a objetivação dos conceitos e estabelecendo relações entre figuras planas para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial, independentemente de suas especificidades.

Ao participar de jogos, os alunos, não apenas utilizam conceitos matemáticos ou lógicos, mas também vivenciam processos de significação mediados pela atividade, ou seja, interação e colaboração entre professor e alunos. O processo de ensino-aprendizagem ocorreu “ombro a ombro”, como afirma Radford (2021a), por meio do engajamento com o outro e com os artefatos culturais presentes no jogo.

No contexto da vivência, o jogo configurou-se como uma situação de inclusão no processo de ensino-aprendizagem, pois possibilitou que os alunos utilizassem os saberes de forma colaborativa, respeitando os diferentes ritmos dos alunos. Assim, os elementos da ética comunitária foram surgindo, na medida em que os estudantes interagiram com responsabilidade, desenvolvendo maior comprometimento com a tarefa e a prática do cuidado com o outro se manifestava (Plaça & Radford, 2021).

Tanto o professor de matemática quanto a professora do AEE envolveram-se durante a vivência com o jogo por meio de perguntas, de forma cooperativa, fazendo com que os alunos refletissem sobre seus possíveis erros. Nesse momento, o professor não dizia “o que fazer” nem “como fazer”, todavia agia com interações. Para Santos e Neto (2021), deve-se romper com o paradigma de que o professor é o único detentor do conhecimento, pois na TO, a relação professor e aluno é mediada pelo *labor* conjunto.

O professor, quando chamado entre as equipes, utilizava as seguintes questões reflexivas: “Será que o tamanho é o mesmo proposto pelo professor?”; “A forma está igual?” e “A cor é a mesma?”. Em seguida, os alunos voltavam para a discussão em equipe para solucionar o desafio. O resultado da atividade mostrou que todas as equipes participaram ativamente, demonstrando engajamento e colaboração ao longo do processo.

Assim, nessa tarefa, as equipes trabalharam de forma colaborativa e os alunos com deficiência envolveram-se na dinâmica com os demais, na tentativa de encaixar as peças observando o tamanho, a cor e a posição correta. Gobara e Radford (2020) observam a importância do concreto para fundamentar sua teoria, escolhendo os princípios do materialismo histórico-dialético, que utiliza o concreto e o real para chegar ao abstrato, tornando-se um sujeito que reflete, age e atua de forma crítica na sociedade.

Considerações finais

A partir da vivência proposta com o jogo Tangram, foi possível constatar que atividades lúdicas e colaborativas podem ser estratégias pedagógicas potentes para o ensino da matemática,

na perspectiva da TO. A experiência em sala de aula evidenciou que, ao promover a interação entre os alunos por meio de uma prática colaborativa, é possível favorecer, não apenas, a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, mas também o fortalecimento de vínculos, o respeito às diferenças e o cuidado com o outro no processo de ensino-aprendizagem.

O uso do Tangram, como recurso didático acessível e instigante, permitiu o desenvolvimento de habilidades lógico-matemáticas, de forma concreta, colaborativa e inclusiva, proporcionando aos estudantes, com e sem deficiência, momentos de atualização do saber. A atuação conjunta entre o professor regente e a professora do AEE demonstrou o quanto o planejamento e a interação favorecem a criação de um ambiente de aprendizagem equitativo e significativo.

Os dados obtidos durante a vivência revelaram indícios claros de participação ativa dos alunos, de desenvolvimento da percepção espacial e da ampliação da consciência sobre os conceitos geométricos explorados. Além disso, foi possível perceber a materialização da ética comunitária proposta pela TO, ao observarem-se atitudes de cuidado com o outro, além da responsabilidade e do compromisso entre os participantes.

Dessa forma, concluiu-se que o *labor* conjunto, promovido por meio do jogo com regras, possibilitando a atualização do saber de maneira significativa, crítica e reflexiva, rompendo com práticas transmissivas e centradas na figura do professor. A prática pedagógica baseada na colaboração, no diálogo e na interação é um caminho para uma educação matemática inclusiva.

Referências e bibliografia

- Araújo, D. M. C. (2005). *Um teorema sobre o tangram* [Dissertação de Mestrado, Universidade do Porto]. Repositório da Universidade do Porto. <https://hdl.handle.net/10216/14320>
- Cainelli, A. de L. P., & Corbellini, S. (2024). O tangram na construção de conhecimentos na geometria plana. *Anais CIET: Horizonte*, 4(1). <https://ciet.ufscar.br/submissao/index.php/ciet/article/view/1263>
- Cardoso, M. D. C. L. (2023). *Um livro/jogo acessível baseado no desenho universal pedagógico para o ensino da matemática* [Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte]. Repositório UFRN. <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/53031>.
- Freire, P. (1997) *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. Editora Paz e Terra.
- Gobara, S. T., & Radford, L. (2020). *Teoria da objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática*. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Kranz, C. R. (2015). *O Desenho Universal Pedagógico na Educação Matemática Inclusiva*. Editora Livraria da Física.
- Mantoan, M. T. E. (2003). *Inclusão Escolar: o que é? Por quê? Como fazer?*. Editora Moderna.
- Minayo, M. C. de S. (2007). *O desafio do conhecimento: Pesquisa qualitativa em saúde*. Hucitec Editora.
- Prodanov, C. C., & Freitas, E. C. de. (2013). *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho científico*. 2. ed. Novo Hamburgo: Associação Pró-Ensino Superior em Novo Hamburgo.
- Plaça, J. S. V., & Radford, L. (2021). A formação de professores para o ensino de ciências na perspectiva da teoria da objetivação. *Interfaces da Educação*, Paranaíba, v. 12, n. 36. p. 308-328, dez. DOI: <https://doi.org/10.26514/inter.v12i36.6284>
- Radford, L. (2017). A teoria da objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática. Em VD Moretti & WL Cedro. *Educação Matemática e a teoria histórico-cultural* (pp. 229-261). Mercado de Letras.
- Radford, L. (2021a). *Teoria da Objetivação: uma perspectiva vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da Matemática*. Editora Livraria da Física.
- Radford, L. (2021b). Aspectos conceituais e práticos da teoria da objetivação. Em VD Moretti & L. Radford (Eds.), *Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural* (pp. 35-56). Livraria da Física.

- Santos, M. J. C., & Neto, C. A. A. (2021). Teoria da Objetivação: reflexões sobre o engajamento nas aulas de matemática para uma aprendizagem colaborativa. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC*, Belém/PA, v. 16, n. 39, p. 101-118, Set-Dez. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n39.p101-118.id49>
- Santos, M. J. C. dos., & Neto, J. S., & Santos, V. C. dos., & Miranda, R. R., & Nascimento, F. A., & Barbosa, A. J. L. (2023). Formação matemática do pedagogo à luz da Sequência Fedathi. *Anais da XVI Conferência Interamericana de Educação Matemática*, Peru. <https://xvi-ponencias.ciaem-iacme.org/download>
- Vygotsky, L. S. (1984). *A formação social da mente*. Martins Fontes.



Fortalecimiento del Pensamiento Espacial mediante una secuencia didáctica empleando el Teorema de Pick, GeoGebra y el Tangram en estudiantes de quinto grado.

Juddy Valderrama

EDUMAT UIS: Escuela de Educación y Colegio Técnico Industrial José Elías Puyana
Colombia

javalmor@correo.uis.edu.co

Daniel Moreno

EDUMAT UIS: Escuela de Matemática y Instituto Técnico Gustavo Duarte Aleman
Colombia

dmorenoc@correo.uis.edu.co

Carlos Guerrero

Escuela de Educación, Universidad Industrial de Santander
Colombia

carlos2191614@correo.uis.edu.co

Felix Luna

Escuela de Educación, Universidad Industrial de Santander
Colombia

felix2201074@correo.uis.edu.co

Resumen

El Ministerio de Educación Nacional de Colombia (1998) estableció los lineamientos y Estándares Básicos de Competencias (EBC) para estructurar el currículo académico en pensamientos, procesos y contextos. Allí se plantea abordar la enseñanza desde la resolución de problemas como eje articulador de la Matemática, potenciando procesos como el razonamiento, la comunicación y la modelación de fenómenos en un movimiento vertical y horizontal de los contenidos. Particularmente, en este trabajo se hace una mirada a la enseñanza del teorema PICK desde lo planteado. Por su parte, la investigación se estructura desde un modelo epistémico del pragmatismo, siguiendo las fases del método de la Investigación Acción propuesto por Latorre (2005). Este trabajo se aplicará en una institución pública del municipio de Floridablanca con una población del grado quinto y una muestra en la sede A.

Palabras clave: Colombia; Educación Matemática; Secuencia Didáctica; Teorema de Pick; Tangram.

Planteamiento del problema

El desarrollo adecuado del Pensamiento Espacial, especialmente en geometría, es clave para resolver problemas cotidianos. Godino (2004) afirma “El estudio de estas propiedades son las que deben convertirse en los conocimientos formales de la geometría esto es, los teoremas de la geometría Euclidiana” (p. 14). Sin embargo, la enseñanza de Matemáticas en el aula no siempre sigue los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional (MEN), cuyo objetivo es fortalecer el razonamiento y la visualización, así como la aplicación del lenguaje simbólico y numérico para resolver problemas (MEN, 1998). De igual forma se expone que, la enseñanza de las Matemáticas en las IE de Colombia debe responder a los aspectos propuestos por el MEN (2006) para la enseñanza de la Matemática, estos aspectos son: partir de situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo de las Matemáticas, diseñar procesos de aprendizaje mediados por escenarios culturales y sociales, fomentar en los estudiantes actitudes de aprecio, seguridad y confianza hacia las Matemáticas, aprovechar la variedad y eficacia de los recursos didácticos y refinar los procesos de evaluación. (p. 72-76).

No obstante, en las aulas se hace necesario que los docentes integren actividades que aborden los cinco pensamientos matemáticos, con especial énfasis en el PE, con el propósito de propiciar escenarios ricos en exploración, visualización, razonamiento y comunicación de la aplicación de la geometría en el entorno del individuo. En este contexto, la presente investigación propone una secuencia didáctica basada en el Teorema de Pick para fortalecer el PE en estudiantes de quinto grado, apoyada en herramientas de exploración físico y tecnológico como GeoGebra y el Tangram, alineándose con los Estándares Básicos de Competencia y el currículo institucional y se pretende dar respuesta a ¿Cómo fortalecer el PE utilizando el Teorema de Pick mediante una secuencia didáctica basada en el ABP?, cuyo objetivo es fortalecer el PE a partir de una secuencia didáctica utilizando el teorema de pick en estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa José Elías Puyana en el año 2025 en fases de diagnóstico, diseño, aplicación y análisis de la secuencia

Objetivos

General

Fortalecer el PE a partir de una secuencia didáctica utilizando el teorema de pick en estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa José Elías Puyana en el año 2025.

Específicos

- Determinar el estado actual de los estudiantes frente al tema del área
- Diseñar una secuencia didáctica para el fortalecimiento del PE, en el tema del área utilizando el teorema de Pick.
- Aplicar la secuencia didáctica para el fortalecimiento del PE haciendo uso del teorema de Pick
- Analizar el nivel de efectividad de la secuencia didáctica para el desarrollo del PE

Justificación

El fortalecimiento del PE es esencial tanto en el desarrollo de habilidades matemáticas como en su aplicación en la vida cotidiana. Permite visualizar, analizar y resolver problemas geométricos, competencias clave en el ámbito académico y real. MEN (1998, 2006) lo reconoce como uno de los cinco tipos fundamentales de pensamiento matemático en los EBC y Lineamientos Curriculares, destacando su importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Esta investigación se basa en el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), modelo que favorece el aprendizaje significativo al involucrar a los estudiantes en la resolución práctica de problemas. Según Reina et al. (2016), las secuencias didácticas estructuradas facilitan la construcción progresiva del conocimiento, fortaleciendo el pensamiento crítico y la creatividad.

El Teorema de Pick se emplea como herramienta innovadora para enseñar el cálculo de áreas en el plano cartesiano, ofreciendo un enfoque visual que facilita la transición de lo concreto a lo abstracto y mejora la comprensión de propiedades geométricas. Su implementación en una secuencia didáctica permite a los estudiantes de quinto grado no solo mejorar en el cálculo de áreas, sino también fortalecer su razonamiento espacial.

Esta investigación beneficia tanto a estudiantes como a docentes. Los estudiantes mejoran su rendimiento en Matemáticas y desarrollan habilidades espaciales aplicables a distintos contextos. Para los docentes, representa una alternativa metodológica al enfoque tradicional, diversificando estrategias pedagógicas y optimizando la enseñanza del PE mediante secuencias didácticas adaptables a sus prácticas.

Antecedentes

El fortalecimiento del PE ha sido abordado desde diversas perspectivas teóricas y metodológicas, tanto en contextos internacionales como nacionales y locales. Las investigaciones analizadas permiten comprender cómo herramientas como el tangram, el software GeoGebra y el Teorema de Pick han sido utilizadas con distintos propósitos educativos, niveles escolares y resultados. A continuación, se presentan los antecedentes organizados por su procedencia, resaltando sus aportes, limitaciones y su conexión con la presente propuesta de investigación.

Antecedentes Internacionales

En Venezuela, Gómez (2010) desarrolló una intervención con estudiantes de primaria empleando el tangram para trabajar el cálculo de áreas y perímetros. A través de pruebas diagnósticas y evaluaciones posteriores, se evidenció una mejora en la comprensión de estos conceptos, así como un aumento en la motivación y participación de los estudiantes.

Por su parte, Jiménez y Blanco (2016), en España, aplicaron el Teorema de Pick como herramienta didáctica para la formación de futuros docentes. Mediante el uso de tramas de puntos y geoplanos, introdujeron el cálculo de áreas a partir del conteo de puntos interiores y de frontera. Aunque los participantes enfrentaron dificultades iniciales, estrategias como la

descomposición de figuras y el trabajo colaborativo facilitaron la comprensión, destacando el valor didáctico del teorema como recurso reflexivo y visual.

En Perú, Díaz, Rodríguez y Lingán (2018) compararon el uso de GeoGebra con métodos tradicionales para enseñar geometría en secundaria. El grupo que utilizó el software mostró mejoras significativas en habilidades como el razonamiento espacial, la comunicación matemática y la resolución de problemas, lo cual evidencia el potencial de las herramientas digitales para generar aprendizajes significativos.

Estos estudios destacan la eficacia del tangram, GeoGebra y el Teorema de Pick como recursos didácticos. Sin embargo, se centran en niveles educativos distintos y no proponen una integración simultánea de estos elementos en una misma secuencia didáctica, ni están dirigidos específicamente a estudiantes de educación básica primaria. Este vacío es el que busca atender la presente investigación.

Antecedentes Nacionales

En Colombia, Castillo (2013) diseñó una estrategia con materiales manipulativos (geoplanos, tangram, poliminós) para enseñar área y perímetro en estudiantes de sexto grado. La intervención permitió mejorar la comprensión del área a través de un aprendizaje activo y visual, promoviendo la conexión entre procedimientos y propiedades geométricas.

Ceballos y Romero (2012), en el Tolima, desarrollaron una secuencia didáctica con el tangram para abordar conceptos de perímetro, área y polígonos en séptimo grado. A través de talleres y diarios de campo, observaron un aumento en la motivación y participación del estudiantado, así como mejoras en la interpretación y aplicación de contenidos geométricos. Araujo (2020) propuso un laboratorio virtual de geometría basado en Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA), enfocado en el desarrollo de conceptos métricos. El estudio mostró avances en la conceptualización del área y el perímetro, además de mayor motivación hacia las Matemáticas mediante el uso de tecnología. Aunque estas propuestas evidencian resultados positivos, se enfocan en grados superiores o en el uso aislado de un recurso. En contraste, esta investigación plantea la integración articulada del Tangram, GeoGebra y el Teorema de Pick en una secuencia didáctica orientada a básica primaria, dentro del enfoque del ABP.

Antecedentes Locales

A nivel local, el estudio de Cárdenas (2023), realizado en Bucaramanga, implementó un acompañamiento extraescolar para estudiantes universitarios del primer semestre de Licenciatura en Educación Básica Primaria, enfocado en geometría bidimensional y tridimensional. Los resultados mostraron mejoras en el rendimiento académico, el desarrollo de habilidades espaciales y una actitud más favorable hacia el aprendizaje de la Matemática. Si bien el grupo objetivo de este estudio difiere del de la presente propuesta, sus hallazgos reafirman la importancia de estrategias centradas en el PE, especialmente cuando se aplican de manera contextualizada y adaptada a las características de los estudiantes.

Marco teórico

En el presente apartado se describen las teorías que dan sustento a esta investigación. Se parte del ABP como la metodología activa al momento de planear actividades, posteriormente se definirá el PE como el pensamiento principal a fortalecer y se finaliza con el objeto matemático, el teorema de PICK, el cual permitirá desarrollar actividades que fortalezcan el PE bajo el enfoque de desarrollo de procesos.

Aprendizaje Basado en Problemas – ABP

El ABP es una metodología educativa surgida en la década de 1960 en la Escuela de Medicina de la Universidad de McMaster en Canadá, con el propósito de transformar la enseñanza tradicional mediante un enfoque centrado en la resolución de problemas reales (Barrows, 1986). Desde entonces, se ha expandido a diversas disciplinas y niveles educativos, consolidándose como una estrategia que promueve la autonomía y el pensamiento crítico (Escribano & Del Valle, 2008).

Según Hmelo-Silver (2004), el ABP permite desarrollar simultáneamente conocimientos, habilidades y estrategias de resolución de problemas. Utiliza problemas como punto de partida para integrar conocimientos en un aprendizaje centrado en el estudiante y facilitado por el docente (Barrows, 1986). Desde una visión sociocultural, el aprendizaje se da mediante la interacción social, con la guía del docente y la colaboración entre pares (Vigotsky, 1978, citado en Escribano & Del Valle, 2008). Además, la enseñanza debe basarse en la experiencia y la investigación, promoviendo el pensamiento crítico (Dewey, 1939, citado en Escribano & Del Valle, 2008).

Escribano y Del Valle (2008) destacan que el ABP no solo es una estrategia didáctica, sino un modelo integral de aprendizaje que transforma el rol de estudiantes y docentes. Su aplicación fomenta la exploración, el análisis y la reflexión, favoreciendo el aprendizaje significativo, el trabajo colaborativo y el desarrollo de competencias esenciales. En el aula, el ABP sigue una secuencia de siete pasos: presentación del problema, aclaración de terminología, identificación de factores, generación de hipótesis, identificación de lagunas de conocimiento, acceso a la información y resolución del problema (Escribano & Del Valle, 2008).

Estos pasos permiten estructurar el proceso de enseñanza-aprendizaje, fomentando la indagación, el pensamiento crítico y la colaboración. Al centrarse en problemas auténticos, el ABP genera mayor compromiso en los estudiantes y les permite aplicar los conocimientos adquiridos en contextos reales (Escribano & Del Valle, 2008).

Pensamiento Espacial – PE

El MEN (1998, 2006) establece que el Pensamiento Matemático se compone de cinco tipos de pensamiento: Pensamiento Numérico, Pensamiento Métrico, Pensamiento Aleatorio, Pensamiento Variacional y Pensamiento Espacial. Este último será el eje central de la presente investigación, dado su relevancia en la Educación Matemática y su impacto en el desarrollo de habilidades cognitivas fundamentales.

El PE abarca la geometría, la orientación espacial y la visualización, elementos clave en la Educación Matemática según el MEN (1998) y la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000). Su importancia radica en su aplicación en actividades como la lectura de mapas, la visualización de rutas y la construcción de planos y diseños. En este orden de ideas, el MEN (1998) define el PE como el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y manipulan representaciones mentales del espacio y sus transformaciones. Para su desarrollo, los estudiantes deben realizar operaciones mentales que les permitan interpretar y manipular estructuras espaciales. En esta investigación, se abordará desde un enfoque basado en procesos, enfatizando la construcción progresiva del conocimiento espacial mediante la experimentación y la reflexión.

Según el MEN (1998), el PE se desarrolla a través de la exploración activa y modelación del espacio, permitiendo a los estudiantes avanzar desde un espacio sensorio-motor, donde manipulan objetos y realizan desplazamientos, hasta un espacio conceptual o abstracto, donde representan mentalmente el espacio y reflexionan sobre sus propiedades geométricas. Este proceso debe apoyarse en el contexto del estudiante, incorporando un lenguaje cotidiano, movimientos corporales y gestos para facilitar la comprensión.

El modelo de Van Hiele complementa esta visión, estableciendo niveles progresivos en el razonamiento geométrico. Según Jaime y Gutiérrez (1990), los estudiantes avanzan desde el reconocimiento visual de figuras (Nivel 1) hasta el razonamiento formal y comparativo de estructuras geométricas (Nivel 5). Este modelo explica cómo los estudiantes pasan de una comprensión intuitiva a una estructuración lógica del espacio, alineándose con lo propuesto por el MEN (1998, 2006) en el desarrollo del PE.

Teorema de Pick

El **Teorema de Pick**, formulado y demostrado por el matemático checoslovaco George Alexander Pick en 1899, cuyo teorema a pesar de su relevancia matemática, el teorema permaneció en relativo anonimato hasta que el matemático Steinhau lo incluyó en su libro *Mathematical Snapshots* en 1969. De acuerdo con este teorema, si los vértices del polígono se encuentran en una trama punteada o una cuadrícula y no presenta agujeros, su área A se puede calcular mediante la siguiente expresión matemática: $A = I + \frac{B}{2} - 1$ “donde I es el número de puntos enteros interiores y B es el número de puntos enteros sobre la frontera del polígono” (Ramírez, 2010, p. 3), además, la unidad de medida para el área será el área de los cuadrados que forman una red.

El motivo por el que se considera hacer del uso del Teorema de Pick se debe a que es una herramienta sencilla y poco enseñada que permite calcular áreas sin fórmulas convencionales. Su uso facilita la visualización y el razonamiento geométrico mediante el conteo de puntos en una cuadrícula, promoviendo una comprensión intuitiva de la geometría. En la presente investigación, el enfoque se centrará en el uso del Teorema de Pick fortalecer el cálculo del área y el perímetro de polígonos dentro de una red de puntos. Sin embargo, en su aplicación se verán involucrados otros conceptos matemáticos, como características y propiedades de las figuras geométricas. A través de este estudio, se espera fortalecer el PE y geométrico en los estudiantes,

promoviendo el aprendizaje activo y la exploración de propiedades matemáticas en un entorno visual y manipulativo, tal como lo sugiere el MEN (1998, 2006).

Diseño Metodológico

Esta investigación se fundamenta en el modelo epistémico del pragmatismo, cuyo propósito es transformar la realidad mediante acciones concretas. Se adopta el método de Investigación-Acción de Latorre (2005), que consta de cuatro fases: planificación, acción, observación y reflexión. El enfoque es experimental dentro de la Investigación Educativa, ya que se busca implementar una propuesta didáctica en un contexto escolar real. La población objetivo son estudiantes de educación básica primaria de la Institución Educativa José Elías Puyana Sede A, ubicada en Floridablanca, Santander. La muestra corresponde a estudiantes de quinto grado, seleccionados mediante un muestreo no probabilístico para permitir una observación directa y detallada de la intervención educativa. Al retomar el método, la planificación se divide en dos momentos: primero, el diagnóstico del conocimiento de los estudiantes mediante un cuestionario que evalúa el PE a través de cuatro preguntas; y segundo, el diseño del plan de acción basado en los resultados obtenidos. La estrategia de intervención consiste en una secuencia didáctica de diez sesiones organizadas en tres momentos: apertura, desarrollo y cierre.

En la apertura (sesiones 1 y 2), se clarifican los conocimientos previos mediante la resolución de problemas geométricos con Tangram. En el desarrollo (sesiones 3 a 8), la tercera sesión define el problema central: "¿Cómo calcular el área de una figura en el plano cartesiano?". La cuarta sesión analiza el problema e introduce el Teorema de Pick a través del cálculo del área con métodos tradicionales y este teorema. La quinta sesión formula objetivos de aprendizaje mediante textos que presentan problemas relacionados con el cálculo de áreas. Las sesiones 6, 7 y 8 incluyen la investigación y el estudio individual mediante el uso del software GeoGebra para calcular áreas de figuras bidimensionales y tridimensionales, explorando el proceso de desdoblamiento de figuras tridimensionales en planos 2D.

En el cierre (sesiones 9 y 10), se da la discusión e informe, los estudiantes reflexionan sobre los métodos utilizados y aplican lo aprendido en la resolución de problemas. Se fomenta el diálogo para argumentar cuál método es más efectivo.

Para argumentar cuál método es más efectivo. La evaluación es formativa, basada en el progreso de los estudiantes y su capacidad para resolver problemas utilizando el Teorema de Pick. Para valorar el desarrollo del PE durante la intervención, se emplearán tres tipos de instrumentos. Inicialmente, se aplicará un cuestionario diagnóstico con preguntas abiertas y cerradas para identificar el nivel de comprensión geométrica de los estudiantes. Durante la secuencia, se utilizarán rúbricas de observación y listas de cotejo para registrar avances en el uso del Teorema de Pick, el manejo del tangram y GeoGebra, y la argumentación matemática. Al cierre, se aplicará una rúbrica final junto con actividades de autoevaluación y una breve entrevista grupal. Con estos instrumentos se pretende valorar tanto los productos como los procesos, en coherencia con el enfoque de investigación-acción y el ABP.

Resultados esperados

El diagnóstico inicial permitirá identificar las dificultades de los estudiantes en PE, se espera obtener los insumos para el diseño de la secuencia didáctica basada en la aplicación del Teorema de Pick basado en la metodología didáctica del ABP mediada con la herramienta tecnológica de GeoGebra, el Geoplano y el Tangram.

Se espera que la secuencia didáctica, apoyada en herramientas tecnológicas, fortalezca el PE mediante la comprensión de conceptos geométricos, promoviendo el razonamiento, la comunicación y la modelación. Además, el uso de tecnología facilitará la exploración dinámica de figuras y la conexión entre lo bidimensional y tridimensional, enriqueciendo el aprendizaje con visualización, prueba y lenguaje matemático.

Conclusiones

La presente investigación aborda en el contexto educativo nacional de Colombia en institución Pública la necesidad de ahondar en el desarrollo PE para potencializar habilidades de los estudiantes. Es prematuro determinar conclusiones generales, puesto que el trabajo se encuentra en la fase exploratoria de formulación, en respuesta se espera tener como resultados, la participación activa de los actores y que lo abordado sea útil y le aporte al desarrollo del plan de mejoramiento de las Prácticas Pedagógicas del grado quinto en cuanto la enseñanza de la Matemática como una herramienta para potenciar el desarrollo del Pensamiento Matemático y la interpretación del individuo con su entorno y su naturaleza.

Bibliografía y referencias

- Araujo, D. S. (2020). *Desarrollo del pensamiento métrico espacial a través de la implementación de un laboratorio de geometría interactivo*. *Revista Espacios*, 41(35), Artículo 14. Recuperado de <https://www.revistaespacios.com>
- Barrows, H. (1986). A taxonomy of problem-based learning methods. *Medical Education*, 20, 481-486.
- Castillo Beleño, J. I. (2013). *Área y perímetro de polígonos y regiones poligonales*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia].
- Ceballos Villanueva, S y Romero Suárez, M. (2012). *El Tangram chino de siete piezas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría*. Ibagué : Universidad del Tolima, 2012.
- Escribano, A, y Del Valle, Á. (2008). *El Aprendizaje Basado en Problemas: Una propuesta metodológica en Educación Superior*. Narcea Ediciones.
- Ferrero de Pablo, L. (2010). Jaque a las matemáticas. Arco Libros - La Muralla. <https://www-digitali publishing-com.biblioteca virtual.uis.edu.co/a/137272>
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*.
- Gómez, S. J. (2010). *Tangram como recurso didáctico para la comprensión de la geometría en cálculos de área y perímetro de figuras poligonales* [Trabajo Especial de Grado, Universidad Central de Venezuela].
- Hmelo-Silver, C. E. (2004). Problem-based learning: What and how do students learn? *Educational Psychology*, 16(3), 235-266.
- Jaime, A., & Gutiérrez, Á. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En S. Llinares M.V. Sanchez (Eds.) *Teoría y práctica de la educación matemática*. (pp.295-384). Sevilla: Alfar. <https://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf>
- Jiménez-Gestal, C., & Blanco Nieto, L. J. (2017). El teorema de PICK como pretexto para la enseñanza de la Geometría con Estudiantes para Maestro. *Números*, 94, 7-21. Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas. Recuperado de <https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1243287/Jimenez2017Teorema.pdf>
- Latorre, A. (2005). *La Investigación-Acción : Conocer y Cambiar la Práctica Educativa*. Editorial Grao.

- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1998). *Lineamientos curriculares*. Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2006). *Estandares Básicos de Competencias*. Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ramírez, J. (2010). *El Teorema de Pick y redes de puntos*. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Reina Neira, L. Gómez de la Hoz, Felizzola Jiménez, H y Hualpa Zúñiga, A. (2016). *Aprendizaje basado en problemas para la enseñanza de diseño y análisis de experimentos*. INGE CUC, 12(2), 86-96.
- Secretaría de Educación Distrital. (1999). *Desarrollo del pensamiento espacial y geométrico: proyecto evaluación competencias básicas, material de apoyo al trabajo de los docentes área de matemáticas*. <https://repositoriosed.educacionbogota.edu.co/entities/publication/cf8ffc00-574f-4b9d-a5ac-15ce48094811>



Juego y Matemática lúdica: Escuelas de Las Tablas

Carlos Vargas

Universidad de Panamá

Panamá

carlos23199220@gmail.com

Eliecer Cedeño

Universidad de Panamá

Panamá

eliecer0918@gmail.com

Alcibiades Medina

Universidad de Panamá

Panamá

profealcibiades184@gmail.com

Introducción

Este póster explora como el uso de estrategias lúdicas en la enseñanza de las Matemáticas ha demostrado ser una metodología efectiva para fomentar el interés y la comprensión de los estudiantes. La Matemática lúdica no solo facilita el aprendizaje, sino que también motiva a los estudiantes a desarrollar habilidades esenciales para la resolución de problemas. Sin embargo, su implementación en las aulas varía según diversos factores, como la preparación docente, la disponibilidad de recursos y la percepción de su impacto en el aprendizaje.

Presentación de la propuesta

La enseñanza de las Matemáticas mediante estrategias lúdicas ha demostrado ser efectiva para mejorar la comprensión y el interés de los estudiantes (Moreno & Sánchez, 2020). Esta propuesta busca implementar juegos didácticos en las escuelas de Las Tablas con el fin de fomentar un aprendizaje significativo, promoviendo el desarrollo del pensamiento lógico y la resolución de problemas en un ambiente atractivo para el estudiante.

El proyecto se fundamenta en el enfoque constructivista de Piaget (1952) y en la teoría del aprendizaje basado en el juego (Vygotsky, 1978). Se aplicarán metodologías interactivas adaptadas a los niveles educativos, evaluando su impacto en el rendimiento académico y la

actitud hacia las Matemáticas. Los resultados esperados incluyen una mayor participación estudiantil y una reducción en la ansiedad Matemática.

Desarrollo de la propuesta

El desarrollo del siguiente estudio permitirá comprender mejor la relación entre la Matemática lúdica y el aprendizaje de la Matemática, brindando aportes valiosos para mejorar la enseñanza en las escuelas de Las Tablas.

Aspectos metodológicos

En la Tabla 1 se detallan los aspectos metodológicos de la propuesta.

Tabla 1

Desarrollo de la propuesta.

Actividad 1. Encuesta. Se presentan una serie de afirmaciones relacionadas con la implementación de la Matemática Lúdica en las aulas escolares del corregimiento de Las Tablas. (1. Totalmente en desacuerdo 2. En desacuerdo 3. Ni de acuerdo ni en desacuerdo 4. De acuerdo 5. Totalmente de acuerdo).
Actividad 2. Observación de clases. El investigador observará las clases de Matemáticas con el fin de documentar la implementación de la Matemática Lúdica.
<u>Nivel de Implementación de la Matemática Lúdica:</u> Frecuencia de uso de estrategias lúdicas: ¿Cuántas actividades lúdicas se realizaron durante la clase? (Ninguna, Una, Dos, Más de dos). Describa brevemente las actividades lúdicas observadas. ¿Cómo se integran las actividades lúdicas en la lección? (Inicio, Desarrollo, Cierre) ¿Las actividades lúdicas están alineadas con los objetivos de aprendizaje de la lección?
<u>Percepción de los Docentes:</u> Actitud del docente hacia la Matemática Lúdica: ¿El docente muestra entusiasmo al realizar actividades lúdicas? (Sí, No) Comentarios adicionales sobre la actitud del docente. ¿El docente parece estar bien preparado para implementar actividades lúdicas? (Sí, No) Observaciones sobre la planificación y preparación del docente.
<u>Preparación y planificación:</u> <u>Impacto en el Aprendizaje:</u> Comprensión de conceptos matemáticos: ¿Las actividades lúdicas parecen ayudar a los estudiantes a comprender los conceptos matemáticos? (Sí, No). Describa brevemente cómo las actividades lúdicas contribuyen a la comprensión de los conceptos.

Fuente: elaboración propia.

Referencias y bibliografía

- Alsina, Á. (2019). Aprender matemáticas jugando: Reflexiones y propuestas para la escuela. *Revista de Educación Matemática*, 31(2), 45-60.
- Blanco, L. J., & Guerrero, E. (2016). El juego como estrategia metodológica para la enseñanza de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 12(3), 35-50.
- García, M., & Ruiz, C. (2020). Impacto de los juegos matemáticos en el aprendizaje significativo de los estudiantes. *Educación y Pedagogía*, 32(1), 22-39.
- Ministerio de Educación de Panamá. (2022). *Plan de estudios de Matemáticas para educación primaria y secundaria*. Disponible: [<https://www.meduca.gob.pa/curriculun/planes.>] Rev. 15/1/2024.



La construcción del principio de conteo en primer grado de primaria

Mariam **Macías** Gámez
Escuela Normal “Miguel F. Martínez”
México

mariam.macias20@al.enmf.edu.mx

Luz Mayela **Lugo** Hernández
Escuela Normal “Miguel F. Martínez”
México

luz.lugo@enmf.edu.mx

Claudia **Gallegos** Anaya
Escuela Normal “Miguel F. Martínez”
México

claudia.gallegos@enmf.edu.mx

Resumen

Esta investigación presenta los resultados del proyecto “1,2,3 al derecho y al revés”, diseñado para fortalecer el sentido numérico según la perspectiva de Gelman & Gallistel (1978). Se aplicó en un grupo de 25 estudiantes de primer grado de una escuela primaria en San Pedro Garza García, Nuevo León, México. El objetivo fue mejorar el conocimiento y manejo de números hasta el 99, tras identificar en el diagnóstico dificultades en la identificación, agrupación y representación gráfica de cantidades. La pregunta central del estudio fue: ¿Cómo influye el trabajo del principio de conteo en el desarrollo del sentido numérico en primer grado? La intervención, de enfoque cualitativo y con diseño descriptivo, se llevó a cabo en diez sesiones, utilizando la metodología de Aprendizaje Basado en la Indagación con enfoque STEAM. La información se recopiló mediante observación participante, rúbrica y diario de campo para sistematizar los hallazgos.

Palabras clave: Conteo; Educación primaria; Primer grado; Sentido numérico.

Definición y relevancia del problema

Una muestra a conveniencia de 25 estudiantes de primer grado asignados para el trabajo de servicio social presentó dificultades para identificar números gráficamente, reconocer su posición en la serie numérica y comprender su valor en comparación con otros números. Se observó que tienen áreas de oportunidad en distinguir la existencia de distintos valores numéricos ni la relación de mayor o menor entre ellos, así como la sucesión en la serie numérica. Esta barrera de aprendizaje fue detectada durante las primeras tres semanas del ciclo escolar 2023-2024, a partir de la observación en el aula y del análisis de los resultados del diagnóstico aplicado previamente. La mayoría del grupo lograba contar hasta el número 15, pero al trabajar con material didáctico, como fichas para agrupar por colección, presentaban dificultades para realizar agrupaciones correctas.

Con el propósito de fortalecer esta área de oportunidad, se trabajó con el programa sintético de la Fase 3, seleccionando el contenido "Estudio de los números", considerado fundamental en primer grado (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2022). La falta de dominio en este aprendizaje puede generar dificultades a lo largo del ciclo escolar e incluso en grados posteriores. Para abordar esta problemática, se requiere el uso de estrategias didácticas adecuadas, incluyendo material concreto, trabajo colaborativo, aprendizaje situado y repaso constante, elementos que favorecen la construcción de un aprendizaje significativo en los estudiantes, según estudios en otros contextos del mismo nivel (Aragón & Aguilar, 2016, Assis, & Corso, 2020 y Durán, 2024)

Referente al tema de los números el programa sintético de la (SEP, 2022) propone los contenidos matemáticos a través de actividades prácticas que desarrollen en el aula a partir de los elementos observados, y aplicarlos en el momento en que surja la como una herramienta de análisis para dar propuestas de solución en la vida diaria, ante cuestionamientos como ¿cuál es mayor?, ¿cuántos?, ¿cuánto?, ¿cómo registramos?, ¿cuándo?, ¿dónde?, etc. Es importante que las y los estudiantes aprendan a expresar verbalmente y por escrito, en palabras y simbólicamente, lo aprendido, y que vayan usando lo que previamente aprendieron. Por lo que se diseña un proyecto con el propósito de responder a la pregunta de investigación: ¿Cómo influye el trabajo con los principios de conteo de Gelman & Gallistel (1978) en el desarrollo del sentido numérico en primer grado?; y así propiciar que los alumnos comprendan la sucesión numérica del 1 al 100, tanto en forma ascendente como descendente, a partir de un número dado, en concordancia con los procesos de aprendizaje del plan sintético de la Fase 3. Este aprendizaje es fundamental para el desarrollo del razonamiento matemático, ya que al reconocer e identificar un número, los estudiantes comprenden su valor y su relación con otros, lo que les permitirá resolver operaciones matemáticas futuras e interpretar el uso de los números en distintos contextos de la vida cotidiana.

Referencial teórico

Para que los estudiantes logren construir el concepto de número se debe de iniciar de acuerdo con el programa sintético (SEP, 2022) mediante metodologías activas para resolver problemas cotidianos, con la escritura y expresión oral por cantidades o rangos ya que están en la etapa preoperacional donde empiezan a familiarizarse con la serie numérica con más cantidades

y a comprender su significado y cómo el uso de los números se refleja en situaciones y problemas de la vida cotidiana.

De acuerdo con la NEM sugiere algunas metodologías para abordar cada campo formativo y vincularlas con los ejes articuladores. El libro de sugerencias metodológicas para el desarrollo de los proyectos educativos expresa que:

Todas las estrategias de STEAM se basan en las Matemáticas, que incluyen la capacidad numérica, así como las habilidades y los enfoques necesarios para interpretar y analizar información, simplificar y resolver problemas, evaluar riesgos y tomar decisiones informadas. Sin embargo, en la visión STEAM con un enfoque interdisciplinario y transdisciplinario se reconoce que la educación debe ser integral y que, por tanto, se deben considerar todos los aspectos del ser humano. (SEP, 2023, p.71)

Se compone por cinco fases pasos o etapas, fase uno se introduce el tema, fase dos se formulan preguntas, fase tres se establecen conclusiones relacionadas con la problemática y se organiza la estructura a las respuestas de indagación, fase cuatro se presentan los resultados de indagación y procede con la elaboración de propuestas de acción para resolver la problemática general identificada, en la medida de lo posible y por último en la fase cinco se reflexiona sobre todo lo realizado: los planes de trabajo, las actuaciones personales o grupales, los procedimientos e instrumentos, los logros, las dificultades y los fracasos.

La finalidad de este campo está orientado a que los y las estudiantes desarrollen de manera gradual, vivencial la comprensión para explicar procesos y fenómenos naturales en relación con lo social que ocurren o con base en los saberes y el pensamiento científico por medio de indagación, interpretación, experimentación, sistematización, representación con modelos y argumentación de tales fenómenos y consideren el lenguaje científico y técnico como forma de expresión oral, escrita, gráfica y digital para establecer nuevas relaciones, construir conocimientos y explicar modelos (SEP, 2022).

El papel del alumno con esta metodología permite desarrollar conocimiento y comprensión de ideas científicas, así como entender cómo los científicos estudian el mundo natural donde se implica la indagación de problemas, búsqueda de información, debate con compañeros, construcción de argumentos coherentes, así como para el docente le proporciona un marco flexible y efectivo para enseñar, que promueve el desarrollo de habilidades como el pensamiento crítico, la resolución de problemas, la creatividad y la colaboración en sus estudiantes (SEP, 2023). Parra (1994) expresa que para los estudiantes que no comprenden los principios del sistema de numeración; habrá que proponer que las actividades mediante círculos de diálogo, prácticas dinámicas, para trabajar el agrupamiento explicándolo a través de distintas materializaciones y planteando situaciones en las que agrupar resulte significativo para contar cantidades de manera gradual.

Gelman & Gallistel (1978) plantean que hay cinco principios de conteo que consideran que se orientan al acercamiento y el aprendizaje del niño respecto al concepto de número. Estos autores definen los siguientes: de correspondencia uno a uno, principio de orden estable; principio de cardinalidad; principio de abstracción y principio de irrelevancia en el orden.

Principio de correspondencia: La correspondencia es una de las fuentes del número, porque constituye el cálculo más simple para determinar la equivalencia de los conjuntos, ésta se

obtiene a través de un procedimiento en el cual se relacionan termino con termino; los elementos de dos colecciones como un medio de comprobación de la equivalencia numérica. Los niños asignan un número a cada objeto desde los dos años, sin embargo, cuando no dominan esta habilidad pueden equivocarse, por ejemplo, dejando sin contar algún objeto o, por el contrario, contando otros varias veces.

Principio de orden estable: Cuando el niño comienza contando objetos en su entorno, va reflexionando acerca de ciertas regularidades en cuanto a sus acciones y a la emisión oral de los números que conoce. Contar requiere repetir los nombres de los números en el mismo orden cada vez; es decir, el orden de la serie numérica siempre es 1,2, 3. Este principio se consigue en torno a los tres o cuatro años. En edades anteriores, cuando los niños cuentan, asignan los números arbitrariamente o empiezan a contar por cualquier número (5, 8, 2...).

Principio de cardinalidad. A medida que el niño va utilizando el mecanismo de conteo, puede aprender la regla de valor cardinal, es decir, puede darse cuenta de que el último número que contó corresponde a la cardinalidad del conjunto contado. Esto no significa, necesariamente, que el niño se dé cuenta de que el último término designa la cantidad de elementos que tiene el conjunto y que, si este se cuenta nuevamente, después de modificar su distribución espacial, tendrá la misma cantidad.

Principio de abstracción: Los estudiantes tienen la capacidad para establecer ciertas correspondencias entre los objetos, agruparlos y así lograr una seriación de estos, y para que ellos puedan lograr el desarrollo de estas capacidades se debe poner en contacto al niño con muchos objetos de su entorno que tengan a su alcance. Para que un niño pueda cuantificar un grupo de objetos es necesario definirlos. Debe darse cuenta de que no importan las características físicas de los elementos que lo conforman así los conjuntos pueden estar contruidos por cualquier clase de objetos lo importante es considerarlos como cosas.

Principio de irrelevancia del orden: El orden en que se enumeran los elementos de una colección no afecta a su designación cardinal. Cuando el niño cuenta de varias maneras los elementos de un conjunto, descubre que la distribución espacial de éstos y el orden en que son enumerados no afecta la cardinalidad del conjunto. El alumno reconoce que el orden de conteo es irrelevante para el resultado final, la mayoría de los estudiantes aprenden esto de manera no formal, sino en las situaciones en las que se desenvuelve principalmente en el juego.

En función de lo planteado es necesario ubicar el desarrollo evolutivo, Según Meece (2001); Piaget describe cada una de las etapas por las que se pasa durante el desarrollo evolutivo está caracterizada por determinados rasgos y capacidades, cada etapa incluye a las anteriores y se alcanza en torno a unas determinadas edades más o menos similares para todos los sujetos normales. Las etapas que determinan el desarrollo evolutivo son las siguientes: Período sensoriomotor (0-2 años) período preoperacional (2-7 años) Período de las operaciones concretas (7-11) Período de operaciones formales (11-15). El principio de conteo empieza en la etapa preoperacional, para llegar a la construcción del número natural es necesario que el niño desarrolle ciertas habilidades de conteo, ya que su comprensión es gradual y requiere de una evolución lenta, basada en el desarrollo y aplicación de técnicas para contar. Dichas habilidades cualitativas pueden ser desarrolladas y utilizadas por los alumnos para resolver problemas de su

vida cotidiana incluso antes de ingresar a la escuela. El conteo se constituye en uno de los mecanismos constructivos que permite abordar aspectos relacionados con el sistema numérico natural la aplicación de adiciones y sustracción.

Propiciando así que el aprendizaje se construya a través de múltiples interacciones entre docente y estudiante, el situar problemas dentro del aula, las actividades lúdicas, materiales entre otros, es importante tomar en cuenta su nivel de maduración cognitivo, sus experiencias y contexto, preguntarse ¿en dónde el estudiante utiliza los números? ¿en qué situaciones le es útil estos conocimientos? no solo dentro de la escuela sino también fuera de ella, los niños tienen oportunidad de elaborar conocimientos acerca del sistema de numeración, incluso mucho antes de ingresar a primer grado.

Método y desarrollo conceptual

En esta investigación de enfoque cualitativo se seleccionó un método de tipo descriptivo, según lo que menciona Hernández et al. (2014) considera que:

Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Es decir, únicamente pretenden medir o recoger información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o las variables a las que se refieren, esto es, su objetivo no es indicar cómo se relacionan éstas (p. 92).

El presente estudio se llevó a cabo en una escuela primaria ubicada en el municipio de San Pedro Garza García, Nuevo León, México. La investigación se desarrolló con una muestra seleccionada por conveniencia, compuesta por 25 estudiantes de primer grado de educación primaria, grupo asignado al trabajo docente durante el periodo de servicio social. Es importante destacar que la interacción con el grupo se realizó mediante una estrategia de observación participante, complementada con el uso de una rúbrica de evaluación y un diario de campo, con el propósito de analizar los alcances de una intervención didáctica basada en el enfoque STEAM, centrada en el desarrollo del conteo matemático.

Los indicadores de análisis empleados en la rúbrica se basaron en los principios del conteo propuestos por Gelman & Gallistel (1978): *Principio de correspondencia*, *Principio de orden estable*, *Principio de cardinalidad*, *Principio de abstracción* y *Principio de irrelevancia del orden*. Cada indicador fue evaluado en una escala cualitativa de cuatro niveles de desempeño: Excelente, Bueno, Regular y Deficiente. Esta categorización permitió valorar el nivel de comprensión de los estudiantes en relación con los principios del conteo, dentro de una propuesta didáctica que integró contenidos matemáticos con actividades vinculadas al enfoque interdisciplinario STEAM.

El procedimiento del estudio se desarrolló a partir de un plan de acción estructurado, cuyo propósito fue fortalecer el aprendizaje del conteo en estudiantes de primer grado, guiando el trabajo docente dentro de un marco temporal y metodológico definido. Este plan se llevó a cabo a lo largo de 10 sesiones de 50 minutos, organizadas bajo la metodología STEAM, la cual comprende cinco fases que orientaron la implementación del proyecto.

La fase 1, correspondiente a la introducción del tema, permitió activar los conocimientos previos de los estudiantes e identificar una problemática relacionada con el uso del número en situaciones cotidianas. Durante las primeras tres sesiones, se enfatizó la observación de objetos, el uso del lenguaje oral y el conteo espontáneo, generando un primer acercamiento al Principio de correspondencia uno a uno, al promover que cada elemento contable tuviera su propia etiqueta numérica.

En la fase 2, correspondiente al diseño de la investigación, se trabajaron preguntas de indagación tales como: *¿Cuál es la utilidad del número? ¿Dónde se aplica? ¿Para qué sirve? ¿Con qué se relaciona en la vida diaria?* Estas preguntas permitieron a los estudiantes establecer conexiones significativas con su entorno, desarrollando el Principio de abstracción, al aplicar el conteo en diversos contextos sin importar la naturaleza de los objetos.

La fase 3 consistió en organizar y estructurar las respuestas a las preguntas formuladas. Aquí, los estudiantes analizaron, clasificaron e interpretaron la información construida de forma colaborativa. Se promovió la verbalización del conteo en secuencias ascendentes y descendentes, reforzando el Principio de orden estable, que asegura que los números se reciten siempre en el mismo orden, sin omitir ni repetir.

En la fase 4, los alumnos presentaron los resultados de su indagación y elaboraron una propuesta para resolver una problemática general relacionada con el conteo en su contexto cercano. Esta fase permitió observar el Principio de cardinalidad, al propiciar que los estudiantes comprendieran que el último número contado representa la cantidad total de elementos.

Finalmente, la fase 5 se centró en la metacognición, donde cada estudiante reflexionó con ayuda de apoyos concretos y visuales para recordar los aprendizajes alcanzados, identificando sus avances y dificultades en relación con la expresión oral y el conocimiento numérico. Aquí se evaluó especialmente la comprensión del Principio de irrelevancia del orden, al realizar actividades en las que los objetos se contaban en diferentes secuencias sin afectar el resultado final.

El proyecto titulado *“1, 2 y 3 al derecho y al revés”* tuvo como propósito que los estudiantes lograran expresar oralmente la sucesión numérica. Se planteó una progresión gradual: primero hasta el número 20, luego hasta el 40, posteriormente hasta el 60 y finalmente hasta el 120, o hasta donde fuera posible según las capacidades individuales, tanto en conteo ascendente como descendente a partir de un número dado. Esta propuesta permitió observar el desarrollo paulatino de los cinco principios del conteo de Gelman & Gallistel, así como recopilar datos de la efectividad de la propuesta.

Resultados y Conclusiones

El desarrollo del sentido numérico a través de los principios de conteo de Gelman & Gallistel (1978) resultó ser una experiencia enriquecedora, aunque con ciertos retos y áreas de mejora. Los resultados obtenidos evidenciaron que la implementación de estrategias lúdicas facilitó la comprensión y aplicación de los principios de conteo, aunque algunos aspectos requirieron mayor atención y ajuste metodológico.

Para trabajar este Principio de Correspondencia, se inició con la manipulación de elementos en una colección, permitiendo a los estudiantes aplicar el conteo uno a uno. A medida que avanzaban, fueron fortaleciendo la relación número-cantidad, su escritura y reconocimiento. Mediante actividades lúdicas, los alumnos adquirieron conciencia sobre la utilidad de los números en diferentes contextos. Se identificó que las actividades de conteo, clasificación y seriación fueron clave para la reconstrucción y adaptación de contenidos, siguiendo la propuesta de maduración. En este proceso, los estudiantes avanzaron de una exploración sensoriomotora del material hasta una etapa preoperacional, donde a través del juego simbólico pudieron consolidar sus aprendizajes con mayor seguridad antes de ser evaluados (Meece, 2001).

En el caso del principio de orden estable la socialización desempeñó un papel fundamental en la consolidación de este principio, ya que el trabajo con compañeros permitió modelar y reforzar el conocimiento. Se emplearon herramientas como juegos tradicionales (lotería), materiales manipulativos (ábaco, fichas) y recursos cotidianos (monedas), facilitando la construcción del sentido numérico. La interacción entre pares fortaleció la asimilación de los aprendizajes, demostrando que el diálogo y el intercambio de ideas permiten consolidar conceptos matemáticos de manera efectiva.

El trabajo del principio de cardinalidad; el uso de recursos tecnológicos y objetos de aprendizaje fue determinante en la asimilación de la cardinalidad. Se observó que los estudiantes recurrían a rutinas previas del nivel educativo anterior, como canciones, para recordar la secuencia numérica y su uso en distintas situaciones. Este recurso fue particularmente útil en la etapa preoperacional, ya que les permitió consolidar el concepto de cardinalidad mediante la repetición y la asociación auditiva (Meece, 2001). La integración de estrategias que respeten los ritmos de aprendizaje y los niveles de desarrollo de los estudiantes resulta crucial para fortalecer su actitud hacia el aprendizaje matemático. La práctica constante, en este caso a través de canciones y juegos, resultó ser una herramienta eficaz para fortalecer la confianza y dominio de los números.

El principio de Abstracción representó un desafío, ya que la diversificación de representaciones del conteo requería que los estudiantes trasladaran aprendizajes previos a nuevas situaciones. Se observó que algunos alumnos necesitaban hacer comparaciones con ejercicios anteriores para contextualizar su aprendizaje en escenarios distintos. Una estrategia que considerar en futuras intervenciones es la creación de un portafolio de trabajos o el uso de tecnología para facilitar el acceso a referencias previas que refuercen el proceso de conteo y su representación en diversas situaciones educativas.

La profundización del principio de irrelevancia del orden en el sentido y las comparaciones numéricas resultó ser un área compleja. Se identificó que los estudiantes requerían múltiples repeticiones en las actividades de cierre, especialmente cuando los números involucrados superaban el sesenta. En algunos casos, la falta de práctica y familiaridad con colecciones de mayor cantidad generó dudas y confusiones. Se concluyó que, para garantizar una asimilación efectiva, es necesario fomentar la práctica continua y progresiva, evitando depender exclusivamente de la repetición en momentos específicos.

El trabajo con los principios de conteo en primer grado requiere un enfoque que integre diversas estrategias y herramientas de apoyo, siendo el trabajo interdisciplinar y situado el que pudiera ser de apoyo para profundizar y complementar este estudio. A su vez, se comprobó que los estudiantes necesitan práctica constante y el uso de materiales concretos para fortalecer su comprensión numérica. Además, se destacó que, aunque los niños poseen nociones básicas sobre los números, al aumentar la cantidad, tienden a confundirse o perder el significado del número dentro de la actividad (Díaz et al., 2004).

Por ello, se recomienda adaptar las intervenciones docentes a los ritmos y experiencias de los estudiantes, permitiendo que cada alumno construya su aprendizaje de manera significativa. Para los docentes en formación, es fundamental comprender que el desarrollo del sentido numérico no es inmediato (considerando esta concepción como una limitante ante lo esperado en lo propuesto para el estudio), sino un proceso progresivo que requiere estrategias adecuadas y flexibles. Se considera a su vez que la enseñanza de las Matemáticas en los primeros años debe favorecer la exploración, la manipulación y el diálogo, asegurando que los estudiantes no solo aprendan a contar, sino que comprendan el valor y la función de los números en distintos contextos.

Referencias

- Aragón, E., Navarro, J. I., & Aguilar, M. (2016). Predictores de dominio específico para la fluidez de cálculo al inicio de la Educación Primaria. *Electronic Journal of Research in Education Psychology*, 14(40), 482-499. Recuperado de: <https://ojs.ual.es/ojs/index.php/EJREP/article/view/1695>
- Assis, É. F. D., & Corso, L. V. (2020). Intervención en los principios de conteo con estudiantes de primaria. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, 100, 733-752. Recuperado de: <https://www.scielo.br/rbeped/a/93dZttkQxvrXMBQwYj8wJph/abstract/?lang=es&format=html>
- Díaz Godino, J., Batanero Bernabéu, C., Cid, E., Font, V., Rosa, R., & Ruiz, F. (2004). *Matemáticas para maestros*. Universidad de Granada.
- Durand Castro, J. E. (2024). Estrategias del conteo y cálculo mental usados en el aprendizaje de las matemáticas del primer y segundo grado de primaria. Recuperado de: <https://repositorio.its.edu.pe/handle/20.500.14360/102>
- Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). El conteo en el preescolar: ¿Qué se desarrolla y qué no? En R. S. Siegler (Ed.), *El pensamiento infantil: ¿Qué se desarrolla?* Hillsdale, N. J: Erlbaum, 8, 213-240.
- Hernández R., Fernández C. & Baptista P. (2014) *Metodología de la investigación*. Sexta Ed. Toledo-Castellanos, Ciudad de México: McGraw-Hill Educación
- Meece, J. L. (2001). Desarrollo del niño y del adolescente. *Compendio para educadores*. Secretaría de Educación Pública, Subsecretaría de Educación Básica y Normal, Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. Recuperado de: <https://sige.segey.gob.mx/materiales/1/d1/p1/4.%20JUDITH%20MEECE.%20Desarrollo%20del%20nino.pdf>
- Parra, C. (1998). *Didáctica de matemáticas Aportes y Reflexiones* (Primera edición). Paidós Mexicana, S.A. Rubén Darío 118.
- Secretaría de Educación Pública [SEP] (2022). *Avance del contenido del Programa sintético de la Fase 2*. [Material en proceso de construcción] Recuperado de: <https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2022/12/Avance-Programa-Sintetico-Fase-2.pdf>
- SEP (2023) *Sugerencias metodológicas para el desarrollo de los proyectos educativos*. Recuperado de: https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2022/12/C3_1-Sugerencias-Metodologicas-proyectos.pdf



La Olimpiada Costarricense de Matemática de Educación Primaria y su vínculo con el currículo nacional

Ricardo **Poveda** Vásquez

Escuela de Matemática, Universidad Nacional de Costa Rica

Costa Rica

Ricardo.poveda.vasquez@una.cr

Mónica **Mora** Badilla

Universidad Estatal a Distancia

Costa Rica

mmorab@uned.ac.cr

Alejandra **Sánchez** Ávila

Universidad Estatal a Distancia

Costa Rica

alsanchez@uned.ac.cr

Luis **Montero** Hernández

Escuela de Matemática, Universidad Nacional de Costa Rica

Costa Rica

luis.montero.hernandez@est.una.ac.cr

Resumen

En esta comunicación se hace una descripción de la Olimpiada Costarricense de Matemática de Educación Primaria (OLCOMEP), la cual tiene el objetivo de explorar cómo esta competencia contribuye al desarrollo de habilidades matemáticas en las personas estudiantes participantes y cómo se alinea con los contenidos curriculares de educación primaria. La metodología utilizada incluye un análisis de las pruebas de la olimpiada y su correspondencia con los programas oficiales de Matemáticas. Los hallazgos muestran que la OLCOMEP refuerza conceptos clave del currículo, tales como las áreas matemáticas y los niveles de complejidad que se utilizan para el diseño de la prueba. A pesar de que, existe una participación muy importante en todas las direcciones regionales del país, se observa una considerable diferencia entre la participación de hombres en comparación con las mujeres.

Palabras clave: Costa Rica; Educación Matemática; Educación primaria; Evaluación; Ministerio de Educación Pública; Resolución de problemas.

Definición y relevancia del problema

La Olimpiada Costarricense de Matemática para la Educación Primaria (OLCOMEP) es una competencia nacional que surgió en el 2015, con el fin de estimular y desarrollar en la niñez costarricense las habilidades de resolución d3e problemas matemáticos. Esta iniciativa promueve una competencia sana entre personas estudiantes de instituciones públicas y privadas desde primero hasta sexto año de primaria, abarcando todas las regiones educativas del país.

La OLCOMEPE ha experimentado un crecimiento significativo en la participación estudiantil. En 2024, se alcanzó un récord de más de 13 300 personas estudiantes que realizaron la primera prueba eliminatoria. Este incremento refleja el interés y compromiso de la comunidad educativa en fortalecer las competencias matemáticas desde edades tempranas.

La relevancia de la OLCOMEPE radica en su capacidad para fomentar el pensamiento crítico, la creatividad y las habilidades matemáticas entre las personas estudiantes de la educación primaria, pues está organizada para seis niveles, uno por cada año lectivo. En el primer nivel compiten niños y niñas de 6 años, en el segundo nivel de 7 años y así sucesivamente.

El proceso de la OLCOMEPE se desarrolla en tres etapas: la primera incluye a todas las personas estudiantes inscritas; la segunda es regional y la tercera es la disputa nacional, donde compiten solo los finalistas de la fase anterior. En la Tabla 1, se puede observar la cantidad de personas estudiantes inscritas en la primera eliminatoria, así como la cantidad de niños y niñas que van superando cada una de las etapas, según el nivel educativo.

Tabla 1
Cantidad de estudiantes inscritos según la ronda eliminatoria y nivel escolar en la OLCOMEPE del 2024

Nivel	Etapas		Final
	I	II	
Primero	1682	539	68
Segundo	2168	506	66
Tercero	2402	543	59
Cuarto	2330	523	63
Quinto	2268	558	57
Sexto	2462	585	60
Total	13312	3254	373

Nota: “I” corresponde a primera Etapa y “II” corresponde a segunda Etapa.
Fuente: Datos del proyecto OLCOMEPE

La cantidad de personas estudiantes que va disminuyendo en cada una de las fases se debe a la reglamentación interna. En el año 2024, hubo 73 ganadores que fueron reconocidos con medallas de oro, plata y bronce, así como menciones de honor.

Referencial teórico

Las olimpiadas de Matemáticas, como la OLCOMEPE en Costa Rica, desempeñan un papel crucial en el fomento del talento matemático desde edades tempranas. Estas competencias no solo estimulan el interés por la Matemática, sino que también desarrollan habilidades de pensamiento crítico, resolución de problemas y creatividad. Según investigaciones en Educación Matemática, la participación en actividades extracurriculares como las olimpiadas puede aumentar la motivación y el rendimiento de las personas estudiantes en esta área (Hudojo, Juniati, y Siswono, 2019).

Mora, Gutiérrez y Jaime (2024) señalan la importancia de este tipo de competencias para identificar a estudiantes talentosos en Matemática.

La OLCOMEPE está estrechamente ligada al currículo de Matemática del Ministerio de Educación Pública (MEP) de Costa Rica (MEP, 2012), porque los problemas planteados se basan en los contenidos y habilidades allí establecidos, enfocándose en el desarrollo de competencias matemáticas en las cinco áreas matemáticas: Números, Medidas, Geometría, Estadística y probabilidad y Relaciones y álgebra. Por ejemplo, se involucra el uso de números naturales, fracciones, decimales y operaciones aritméticas; figuras geométricas, propiedades, mediciones y construcciones, visualización; unidades de medida para longitud, área, volumen, tiempo y otras magnitudes; identificación y extensión de patrones, así como el análisis de relaciones entre cantidades; y la aplicación de estrategias de resolución de problemas. Además, incluye ítems de razonamiento matemático.

La OLCOMEPE complementa el currículo al ofrecer a las personas estudiantes la oportunidad de aplicar sus conocimientos en contextos desafiantes y no rutinarios. Para esto, se incluyen en las pruebas problemas de los tres niveles de complejidad que se establecen en los programas oficiales de Matemática de Costa Rica: reproducción, conexión y reflexión.

Para el MEP (2012) un problema de reproducción es en “esencia se refiere a ejercicios relativamente familiares que demandan la reproducción de conocimientos ya practicados” (pp.32), mientras que el nivel de complejidad de conexión se refiere a problemas no rutinarios pero que son familiares al estudiantado. Los de reflexión son complejos, se exige la participación de varios métodos para su solución.

La progresión de los niveles de complejidad permite a las personas estudiantes desarrollar sus habilidades matemáticas de manera gradual y desafiante. Por esta razón, la primera eliminatoria se plantea con más ítems de reproducción, pero esa cantidad va disminuyendo para darle espacio a problemas de conexión y reflexión en las siguientes eliminatorias.

Método y desarrollo conceptual

El MEP tiene distribuida a Costa Rica en 27 direcciones regionales de educación, lo que facilita el manejo administrativo-geográfico y el análisis de datos que las involucran. En la Tabla 2 se muestra la distribución de personas estudiantes inscritas en la primera fase, segunda y final fase por dirección regional de educación.

Tabla 2

Cantidad de estudiantes inscritos según la ronda eliminatoria y nivel escolar en la OLCOMEPE del 2024, por Dirección Regional de Educación

Dirección Regional	I	II	Final	Dirección Regional	I	II	Final
Aguirre	289	70	11	Peninsular	173	68	8
Alajuela	518	144	21	Pérez Zeledón	1122	166	18
Cañas	263	116	13	Puntarenas	735	150	17
Cartago	982	165	21	Puriscal	541	135	12
Coto	394	120	15	San Carlos	492	145	18
Desamparados	532	124	11	San José Central	598	143	15
Grande de Térraba	838	122	13	San José Norte	511	149	17
Guápiles	243	86	12	San José Oeste	761	144	18
Heredia	807	204	19	Santa Cruz	245	88	13
Liberia	532	155	18	Sarapiquí	269	83	10
Limón	728	163	13	Sulá	105	41	5
Los Santos	234	89	8	Turrialba	230	97	12
Nicoya	158	74	10	Zona Norte Norte	853	142	13
Occidente	159	71	12	TOTAL	13312	3254	373

Nota: "I" corresponde a primera Etapa y "II" corresponde a segunda Etapa.

Fuente: Datos del proyecto OLCOMEPE

El proceso de selección en la OLCOMEPE se inicia con una primera etapa clasificatoria, en la que participan todas las personas estudiantes que se inscribieron a través de sus instituciones educativas. En esta fase, se les aplica una prueba de forma presencial, que se les presenta a través de un formulario de Google con preguntas de selección única y respuesta corta.

De acuerdo con la reglamentación de la olimpiada, para la segunda etapa, por cada región educativa, se clasifican alrededor de 24 personas estudiantes por nivel escolar, que corresponde a quienes obtuvieron el mejor desempeño en la prueba, con base en su calificación y que hayan superado una nota mínima. Adicionalmente, a las personas contempladas en el punto anterior, se clasifican 40 personas por año escolar a nivel nacional, con las siguientes mejores calificaciones. Esta segunda etapa, también se realiza de forma presencial a través de un formulario de Google con preguntas de selección única y respuesta corta.

En la Etapa Final, se clasifican alrededor de 18 personas estudiantes por cada Dirección Regional Educativa que corresponde aproximadamente a tres estudiantes por nivel educativo. Esta etapa consiste en una competencia más intensa, que desafía aún más las habilidades del estudiantado, pues las pruebas se aplican de forma presencial y tienen solo preguntas de desarrollo.

En cada una de las fases, los problemas son cuidadosamente diseñados por la Comisión organizadora para evaluar no solo el conocimiento técnico, sino también la creatividad y la capacidad para aplicar conceptos matemáticos y que cada ítem este acorde a las áreas matemáticas y el nivel de complejidad.

Resultados

Por nivel de complejidad

Tal y como se explicó en el capítulo anterior, para la realización de cada una de las pruebas de los seis niveles educativos, la Comisión de OLCOMEPE elabora ítems previamente establecidos según el nivel de complejidad, tal y como se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3

Distribución de ítems según el nivel de complejidad por nivel educativo en la OLCOMEPE del año 2024

Nivel	Reproducción		Conexión		Reflexión	
	I	II	I	II	I	II
Primero	3	4	9	8	1	2
Segundo	8	3	5	9	1	2
Tercero	6	5	6	8	2	1
Cuarto	6	5	10	9	0	2
Quinto	6	6	9	8	1	2
Sexto	4	4	10	10	2	2
Total	33	27	49	52	7	11

Nota: "I" corresponde a primera Etapa y "II" corresponde a segunda Etapa.

Fuente: Datos del proyecto OLCOMEPE

De acuerdo con la Tabla 3, se puede observar que la mayoría de los ítems en la prueba OLCOMEPE 2024 se centran en la categoría de "Conexión", especialmente a medida que las personas estudiantes avanzan en los grados. Hay una distribución equilibrada entre las categorías de "Reproducción" y "Conexión", con un ligero sesgo hacia la Conexión en los grados superiores.

Por otro lado, la categoría de "Reflexión" tiene la menor cantidad de ítems, esto sucede porque, como se explicó anteriormente, las I y II Etapas consta de ítems de selección única y de respuesta corta, por lo que las pruebas se enfocan más en habilidades prácticas y de conexión que en habilidades profundas de reflexión. Sin embargo, tal y como se observa en la misma tabla, a medida que se avanza en las eliminatorias, el número de ítems de "Reflexión" aumenta ligeramente, lo que puede indicar una mayor exigencia cognitiva en la II Etapa que en la I Etapa.

Por área matemática

La OLCOMEPE está totalmente alineada con el currículo de Matemática de Costa Rica, pues como se observa en la Tabla 4, al realizar las pruebas se consideran todas las áreas matemáticas según MEP (2012).

Tabla 4

Distribución de ítems según el área matemática por nivel escolar en la OLCOMEPE 2024

Nivel	Estadística y Probabilidad		Geometría		Lógica		Medidas		Números		Relaciones y Álgebra	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Primero	1	2	4	0	2	4	2	2	4	5	0	1
Segundo	1	1	4	2	1	3	2	4	5	3	1	1
Tercero	1	2	4	1	1	4	2	2	5	4	1	1
Cuarto	2	2	4	2	2	4	2	3	4	4	2	1
Quinto	2	4	5	3	0	2	2	3	5	1	2	3
Sexto	1	3	7	3	0	3	1	2	5	1	2	4
Total	8	14	28	11	6	20	11	16	28	18	8	11

Nota: “I” corresponde a primera Etapa y “II” corresponde a segunda Etapa.

Fuente: Datos del proyecto OLCOMEPE

En el caso del área de Estadística y Probabilidad, la distribución es bastante equilibrada, 1 o 2 ítems por grado en la primera eliminatoria (I), entre 2 y 4 por grado en la segunda eliminatoria (II). El total de ítems para esta área es de 8 en la primera (I) y 14 en la segunda (II), lo que sugiere un aumento en el enfoque en esta área en la segunda eliminatoria.

En el caso de Geometría, la cantidad de ítems en general es relativamente estable, con un incremento notable en grados superiores, especialmente en la segunda eliminatoria (II). El total de ítems para Geometría es 28 en la primera eliminatoria (I) y 11 en la segunda (II), lo que refleja que esta área está más enfocada en la primera eliminatoria.

En el caso del área de Medidas, el número de ítems en esta área es relativamente bajo, variando entre 1 y 5 por grado. Esto es debido a que, esta área matemática es la que menos tiempo tienen las personas docentes para trabajar en el aula. Además, algunas otras preguntas de áreas distintas incluyen las medidas de forma transversal.

Caso contrario al área anterior, el área de Números tiene una mayor presencia en las pruebas de los diferentes niveles. En la primera eliminatoria (I), el total es de 28, mientras que en la segunda (II) se reducen a 18. Los ítems por grado son variables, pero consistentemente altos, especialmente en los grados más bajos.

En Relaciones y Álgebra, la distribución fue más equitativa en cuanto al número de ítems entre las dos eliminatorias, con un total de 8 en la primera eliminatoria (I) y 11 en la segunda (II). En algunos niveles, como en el primero y el segundo, hay más énfasis en la segunda

eliminatória. Esto se debe a que, en estos niveles el área se trabaja aproximadamente en el segundo semestre.

Con respecto a Lógica, se muestra una tendencia hacia una menor cantidad en comparación con otras áreas, con un total de 6 en la primera eliminatória (I) y 20 en la segunda (II).

Por sexo biológico

La inscripción a la OLCOMEPE es totalmente gratuita y voluntaria. Cabe mencionar, que en Costa Rica se realizan campañas a través del Ministerio de Educación Pública y el Ministerio de Ciencia y Tecnología para la incorporación de las mujeres en estos espacios académicos desde la niñez, sin embargo, los datos que se muestran en la Tabla 5, evidencian que el número de hombres es consistentemente mayor que el número de mujeres en todas las etapas.

Tabla 5

Distribución de sexo biológico según la etapa eliminatória y etapa final por nivel escolar en la OLCOMEPE 2024

Nivel	Hombres			Mujeres		
	I	II	Final	I	II	Final
Primero	1000	341	42	682	198	26
Segundo	1394	333	45	774	173	21
Tercero	1523	351	48	879	192	11
Cuarto	1517	348	46	813	175	17
Quinto	1414	365	38	854	193	19
Sexto	1479	359	42	983	226	18
Total	8327	2097	261	4985	1157	112

Nota: "I" corresponde a primera Etapa y "II" corresponde a segunda Etapa.

Fuente: Datos del proyecto OLCOMEPE

En esta Tabla 5, se puede observar que en la primera eliminatória (I), la proporción de hombres es considerablemente mayor que la de mujeres (62.5% hombres y 37.5% mujeres), lo que indica que los hombres tienen una mayor representación inicial en la prueba. En la segunda eliminatória (II), los porcentajes se equilibran un poco más, con una ligera ventaja para los hombres (64.4% hombres frente a 35.6% mujeres). Este cambio puede indicar que las mujeres tienen una tasa de deserción ligeramente mayor o menor rendimiento en esta ronda. En la final (III), la diferencia se amplía aún más a favor de los hombres (69.9% hombres frente a 30.1% mujeres). Esto sugiere que, las mujeres tienen una tasa de deserción o eliminación más alta a medida que avanzan las rondas.

Conclusiones

Considerando el apartado de niveles de complejidad, el análisis de la distribución de ítems en las pruebas OLCOMEPE 2024 muestra un claro patrón de progresión en la complejidad cognitiva a medida que las personas estudiantes avanzan en su educación. Desde la

Reproducción en los primeros grados hasta la Reflexión en los grados superiores, las pruebas no solo miden la capacidad de recordar información, sino también la habilidad para conectar conceptos y reflexionar críticamente sobre ellos. Este enfoque es crucial, para preparar a las personas estudiantes en los desafíos intelectuales que enfrentarán a medida que progresan en su participación.

De acuerdo con las áreas matemáticas, hay una distribución variada de los ítems por área y grado, con un enfoque particular en la segunda eliminatoria, especialmente en áreas como Lógica y Estadística y Probabilidad. La variabilidad en la distribución de ítems entre los grados, sugiere un intento de ajustar las evaluaciones al nivel de desarrollo y complejidad del estudiantado a medida que avanzaron en la OLCOMEPE del 2024.

La mayor tasa de deserción de mujeres a medida que progresan las rondas eliminatorias podría ser un área para investigar. Es posible que, existan factores relacionados con el rendimiento o la participación que impacten de manera más significativa a las mujeres en las rondas sucesivas. A lo largo de todas las rondas, los hombres superan consistentemente a las mujeres en número. Este fenómeno podría estar relacionado con cuestiones sociales, culturales o incluso estructurales en el sistema educativo o de evaluación.

Referencias y bibliografía

- Hudojo, H., Juniati, D., y Siswono, T. Y. E. (2019). The Effect of Problem Based Learning (PBL) on Mathematical Problem Solving Ability. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*, 8(2), 364-371. <https://doi.org/10.11591/ijere.v8i2.18702>
- Ministerio de Educación Pública (2012). Programas de Estudio de Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado. Ministerio de Educación Pública, San José, Costa Rica.
- Mora, M., Gutiérrez, A., & Jaime, A. (2024). Analysis of visualization as an indicator of mathematical giftedness. In *Proceedings of the 26th ICMI Study Conference* (pp. 207-214)



A relação entre recursos didáticos e conceitos matemáticos: Evidências de uma revisão sistemática

Meire Nadja Meira de **Souza**
Universidade de Brasília
Brasil
meire.nadja@gmail.com
Geraldo Eustáquio **Moreira**
Universidade de Brasília
Brasil
geust2007@gmail.com

Resumo

Este estudo, recorte de uma pesquisa de doutorado, pretendeu verificar se o objetivo geral das produções acadêmicas brasileiras, selecionadas numa revisão sistemática, estabelecia alguma relação entre a finalidade de uso dos recursos didáticos e a construção e/ou elaboração conceitual. O estudo adotou abordagem qualitativa, exploratória e bibliográfica fundamentada na diretriz Principais Itens para Relatar Revisões Sistemáticas e Meta-análises - PRISMA. A recolha de dados ocorreu nas bases da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações e no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. A análise revelou que, embora o uso de recursos didáticos seja recorrente nas investigações sobre Educação Matemática, apenas uma parcela das pesquisas analisadas explicitou essa relação em seus objetivos gerais. Esse achado evidencia uma lacuna temática que pode orientar futuras investigações, especialmente no que diz respeito à mediação pedagógica com recursos didáticos no processo de construção conceitual.

Palavras-chave: Anos iniciais; Aprendizagem matemática; Diretriz PRISMA; Educação Infantil; Elaboração conceitual; Ferramentas mediadoras; Finalidade de uso dos recursos didáticos; Lacuna temática; Produções acadêmicas brasileiras; Revisão sistemática de literatura;

Fundamentação contextual

O homem primitivo já utilizava recursos da natureza e o próprio corpo para solucionar problemas do cotidiano. O ábaco, um dos primeiros materiais manipuláveis criados especificamente para explorar conceitos aritméticos (Vale, 2002), surge para resolver problemas envolvendo números cada vez maiores, mas logo sai de cena com o surgimento dos algoritmos, por volta do século XV.

A partir do fim do século XIX, diversos educadores e pensadores reintroduziram a recomendação da interação com objetos/materiais didáticos/manipulativos, enfatizando o uso desses recursos no processo de aprendizagem. Era fundamental que o ensino tivesse início a partir do concreto, tendo em vista sua potencialidade para a aprendizagem de conceitos (Lorenzato, 2012; Montessori, 1965; Piaget, 1973).

Neste estudo, os recursos didáticos são considerados quaisquer elementos complementares utilizados como estratégia didático-pedagógica para viabilizar o acesso ao conteúdo e à promoção do processo de ensino-aprendizagem. São, assim, elementos que favorecem as ações dos sujeitos e apoiam a elaboração e a construção de conceitos.

Contudo, apenas a manipulação dos materiais didáticos não garante a efetividade do ensino, tampouco assegura aprendizagens significativas (Avelar, 2023; Fiorentini; Miorin, 1990; Gadelha, 2020; Lorenzato, 2006, 2012; Serrazina, 1990; Vale, 2002).

O acesso e o uso eficaz dos recursos didáticos (RD) exigem um planejamento sustentado por uma formação docente capaz de favorecer o uso competente e intencional desses recursos, conforme recomendado pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2015). Por outro lado, o uso improdutivo dos RD, restrito a atividades lúdicas ou como distração nos anos iniciais, bem como sua ausência nos demais anos de escolarização, por serem considerados desnecessários, configuram oportunidades perdidas de maximizar seu potencial para enriquecer as aprendizagens matemáticas (NCTM, 2015).

A utilização adequada de recursos didáticos, portanto, pode facilitar o processo de construção e elaboração de conceitos (Vale, 2000; Moreira & Souza, 2020; Souza & Moreira, 2025) pois não se limita a um apoio técnico, mas pode se configurar como uma estratégia didático-pedagógica que, ao viabilizar o acesso ao conteúdo de maneira diferenciada, contribui significativamente para um ensino mais inclusivo (Avelar, 2023; Silva, 2019).

Diante do exposto, surge o questionamento que orienta este estudo: o objetivo geral das produções acadêmicas estabelece alguma relação entre a finalidade de uso dos recursos didáticos e a construção e/ou elaboração conceitual? Verificar a existência dessa relação é relevante para identificar intencionalidades pedagógicas nas investigações analisadas. Tal verificação contribui para o campo teórico e metodológico da Educação Matemática, ao evidenciar o papel mediador dos recursos na aprendizagem conceitual.

Ademais, os achados podem subsidiar práticas docentes mais conscientes, reforçando a importância de sua utilização com intencionalidade no ensino de Matemática. Assim, o estudo teve como objetivo verificar se o objetivo geral das produções acadêmicas estabelecia alguma relação entre a finalidade de uso dos recursos didáticos e a construção e/ou elaboração conceitual.

Delineamento metodológico

A questão de pesquisa demandou uma abordagem qualitativa, exploratória e bibliográfica (Gil, 2008), caracterizando-se como uma pesquisa secundária analítica, desenvolvida a partir da análise de pesquisas primárias (Sampaio & Mancini, 2007), com procedimento baseado na revisão sistemática de literatura (RSL). A redação do estudo foi orientada pela utilização de elementos da diretriz PRISMA no processo de identificação, seleção, elegibilidade e inclusão (Page et al., 2022).

Para melhor compreensão do percurso, foram consideradas três etapas: *método*; *resultados*; análises e *discussão*. Para efeitos de elegibilidade, foram determinados, inicialmente, os critérios de inclusão e de exclusão, conforme apresentados no Quadro 1.

Quadro 1

Critérios de elegibilidade

Critérios de Inclusão
-Escrito em português; -Pesquisa realizada com estudantes da Educação Infantil ou anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas da rede pública; -Publicação disponível nas bases de dados Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e Portal de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes); -Publicado entre 1º janeiro/2014 e 31 dezembro/2023; -Conter no corpo do texto algum descritor elaborado em conformidade com a Tabela 1; -Dissertações ou teses com pesquisa empírica.

Fonte: Autoria própria.

Os trabalhos foram avaliados, revisados e selecionados em duas fases: leitura e avaliação do título e do resumo e leitura e avaliação do texto completo. Durante a seleção, após a leitura dos títulos e resumos foram retirados 225 trabalhos pelos critérios de exclusão.

Os textos selecionados na busca compuseram os dados iniciais que, após passarem pelos critérios de identificação, triagem, elegibilidade e inclusão, resultaram em oito textos, dos quais foram extraídos os dados a serem analisados.

Foram selecionadas 28 pesquisas para leitura completa do texto e incluídas oito pesquisas na revisão, sendo seis da BDTD e duas na Capes. A Tabela 1 especifica os dados com o quantitativo e a porcentagem de pesquisas identificadas e selecionadas, assim como os descritores de busca utilizados.

Tabela 1

Dados identificados nas bases BDTD e Capes.

Descritores de busca/ Quantidade de achados BDTD	Sem filtros	Com filtros	Filtros	Seleção		% Seleção final
				1ª etapa	2ª etapa	
“Educação Matemática” AND “material manipulativo” OR manipulável OR recurso OR jogo AND “Ensino-aprendizagem” OR “Ensino e aprendizagem” OR ensino OR aprendizagem AND “Educação Infantil” OR “Anos Iniciais”.	366	181	2014 a 2023; Mestrado/ Doutorado; Mestrado Profissional/ Doutorado Profissional;	23	6	1,63%
Descritores de busca/ Quantidade de achados Capes	Sem filtros	Com filtros	Livre acesso; Idioma Português.	5	2	0,54%
“Educação Matemática” AND “material manipulativo” OR manipulável OR recurso OR jogo AND “Ensino-aprendizagem” OR “Ensino e aprendizagem” OR ensino OR aprendizagem AND Educação Infantil” OR “Anos Iniciais”.	365	72				
Total (BDTD e Capes)	731	253		28	8	1,09%

Fonte: Dados da pesquisa.

Após a aplicação dos critérios de elegibilidade e a análise do corpus selecionado, constatou-se que, embora a busca inicial tenha identificado 731 trabalhos relacionados ao uso de recursos didáticos no ensino de Matemática, apenas uma pequena parcela apresentou, de forma explícita, a relação entre a finalidade de uso dos recursos e a construção e/ou elaboração conceitual. Esse cenário revela uma lacuna específica na literatura e justifica a necessidade de mais investigações que aprofundem essa articulação.

A quantidade de pesquisas selecionadas revelou ocorrências irregulares: uma em cada um dos anos de 2016, 2018, 2020 e 2023; ausência nos períodos de 2014, 2015, 2017 e 2022 e pequeno aumento de prevalência em 2019 e 2021, com dois estudos em cada um. As pesquisas identificadas corresponderam a oito dissertações cuja síntese com as principais características de cada estudo são apresentadas no Quadro 2, a seguir.

Quadro 2

Corpus da Pesquisa

Autoria/ código		Título	Instituição /ano
AVELAR, Iuly K. S.	P1	O uso do jogo digital “Batalha dos dados” na aprendizagem de probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	UFMG 2023
BORTOLUCCI, Marina de S.	P2	Práticas de ensino e o desenvolvimento do senso numérico em crianças do 1º ano do Ensino Fundamental	PUC 2021
SILVA, Aline R. W. M.	P3	Crianças construindo jogos de tabuleiro na Educação Infantil: interconexões entre a expressão gráfica e as ideias matemáticas	UFPR 2021

GADELHA, Dacymere da S.	P4	Resolução de problemas combinatórios nos Anos Iniciais: uso de material manipulável concreto (fichas) e de material manipulável virtual	UFPE 2020
MAYRINK, Cristalina T. R.	P5	Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de frações	UFMG 2019
SILVA, Ariedja de C.	P6	O uso de material manipulativo e a produção de desenhos no desenvolvimento do raciocínio combinatório na Educação Infantil	UFPE 2019
TOLEDO, Sezília Elizabeth R. G. O.	P7	Desenvolvimento do raciocínio estocástico de crianças de um segundo ano do Ensino Fundamental	UNICSUL 2018
ROSA, Cátia P.	P8	Noções de Tratamento da Informação por meio de jogos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	UPF 2016

Fonte: Autoria própria.

A referência a cada pesquisa selecionada foi feita a partir da inicial P seguida de um algarismo. Doravante, as pesquisas serão identificadas pelo referido código.

Resultados e análises

Após a extração dos dados foram elencados seis elementos na revisão sistemática de literatura. Contudo, neste estudo, optou-se por analisar um elemento: *finalidades de uso do RD e sua relação com conceitos matemáticos no objetivo geral das pesquisas*.

As finalidades de uso do RD durante as pesquisas podem revelar a intencionalidade docente com esse tipo de recurso e as possíveis lacunas e potencialidades do RD. Nessa perspectiva, o Quadro 3 apresenta o objetivo geral de cada pesquisa e sua possível relação entre o RD e a elaboração e/ou construção de conceitos matemáticos.

Quadro 3

Finalidades de uso e relação do RD à conceitos

Pesquisas	Objetivo Geral da pesquisa	Relação do RD à conceitos
P1	Analisar o processo de aprendizagem ao usar um jogo digital no ensino de conceitos de Probabilidade para estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.	Uso do jogo na mobilização de conceitos probabilístico. Relaciona RD a conceitos.
P2	Analisar, em uma turma de 1º ano do Ensino Fundamental, os avanços no desenvolvimento do senso numérico nas crianças, a partir da proposta de práticas relacionadas ao tema e das mediações da professora que atendam aos diferentes conhecimentos presentes nesse grupo.	Relaciona práticas e mediação ao desenvolvimento de conceitos. Não relaciona RD a conceitos.
P3	Investigar as contribuições da construção de jogos de tabuleiros realizada pelas crianças no desenvolvimento das ideias matemáticas na Educação Infantil.	Uso do jogo para desenvolvimento de ideias matemáticas.

		Relaciona RD ao desenvolvimento de ideias matemáticas. Não relaciona RD a conceitos.
P4	Analisar o uso do material manipulável concreto e material manipulável virtual na aprendizagem de problemas combinatórios por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.	Uso de RD para aprendizagem de problemas probabilístico. Relaciona RD a aprendizagem de problemas. Não relaciona RD a conceitos.
P5	Analisar se e como a história infantil e o jogo, na sequência didática podem contribuir para o ensino e aprendizagem dos números racionais na forma fracionária e refletir sobre seu potencial de contextualização e de auxílio na construção de sentidos e raciocínios sobre frações, por parte dos alunos, com base nessas duas abordagens lúdicas e recursos pedagógicos.	Uso do RD para aprendizagem de fração. Relaciona RD a conceitos.
P6	Analisar a influência de material de manipulação e de produção de desenhos no raciocínio combinatório de crianças da Educação Infantil.	Relaciona RD a conceitos.
P7	Verificar os indícios do desenvolvimento do raciocínio estocástico em uma turma do segundo ano do Ensino Fundamental.	Não relaciona RD a conceitos.
P8	Verificar se o uso de jogos pode contribuir para o processo de ensino e de aprendizagem de conteúdos do bloco tratamento da informação nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	Uso do RD para aprendizagem de conceitos de tratamento da informação. Relaciona RD a conceitos.

Fonte: Dados da pesquisa.

Ao analisar os resultados, verificou-se que apenas quatro pesquisas (P1, P5, P6 e P8) apresentaram alguma conexão explícita entre o RD e a elaboração e/ou construção de conceitos matemáticos em seus objetivos gerais. Este achado pode sugerir que, embora o uso do RD seja um elemento essencial nas pesquisas investigadas, nem todas elas consideraram a interação entre algum RD e o processo de construção dos conceitos matemáticos como um ponto chave.

Essa ausência de conexão nos objetivos gerais nas demais pesquisas pode indicar uma limitação na abordagem de algumas pesquisas, que talvez não explorem de maneira adequada o RD como suporte na construção dos conceitos. Além disso, revela uma possível lacuna na metodologia das pesquisas investigadas. Com base nesses dados, torna-se necessário refletir sobre a presença ou ausência da relação entre recursos didáticos e a construção conceitual nas pesquisas analisadas, considerando os critérios estabelecidos para esta revisão.

É importante destacar que as pesquisas analisadas foram desenvolvidas com objetivos próprios e que a avaliação realizada neste estudo não pretende questionar sua adequação em relação às finalidades a que se propuseram. Contudo, para os propósitos desta revisão sistemática, considerou-se como abordagem adequada aquela que estabelece, de forma explícita, a relação entre o uso de recursos didáticos e a construção e/ou elaboração de conceitos matemáticos.

A ausência dessa conexão em parte das pesquisas indica uma limitação no que se refere à exploração do potencial dos recursos como mediadores da aprendizagem conceitual. As possíveis lacunas metodológicas referem-se à pouca articulação entre o uso dos recursos didáticos e a promoção da construção conceitual, o que sugere oportunidades para aprofundamento em futuras investigações voltadas a esse foco.

Algumas pesquisas não relacionaram ou não mencionaram o RD em seus objetivos gerais (P2 e P7), enquanto outras não incluíram a construção e/ou elaboração de conceitos matemáticos (P2, P3, P4 e P7). Esse fato pode indicar diferentes abordagens ou focos nas investigações. Em alguns casos, como na pesquisa P2, observa-se que o recurso didático é concebido predominantemente como um instrumento de prática ou de mediação espontânea, sem a vinculação explícita à construção de conceitos matemáticos.

Considerações

Este estudo buscou verificar se o objetivo geral das produções acadêmicas estabelecia alguma relação entre a finalidade de uso dos recursos didáticos e a construção e/ou elaboração conceitual. O processo de busca e seleção, fundamentado nos critérios da ferramenta PRISMA, resultou na análise de oito estudos que destacaram o uso dos recursos didáticos no ensino de Matemática, mas revelaram lacunas significativas que merecem atenção. A primeira delas diz respeito às ausências de pesquisas em alguns períodos e à evidência de um percentual relevante de investigações sobre a temática abaixo de 2% do total de referências encontradas.

Importa salientar que as pesquisas analisadas foram desenvolvidas com finalidades específicas e que a ausência de uma relação explícita entre o uso dos recursos didáticos e a construção de conceitos matemáticos em parte delas não compromete a qualidade dos estudos, tampouco implica redução de seu potencial pedagógico. Essa ausência apenas evidencia, no âmbito da presente revisão sistemática, uma lacuna temática que pode ser mais explorada em futuras investigações.

Cabe destacar, ainda, que embora a mediação pedagógica com recursos didáticos seja reconhecida como um aspecto relevante para o ensino de Matemática, este estudo não teve como objetivo analisar a prática docente ou a compreensão do professor quanto à intencionalidade de uso desses recursos.

Em termos de implicações práticas, a revisão reafirma o papel central do professor na mediação pedagógica, concluindo que o impacto positivo dos RD depende de sua intencionalidade e adequação às necessidades dos estudantes.

Sugere-se, para pesquisas futuras, a investigação da formação inicial docente para compreender como preparar professores para conhecer e utilizar de modo eficaz e intencional os recursos didáticos, buscando contribuir para um cenário educacional mais equitativo, diversificado e alinhado às demandas contemporâneas do ensino-aprendizagem da Matemática.

Agradecemos ao Grupo de Pesquisa Dzeta Investigações em Educação Matemática (DIEM); à Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF); à Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAPDF, Edital 02/2025 Programa FAPDF Participa); e aos Programas de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília (PPGE/UnB – Acadêmico e Profissional).

Referências e bibliografia

- Avelar, I. K. S. (2023). *O uso do jogo digital “Batalha dos dados” na aprendizagem de probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*. 391 f. Dissertação (Mestrado em Educação e Docência) – Universidade Federal de Minas Gerais.
- Fiorentini, D. & Miorin, M. A. (1990). Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. *Bolema*, n. 7, p. 5-10.
- Gadelha, D. S. (2020). *Resolução de problemas combinatórios nos anos iniciais: uso de material manipulável concreto (fichas) e de material manipulável virtual (Pixton©)*. 167 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife.
- Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. São Paulo: Atlas.
- Grando, R. C. (2000). *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula*. 224 f. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, São Paulo.
- Lorenzato, S. (2006). *Educação Infantil e Percepção Matemática*. Campinas, SP: Autores Associados.
- Lorenzato, S. (2012). O laboratório de ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: Lorenzato, S. (org.). *O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores*. 3. ed. Campinas, SP: autores associados, p. 3-37.
- Montessori, M. T. A. (1965). *Pedagogia científica: a descoberta da criança*. São Paulo: Flamboyant.
- Moreira, G. E. & Souza, M. N. M. (2020). O jogo como procedimento avaliativo para as aprendizagens matemáticas. *Com a Palavra, o Professor* [S. l.], v. 5, n. 11, p. 51-69.
- National Council of Teachers of Mathematics – NCTM. (2015). *De los principios a la acción* – para garantizar el éxito matemático de todos. Trad. por CIAEM. México, DF.
- Page, M. J.; McKenzie, J. E.; Bossuyt, P. M.; Boutron, I.; Hoffmann, T. C.; Mulrow, C. D.; Shamseer, L.; Tetzlaff, J. M.; Akl, E. A.; Brennan, S. E.; Chou, R.; Glanville, J.; Grimshaw, J. M.; Hróbjartsson, A.; Lalu, M. M.; Li, T.; Loder, E. W.; Mayo-Wilson, E.; McDonald, S.; McGuinness, L. A.; Stewart, L. A.; Thomas, J.; Tricco, A. C.; Welch, V. A.; Whiting, P.; Moher, D. (2022). A declaração PRISMA 2020: diretriz atualizada para relatar revisões sistemáticas. *Epidemiologia e Serviços de Saúde*, 31(2), e2022107, Epub 13 de julho de 2022. <https://dx.doi.org/10.1590/s1679-49742022000200033>
- Piaget, J. (1973). *Estudos sociológicos*, Rio de Janeiro, RJ: Forense.
- Sampaio, R. F.; Mancini M. C. (2007). Estudos de revisão sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica. *Revista Brasileira de Fisioterapia*, v. 11, n. 01, p. 83-89.
- Serrazina, M. L. (1990). Os materiais e o ensino da Matemática. *Revista da Associação de Professores de Matemática*, n. 13, 1º trimestre, Lisboa.
- Silva, A. C. (2019). *O uso de material manipulativo e a produção de desenhos no desenvolvimento do raciocínio combinatório na Educação Infantil*. 139 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife.
- Souza, M. N. M. S. & Moreira, G. E. (2025). Uso de recursos didáticos na Educação Matemática: uma revisão sistemática da literatura de 2014 a 2023. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, no prelo.
- Teixeira, C. J.; Moreira, G. E. (2022). Formulação de problemas de Matemática: itinerário das produções acadêmicas brasileiras no período de 2011 a 2020. *Revista Prática Docente*, [s.l], vol. 7, n. 2, p. e22035.
- Vale, I. (2002). *Materiais Manipuláveis*. Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Escola Superior de Educação, Laboratório de Educação Matemática.



La suma mediante actividades lúdicas en primer grado de primaria

Andrea Alejandra **Díaz** Amaro
Escuela Normal “Miguel F. Martínez”
México

mariam.macias20@al.enmf.edu.mx

José Ricardo **Amaro** Jaramillo
Escuela Normal “Miguel F. Martínez”
México

luz.lugo@enmf.edu.mx

Claudia **Gallegos** Anaya
Escuela Normal “Miguel F. Martínez”
México

claudia.gallegos@enmf.edu.mx

Resumen

Esta investigación, de enfoque cualitativo y diseño de investigación-acción, se desarrolló en un grupo de 22 educandos de primer grado de educación primaria en Guadalupe, Nuevo León, México. La problemática identificada fue la dificultad en la resolución de problemas matemáticos, lo que llevó a formular la pregunta: ¿Cuál es la influencia de las actividades lúdicas en el aprendizaje de la suma en alumnos de primer grado? Para evaluar la estrategia, se emplearon una rúbrica, observación participante y un diario de campo. Los hallazgos revelaron que la forma de implementación influye significativamente en los resultados de los estudiantes. Se observó que el aprendizaje es más efectivo cuando las actividades se realizan con menor estructura de autoridad y mayor motivación, lo que permite a los estudiantes comprometerse y alcanzar en mayor medida los aprendizajes esperados.

Palabras clave: Actividades lúdicas; Educación primaria; Matemáticas; Suma; Primer grado.

Definición y relevancia del problema

De acuerdo con datos publicados por El Universal (2023), en la prueba PISA 2022, aplicada por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE); México obtuvo el lugar 51 de 80 países en las áreas de Matemáticas, Lectura y Ciencias, con un puntaje promedio de 407. Este resultado revela que la mejora en el rendimiento matemático no solo representa un reto para los docentes a nivel escolar, sino que constituye una dificultad de alcance nacional. En particular, se observa la necesidad de que el estudiantado favorezca el desarrollo de habilidades para resolver problemas básicos de suma, resta, multiplicación y división.

Con el propósito de contribuir a superar estas limitaciones en un grupo de primer grado de educación primaria (asignado para realizar el servicio social) se pretende abordar el algoritmo de la suma a través de actividades lúdicas, con el objetivo de brindar una enseñanza y aprendizaje más llamativo y que propicie una actitud positiva a las sesiones clase de Matemáticas. Según el Programa de Aprendizajes Clave (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2018) que regula los procesos de enseñanza aprendizaje en el país: la resolución de problemas no se trata nada más de aplicar la operación en situaciones abstractas; para que esta práctica sea realmente significativa para los niños, es fundamental que se desarrollen en contextos auténticos, es decir, aquellos ejemplos que se asemejan a los que se encuentran en el mundo real. El plan de acción contempló la implementación de actividades colaborativas que, además de transformar la dinámica de enseñanza, respondieran a los intereses de los estudiantes y a la pregunta de investigación.

Referencial teórico

La creación de la suma se le atribuye totalmente a Leonhard Euler, el cual la desarrolló a los 29 años en 1735; esto fue posible gracias al apoyo de Jacob Bernoulli, Leibniz, Stirling y de Moivre. Los cuales lograron enlazar los conceptos derivados de una serie convergente $\sum 1/n^2 = \pi^2/6$. Según Euler, la suma proviene de la igualdad $\zeta(s) = \sum (1/n^s) = \prod (1 - p^{-s})^{-1}$ donde la suma se encuentra representada y agrupada en todos los “n” números naturales, mientras que el resto es considerado el producto obtenido. Poco a poco dicha operación fue desarrollada y analizada para poder ser aplicada en principios algebraicos, donde a este método se le conoció como Euler-McLaurin. Con el paso del tiempo este concepto se modernizó y generalizó a lo que ahora conocemos como una operación aritmética que genera la combinación de dos o más valores numéricos con el fin de poder obtener una cantidad total (Universidad de Granada, 2007).

El concepto de la suma es y ha sido una parte totalmente integrada dentro de las Matemáticas básicas a lo largo de la historia y su enseñanza dentro de la primaria se ha desarrollado y perfeccionado con el tiempo. El estudio y la aplicación de la suma tanto para números fraccionarios como para naturales comenzó con los antiguos egipcios y babilonios; donde ellos buscaron generar un sistema numérico el cual les permitiera añadir y eliminar cantidades dentro de sus comercios. Este cálculo continuó desarrollándose de una manera más compleja con los chinos y los hindúes los cuales fueron los primeros en sumar números negativos; dicha relación influyó significativamente en el desarrollo de las Matemáticas en todo el mundo. Llegando el renacimiento se lograron realizar avances en álgebra y aritmética avanzada llevando a la suma a aplicar para la adición de números decimales y de logaritmos.

A lo largo de los siglos XVIII y XIX se comenzaron a realizar métodos, libros de texto e informes para facilitar la enseñanza de las Matemáticas y por ende proporcionar el conocimiento de la aplicación y uso de la suma; proporcionando así ejercicios y ejemplos aplicados a situaciones reales y ficticias. Esto nos condujo a aplicar y comenzar a realizar movimientos educativos en el siglo XX, esto con el fin de poder esparcir el conocimiento sobre las Matemáticas básicas y cómo influyen en el día a día en el mundo donde vivimos, formando como parte la gran presencia de la suma, la cual ayuda como conductor para la comprensión total de las Matemáticas avanzadas de hoy en día.

La suma es una operación científica y Matemática básica, que consiste en la combinación de dos o más cantidades para poder así obtener una cantidad total. Dicha operación es representada por el siguiente símbolo “+” y este se conoce por el nombre de “adición”. Esta se subdivide de la siguiente manera: Sumandos: Son todos los números que se quieren sumar. Resultados: Es el número obtenido al realizar la adición de los sumandos. Propiedad conmutativa: Esta propiedad establece que cambiar el orden de los sumandos no afecta al resultado final de la suma (Godino et al., 2004).

Este algoritmo es esencial en la disciplina matemática y además cuenta con una amplia variedad de aplicaciones en el día a día; por lo que la comprensión de la suma es fundamental para desarrollar habilidades matemáticas sólidas y es un concepto que se enseña y refuerza específicamente durante los primeros años de la educación primaria. El aprendizaje sobre la adición es de importancia debido a que se involucra en el desarrollo de habilidades matemáticas, pensamientos lógicos y uso de la razón. La manera en la que estos se van desarrollando es con la construcción de conceptos básicos, tales como la identificación y el conteo de números de manera teórica, esto con el fin de implementar ese primer acercamiento a la actividad y poder más adelante obtener la conjunción de conceptos y habilidades matemáticas. Esto puede ser acompañado con el uso de objetos físicos, lo cual ayuda completamente al entendimiento de lo aplicado y explicado en este informe; a su vez se desarrolla metacognitiva mente la relación, aplicación y contextualización que puede llegar a tener el tema tratado con casos de la vida cotidiana y de lo que nos rodea diariamente (Godino et al., 2004).

A medida en que los niños avanzan y pasan por los procesos previamente mencionados, se va desarrollando cognitivamente el uso de la razón y la lógica; esto es generado por el conocimiento adquirido al momento de conocer cómo funciona la suma. El cerebro logra y empieza a identificar patrones, hacer conexiones entre conceptos matemáticos y aplicar estrategias para resolver los problemas presentados, tanto en el día a día, como académicamente.

El proceso de enseñanza, explicación y aplicación de la suma en la primaria implica una combinación de manipulación con objetos físicos y concretos, uso de representaciones visuales, prácticas repetitivas y contextualización para desarrollar tanto los saberes matemáticos como el pensamiento lógico y el uso de la razón de los niños. La variedad de enfoques utilizados asegura que los estudiantes comprendan y apliquen la suma en diversas situaciones (Godino et al., 2004).

Motivar a los estudiantes es un desafío constante, y la inclusión de actividades lúdicas en la educación surge como una estrategia para abordarlo. Ernest (1986) destaca la motivación como la principal ventaja del uso de los juegos en el aula. Los estudiantes se sumergen en las

actividades, lo que a su vez mejora su actitud hacia la materia. Además, los juegos permiten romper la monotonía de la práctica tradicional y aportar variedad a la enseñanza. Chacón (2008), señala que el juego tiene un propósito educativo, ya que está diseñado con parámetros cognitivos que forman la reflexión y el análisis. En los momentos de acción reflexiva, los jugadores se enfrentan a casos que requieren de una respuesta creativa para ser resueltos. De esta manera, el juego no es solo una actividad divertida, sino que también contribuye al desarrollo de la creatividad.

Las actividades lúdicas son totalmente fundamentales para poder implementar y dar a entender el concepto aritmético de la suma, considera que la creatividad y el dinamismo de estas ayudan a que los alumnos dirijan toda su atención a lo que se realice, de esta manera se genera una motivación para adquirir este conocimiento. Estas actividades tienen la característica que son divertidas y totalmente atractivas para los alumnos. Debido a la presencia e implementación de juegos, en actividades interactivas, creando una conjunción entre la presentación del concepto aritmético, junto con la aplicación de este en diferentes situaciones y casos aplicados a la vida cotidiana. Esta unión entre el conocimiento y la aplicación del concepto genera un ambiente envolvente y de interés para los alumnos ya que están conformados por diferentes conceptos experimentales y significativos.

Gracias a eso, se considera se pueda llegar un mayor entendimiento metacognitivo el cual apoya directamente en el poder desarrollar la habilidad de no solo implementar la suma con el fin de aplicarla a nivel educativo, sino que también para poder contar con la habilidad de poder ser utilizada en cualquier caso cotidiano o en el día a día del alumno. Fomentar un ambiente de esta magnitud, ayuda a que el alumno no desarrolle ningún tipo de estrés o de ansiedad, ya que este ambiente tiende a ser menos agresor o intimidante, gracias a la aplicación de dinámicas y juegos, por lo que se fomenta la participación en el aula y la disposición a enfrentar desafíos matemáticos de cualquier tipo.

Se encontró que (Hamilton, 1963) comenta que las habilidades y destrezas que intervienen dentro de los juegos se involucran en fomentar sus capacidades de análisis, crítica constructiva, reflexión y ser creativos con mentalidad audaz, participando de forma activa en su entorno académico, social y científico. Las principales estrategias a utilizar para poder enseñar las Matemáticas constan de generar un ambiente académico sano e interactivo, en donde no solo se muestran y se explique la teoría y el concepto, sino que también se apliquen físicamente a casos cotidianos y situaciones de la vida real bajo la propuesta del autor; se destaca para esta implementación el utilizar representaciones, modelos o simulaciones de actos cotidianos que capten totalmente la atención de los niños y ayudará a modelar el funcionamiento de la suma.

Método y desarrollo conceptual

Este estudio se enmarca en un diseño de investigación-acción, bajo un enfoque transeccional o transversal dentro de la investigación no experimental (Hernández-Sampieri, 2018). Se desarrolla en un único momento, con el propósito de analizar el impacto de las estrategias lúdicas en el aprendizaje de la suma y cómo estas pueden contribuir a mejorar la comprensión matemática en los estudiantes. En este sentido, el estudio no solo busca describir la

situación actual, sino también proponer acciones que favorezcan una transformación positiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La muestra de la investigación es no probabilística por conveniencia e incluye un grupo de primer grado de educación primaria compuesto por 22 alumnos de entre cinco y seis años. Para la recopilación de datos, se emplearon técnicas de observación, utilizando tres instrumentos clave: una guía de observación participante, un diario de campo y una rúbrica, los cuales permitieron obtener información detallada sobre el proceso de aprendizaje y la efectividad de las estrategias implementadas.

Resultados y Conclusiones

La investigación logró cumplir su objetivo de fortalecer el aprendizaje de la suma a través de actividades lúdicas. Los resultados evidenciaron que el uso de juegos adaptados a la realidad de los estudiantes favoreció significativamente su atención, motivación y compromiso en el aprendizaje. A partir del análisis de desempeño, evaluado mediante una rúbrica, se observó que la mayoría de los niños logró asimilar el concepto de la suma y su aplicación dentro de las actividades lúdicas implementadas.

Durante la intervención, se identificaron áreas de oportunidad, especialmente en la transición del juego a la aplicación matemática en situaciones cotidianas, como la agrupación de cantidades y objetos en problemas contextualizados. Reconociendo que cada estudiante tiene ritmos de aprendizaje diferentes, se decidió intensificar la práctica lúdica para reforzar las habilidades necesarias y mejorar su dominio de la suma.

Se concluye la importancia de dar seguimiento y reforzar las dificultades detectadas, así como de implementar una evaluación continua que permita reorganizar las estrategias pedagógicas para garantizar que todos los alumnos alcancen el aprendizaje esperado. Asimismo, se destaca el valor de la reflexión docente para adaptar la enseñanza a las necesidades individuales del alumnado.

El uso de actividades lúdicas no solo resulta eficaz para la enseñanza de las Matemáticas, sino que también influye en la actitud del alumnado hacia el aprendizaje. Dado que para muchos estudiantes de primer grado este es su primer acercamiento formal al proceso educativo, estas experiencias les proporcionan herramientas para interactuar, construir conocimientos y valorar la importancia del aprendizaje en su formación.

Referencias

- Chacón, P. (2008). El Juego Didáctico como estrategia de enseñanza y aprendizaje ¿Cómo crearlo en el aula? *Instituto Pedagógico de Caracas*, 16(5), Pp. 1–8.
- El Universal (2023) ¿Qué es la prueba PISA y a quiénes se aplica la evaluación que colocó a México en penúltimo lugar? Recuperado de: <https://www.eluniversal.com.mx/tendencias/que-es-la-prueba-pisa-y-a-quienes-se-aplica-la-evaluacion-que-coloco-a-mexico-en-penultimo-lugar/>
- Ernest, P. (1986), Juegos. Justificación de su uso en la enseñanza de las matemáticas en la escuela, *Matemáticas en la Escuela*, vol. 15, núm. 1, Pp. 2-5.
- Godino, J., Batanero Bernabéu, C., Cid, E., Font, V., Roa Guzmán, R., & Ruiz, F. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*.

- Hamilton, W. D. (1963). La evolución del comportamiento altruista. *El naturalista estadounidense*, 97(896), Pp. 354-356. <https://doi.org/10.1086/497114>
- Hernández- Sampieri, R. (2018). Metodología de la Investigación. *Las Rutas Cuantitativa, Cualitativa y Mixta*. México: McGraw-Hill interamericana editores.
- Secretaria de Educación Pública [SEP] (2018) *Programa de Estudio 2018. Aprendizajes Clave. Primer grado*. México, SEP.
- Universidad de Granada (2007). Leonhard Euler, Matemático. *Departamento de Álgebra*. Recuperado de: <https://www.ugr.es/~caznar/euler.htm>



Mas allá de números y operaciones

Marcelina **Piña** Del Rosario
Centro de Crecimiento Humano y Profesional
República Dominicana
marcelina.pina@gmail.com

Danitza Soledad **Mirabal** Aybar
Universidad Autónoma de Santo Domingo
República Dominicana
danitzamirabal920@gmail.com

Resumen

Este trabajo busca fortalecer el debate sobre la presencia de las Matemáticas en la vida cotidiana y el contexto del estudiante, con el fin de profundizar en la forma en que se enseñan y se adquieren las competencias Matemáticas en el Primer Ciclo de la Educación Primaria. La idea surge de la necesidad de mejorar los aprendizajes de los estudiantes y los resultados de las pruebas nacionales e internacionales.

Durante su desarrollo se comparten experiencias educativas vividas y algunas propuestas pedagógicas sustentadas en autores, que permiten articular el saber matemático, didáctico y el aprendizaje significativo, desde un enfoque integrador e inclusivo por competencias, desde y para la vida. Se expondrán vivencias de docentes, así como los referentes pedagógicos y psicológicos que las sustentan. El objetivo es aportar a la mejora de la calidad educativa y los resultados de aprendizaje de los estudiantes en Matemáticas, con visión holística.

Palabras clave: Aprendizajes; Aprendizajes Significativos; Contexto; Matemáticas; Mejora de la Calidad Educativa; Resolución de Problemas; Vivencias Prácticas.

Definición y relevancia del problema

El mundo vive experimentando cambios, y los sujetos están empujados por los mismos. Esta situación incita a los docentes a buscar nuevas estrategias de enseñanza para formar a los

ciudadanos que demanda esa sociedad cambiante de cara al desarrollo y la convivencia armónica requerida.

En el caso del aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas, el reto es aún mayor, tanto para el docente como para los estudiantes. Es por ello la constante demanda de reflexiones, estudios, evaluaciones, programas y proyectos en busca de conocer el fenómeno y poder promover una Matemática Significativa, que aporte al desarrollo de la sociedad de hoy y a la ciencia.

Los docentes que enseñan Matemáticas en los primeros grados de la Educación Primaria son los más asiduos en este llamado de impulsar la mejora de los aprendizajes en sus estudiantes, desde los inicios de la escolaridad. Los resultados de las pruebas internacionales que se aplican así lo expresan cuando muy pocos países logran superar la media establecida. Por ello se cree necesario reflexionar juntos sobre nuevas herramientas y estrategias para docentes y estudiantes que propicien el saber y saber hacer Matemáticas desde la vida y para la vida, usando como mediación el entorno y contenidos Matemáticos en diferentes bloques temáticos, aprovechando los aportes de la tecnológica para el desarrollo en todos sus ámbitos.

Referencial teórico

Presencia de la Matemática en la vida cotidiana y en el contexto del estudiante

Las Matemáticas están presentes en todos los aspectos de la vida cotidiana, incluyendo la ciencia y la tecnología. Por su gran transcendencia e incidencia en los diferentes contextos del mundo real Galilei (1623) indicó que el universo está escrito en lenguaje matemático y autores como López-Bermúdez et al., (2024) afirman que es un lenguaje universal de la ciencia, donde se admiten modelaje de fenómenos naturales, sociales, económicos y tecnológicos.

Las Matemáticas están presentes en todas las áreas del conocimiento, demostrando su aplicabilidad en la vida cotidiana y en cada etapa de la escolar de los estudiantes. A través de ellas, se comprenden conceptos esenciales como números, operaciones, geometría, medición y estadística, contribuyendo al desarrollo de la ciencia y la civilización. Además, su vínculo con el entorno sociocultural permite a las personas aprender a clasificar, organizar, cuantificar y razonar sobre situaciones diarias que se relacionan directamente con el pensamiento matemático. En este sentido, las Matemáticas se convierten en herramienta al servicio del desarrollo, sin obviar su carácter científico propio Piña (2013).

Experiencias educativas

Vivencias para un aprendizaje significativo de las Matemáticas

Existen innumerables experiencias valiosas para potenciar aprendizajes significativos de las Matemáticas en los estudiantes. Desde el nivel inicial hasta el universitario, se encuentran vivencias que reflejan esta realidad. A manera de ejemplo se ilustran aquí los siguientes, algunos casos:

1º Conciencia del gasto familiar a través del saber Matemático: Clave en la gestión financiera familiar, proporcionando herramientas esenciales para la planificación económica, la

cultura del ahorro y el uso adecuado de los recursos. A través de operaciones con números racionales, los individuos pueden analizar costos, presupuestar gastos y tomar decisiones informadas en las finanzas personales. Su aplicación permite comprender la importancia de los cálculos matemáticos en la planificación familiar, promoviendo una administración eficiente de los recursos disponibles

2º Matemática para cuidar la salud: son múltiples las contribuciones de las Matemáticas para el bienestar y la salud. Conceptos como la medición de peso, capacidad, volumen y tiempo, así como la geometría, razones y proporciones, estadísticas y temperatura, contribuyen a interpretar datos médicos, evaluar diagnósticos y ajustar tratamientos. Además, el reconocimiento de patrones facilita el análisis de tendencias en la salud pública, optimizando estrategias preventivas y fortaleciendo la toma de decisiones para cuidar la vida.

3º Matemática divertida, Aprendizaje a través de juego: Se trata de un enfoque lúdico en la enseñanza matemática fomenta el desarrollo de habilidades clave en cada una de sus ramas. A través de juegos estructurados según niveles de complejidad, se estimula el descubrimiento de patrones, el aprendizaje colaborativo, el trabajo en equipo y la competencia sana, fortaleciendo la convivencia social y el respeto mutuo. Asimismo, este enfoque permite integrar el pensamiento matemático con la recuperación de aspectos culturales y la recreación, promoviendo la inclusión y el desarrollo de habilidades emocionales dentro del proceso educativo.

Enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas apoyado en teorías de algunos autores

La enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas son fundamentales para el desarrollo cognitivo y social de los estudiantes. Por ello, resulta imprescindible revisar y valorar las contribuciones de grandes pensadores que han enriquecido la educación, como Jean Piaget, Lev Vygotsky y Jerome Bruner, entre otros. Sus teorías han influido significativamente en la consolidación de la Educación Matemática, como ciencia y como herramienta para la transformación sociocultural, ambiental y tecnológica.

Teorías de Piaget que contribuyen al fortalecimiento de la educación Matemática

Piaget señala que los niños y las niñas aprenden Matemáticas a través de la construcción activa del conocimiento, basada en sus experiencias y exploraciones. Según su teoría, estos se encuentran en la Etapa de Operaciones Concretas, lo que implica que necesitan manipular objetos y materiales tangibles para comprender conceptos matemáticos abstractos.

En concordancia con estas ideas, la enseñanza de las Matemáticas en el Nivel Primario de escolaridad debe enfocarse en el uso de materiales concretos, como bloques, cuentas y otros recursos, que faciliten el aprendizaje. En ese tenor corresponde al docente proporcionar oportunidades para que estos exploren y descubran conceptos matemáticos por sí mismos. Por ejemplo, para la enseñanza del campo aditivo, se sugiere que los docentes ofrezcan a los estudiantes diversos objetos, y, guiarlos con actividades donde puedan contar, agregar, restar o comparar cantidades, fortaleciendo así su razonamiento y su capacidad para resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana con mayor nivel de comprensión. En este proceso de aprendizaje parte del conocimiento previo de los estudiantes y se conecta con las nuevas

informaciones transitando por las etapas de Asimilación y de Acomodación para consolidar nuevo aprendizaje.

Aportes de Vygotsky que contribuyen al fortalecimiento de la educación Matemática

Lev Vygotsky propuso que el aprendizaje, como proceso social y cultural, se desarrolla a través de la interacción con otros, concepto que denominó “**zona de desarrollo próximo**”. Según su teoría, el aprendizaje ocurre en el espacio entre lo que los estudiantes pueden hacer por sí mismos y lo que logran con la ayuda de alguien más experimentado. Este enfoque resalta la importancia del **componente social** en la enseñanza de la Matemática, ya que, al interactuar con otros, los niños internalizan la información y la incorporan como parte de su conocimiento matemático. Sobre este particular Morales (2024, p. 16) enfatiza que: El aprendizaje sociocultural es importante porque estudia cómo aprende el individuo a través de su participación en las relaciones sociales dentro de la comunidad.

Aportes de Jerome Bruner al fortalecimiento de la Educación Matemática

La teoría de Jerome Bruner se caracteriza por promover el aprendizaje a través del descubrimiento guiado, un proceso que ocurre mediante la exploración motivada por la curiosidad (Saborío, 2019). Según su enfoque, las concepciones, teorías, leyes y fórmulas Matemáticas deben ser producto del descubrimiento del estudiante, basado en su interacción constante con el entorno. Este método no solo facilita una mayor comprensión de lo aprendido, sino que también permite conectar los conocimientos matemáticos con situaciones reales, reforzando su utilidad y aplicabilidad.

Presencia de las Matemáticas en nuestro contexto

Las Matemáticas forman parte de la vida cotidiana y están presentes en todos los ámbitos de interacción, desde las acciones más simples hasta las más complejas. Su aplicación es evidente en actividades domésticas y desempeña un papel protagónico en diversas profesiones, como la arquitectura, la medicina, la estadística, la economía, la ingeniería y la sociología. En definitiva, las Matemáticas se encuentran en todas las áreas del conocimiento.

En el espacio educativo, las Matemáticas resultan esenciales para desarrollar el pensamiento analítico y lógico de los estudiantes, permitiéndoles conceptualizar y resolver situaciones de la vida cotidiana. Palmer (2018) destaca su papel en la formación del razonamiento estructurado, facilitando la toma de decisiones fundamentadas.

El aprendizaje de las Matemáticas con uso de herramientas tecnológicas

Con la llegada de la COVID-19, el mundo sufrió un cambio abrupto y trajo como consecuencia el uso intensivo de la tecnología. La escuela del siglo XXI se ve obligada a adecuar sus métodos y estrategias de enseñanza, para que los aprendizajes se correspondan con la realidad que circunda al estudiante. Algunos investigadores del ámbito educativo, específicamente del área de Matemáticas, han coincidido en que existen aplicaciones de Inteligencia Artificial (IA), que ayudan en gran manera, a combatir algunas de las deficiencias

existentes en el proceso de Enseñanza de las Matemáticas y que se agudizan con los cambios socio económicos actuales. Las Matemáticas tienen un papel protagónico en el desarrollo de la IA, con los algoritmos matemáticos es que se construye el Machine Learning. Bishop C. (2006).

La IA es una herramienta que se ha convertido en aliada de los procesos de enseñanza aprendizaje. Existen aplicaciones adaptativas para la necesidad de cada estudiante. El docente tiene el reto de conocer y usar las estrategias adecuadas, para desarrollar en los estudiantes el sentido crítico y analítico con el uso de la IA (Quiroz, 2023).

Algunas precisiones sobre el saber Matemático en el Nivel Primario

Para comunicar los efectos de una metodología activa, contextualizada y significativa en el aprendizaje de las Matemáticas en el Primer Ciclo de Primaria, bajo la concepción de que las Matemáticas son más que números y operaciones, se adopta un enfoque reflexivo dentro del paradigma sociocrítico. En este sentido, es fundamental el diálogo de saberes, el intercambio de experiencias vividas de la propia práctica y el análisis de supuestos teóricos que permitan validar y profundizar la comprensión del proceso de enseñanza-aprendizaje, garantizando que cada etapa de la formación del sujeto responda a sus necesidades y contexto.

Para promover una reflexión crítica sobre la práctica pedagógica y asegurar aprendizajes significativos en los estudiantes, se establecen relaciones entre lo que se hace, cómo se hace, para qué se hace, con qué se hace y cuáles son los aprendizajes obtenidos, tomando como referencia los fundamentos de Piaget, Vygotsky y Bruner en este ámbito. La intervención se plantea como un proceso dinámico, interactivo y crítico, que impulsa una reflexión constante para repensar la enseñanza y destacar la visión holística del saber matemático, concebido como parte de la vida y para la vida.

Las actividades desarrolladas en este proceso dialógico incluyen exposiciones, diálogos interactivos y reflexiones, orientadas a la construcción de conclusiones que fomenten la mejora de la práctica docente en la enseñanza de las Matemáticas en el Primer Ciclo de Primaria.

Conclusiones

Se entiende que la mediación o recorrido docente en el aula debe garantizar un saber matemático rico, divertido, entretenido, que promueva el razonamiento lógico, que considere el entorno e intereses del niño como su principal herramienta y que sea de utilidad en la vida. Las practicas academicista que se centran principalmente en el desarrollo lineal del currículo y la enseñanza imposibilita aprovechar las diversas posibilidades que el medio ofrece y el aprendizaje es más mecánico y menos atractivo para los estudiantes. Por tanto, es tiempo de seguir dando paso firme hacia una nueva practica en el saber y saber hacer Matemática tanto del estudiante como del docente para avanzar en los niveles de comprensión, razonamiento y resolución de problemas que contribuyen a una mejora en todos los sentidos.

Se entiende que la mediación o recorrido docente en el aula debe garantizar un saber matemático dinámico, atractivo y enriquecedor, que promueva el razonamiento lógico, tomando

en cuenta el entorno y los intereses del niño como su principal herramienta, y que tenga una aplicación útil en su vida.

Las prácticas academicistas, centradas únicamente en el desarrollo lineal del currículo, limitan las múltiples oportunidades que ofrece el entorno, haciendo que el aprendizaje sea más mecánico y menos estimulante para los estudiantes. Por ello, es momento de avanzar con pasos firmes hacia una nueva práctica pedagógica, donde tanto docentes como estudiantes desarrollen un saber y saber hacer matemático, fortaleciendo los niveles de comprensión, razonamiento y resolución de problemas, con el objetivo de mejorar el aprendizaje en todos sus aspectos.

Tabla 1

La presencia de las Matemáticas en el entorno / Algo más que números

Mas que números y operaciones	Proceso de enseñanza y aprendizaje en los primeros grados de primaria		Ideas que defienden los autores
 <i>Figura 1. Más que numeros y operaciones</i>	Saber matemático En números: Conteo de objetos, números ordinales -Geometría: Cuerpos y figuras -En medición: altura distancia de las edificaciones a la vegetación -Probabilidades: posibilidades de alcanzar objetos -Estadística: agrupación, organización y pictograma	Saber didáctico Planificar con Secuencia gradual organizada considerando la etapa de desarrollo de los estudiantes. Concreto- semi concreto, abstracto Importantizar, valorar y utilizar el entorno del niño como principal recurso. Fomentar la articulación de saberes partiendo de los conocimientos que el niño trae de su entorno. Incluir como principal estrategia: el juego y resolución de problemas Presentar desafío para desarrollar estrategias de resolución de problemas, aprendizajes significativos, valoración el entorno.	Jean Piaget: los niños aprenden el pensamiento lógico matemático al interaccionar con los objetos a su alrededor, se debe de buscar actividades de acuerdo con técnicas atractivas para que los niños descubran e interactúen los matemáticos de forma lúdica. Medina (2018) Para Vygotsky los procesos de aprendizaje ocurren como procesos de asimilación de la cultura y del conocimiento del grupo social al que pertenece el individuo, ocurren siempre de afuera hacia adentro, como un proceso de interiorización que permite la transformación de las funciones psicológicas y en general del pensamiento. Delgado J (p.3) Jerome Bruner “aprendizaje por descubrimiento”, el estudiante descubre cómo funcionan las cosas de manera activa y constructiva, debe desarrollar sus capacidades para resolver problemas y pensar sobre la situación a la que se enfrenta. Carranza N. (p.2)

Referencias y bibliografía

- Bishop, C. M. (2006). *Pattern recognition and machine learning*. Springer.
- Carranza Rivera, N. A. (2019). Chacón, D. J., Rabelo, A. R., & Lago, I. B. (2020). Aprendizaje basado en problemas para la enseñanza de la matemática en un entorno virtual de aprendizaje. *Serie Científica de la Universidad de las Ciencias Informáticas*, 192, 1-12.
- Delgado Rubí, J. R. (s.f.). La enseñanza de la matemática desde una óptica vigotskiana. *Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría" (CUJAE)*, 3, Cuba.
- Equipo de estudiantes de la Universidad Simón Bolívar de Colombia. (2024). *Revista de Investigación, Administración e Ingeniería*, 12(2), 49-62.
- Guilar, M. E. (2009). Las ideas de Bruner: De la revolución cognitiva a la revolución cultural. *Educere*, 13(44), 235-241.
- López-Bermúdez, F. L., Hidalgo-Hidalgo, W. A., Medrano-Freire, E. L., & Barba-López, R. A. (2024). Las matemáticas aplicadas como herramienta para la resolución de problemas de la ciencia y la sociedad. *MQRInvestigar*, 8(4), 7408-7421.
- Medina Hidalgo, M. I. (2018). Estrategias para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. *Revista Didasc@lia: D&E*, 9(1), 127.
- Mello, R., Jorge, D., & Hernández Estrada, A. (2019). Un estudio sobre el rendimiento académico en matemáticas. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 21, 1-14.
- Numa-Sanjuán, N., Díaz-Guecha, L. Y., & Peñaloza-Tarazona, M. E. (2024). Importancia de la inteligencia artificial en la educación del siglo XXI. *Aibi Revista de Investigación, Administración e Ingeniería*, 12(2), 49-62.
- Ortiz, L. M. T., et al. (2021). *Enseñanza de las matemáticas a través de herramientas digitales en el nivel primario*.
- Piaget, J. (1948). *Psychologie de l'intelligence*. Colin.
- Piaget, J. (1973). *The child and reality*. Penguin Books.
- Pineda, D. J. (2009). Las matemáticas en nuestro mundo cotidiano. *Revista Digital Universitaria*, 10(1), 1-12.
- Quiroz, V. R. (s.f.). *Aplicaciones de inteligencia artificial aliadas en la enseñanza de las matemáticas*.
- Saborío, A. (2019). Teorías del aprendizaje según Bruner. *Revista de Educación y Pedagogía*, 15(4), 62-75.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1989). *Thought and language*. MIT Press.



Metacognição e ensino de geometria nos Anos Iniciais

Marli Teresinha **Quartieri**

Universidade do Vale do Taquari

Brasil

mtquartieri@univates.br

Morgana **Guadagnin**

Universidade do Vale do Taquari

Brasil

morgana.guadagnin@universo.univates.br

Rejane **Bianchini**

EMEF Lauro Mathias Müller

rb19@universo.univates.br

Resumo

O baixo desempenho do Brasil em avaliações externas de Matemática e os estudos realizados pelas pesquisadoras sobre metacognição e geometria instigaram o presente estudo. Este tem como objetivo investigar quais elementos metacognitivos emergiram de uma prática pedagógica para o desenvolvimento do pensamento geométrico no quarto ano do Ensino Fundamental. A metodologia apresenta abordagem qualitativa e com análise descritiva. Os dados foram coletados por meio de fotografias, manuscritos de estudantes, áudios e diário de campo. Dentre os resultados encontrados, destaca-se a contribuição do uso do Quadro KWHL para a evocação do pensamento metacognitivo no que se refere às variáveis pessoa, planificação e avaliação visando contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Palavras-chave: Brasil; Educação Matemática; Ensino Presencial; Ensino Primário; Geometria; Mediação Pedagógica; Metacognição; Pesquisa Qualitativa; Rio Grande do Sul.

Definição e relevância do problema

No Brasil, ao longo da história, o estudo de geometria tem sido desconsiderado no ensino de Matemática. Segundo Santos e Nacarato, (2023, p. 15) “o pouco contato dos professores com o conteúdo geométrico propiciou que a sua prática também se tornasse deficitária, e isso vem, de certa forma, arrastando-se até os dias atuais”. Essa reverberação tem provocado resultados desanimadores, como os Resultados Internacionais em Matemática e Ciências do TIMSS (Tendências no Estudo Internacional de Matemática e Ciências), em que o Brasil ficou entre os últimos países em desempenho de Matemática. Esse fato exige de nós, brasileiros, um esforço no sentido de aprimorar as práticas de ensino e estabelecer uma relação positiva com a Matemática e, em especial, a geometria.

Estudos como o de Flavell (1971) e de Rosa (2011) que tratam da metacognição enfatizam a importância do estímulo para o desenvolvimento do pensamento metacognitivo nos estudantes, uma forma de lhes potencializar a aprendizagem, já que os torna cientes do que sabem, como sabem ou aprendem. Diante desse contexto, emergiu o objetivo da pesquisa: investigar que elementos metacognitivos emergem de uma prática pedagógica para o desenvolvimento do pensamento geométrico no quarto ano do ensino fundamental.

Na sequência, discutimos as lentes teóricas acerca da metacognição e do ensino de geometria; apresentamos a metodologia de abordagem qualitativa; a coleta e a análise de dados entrelaçadas com o referencial teórico, bem como os resultados e conclusões do estudo. Por fim, citamos as referências mencionadas no decorrer do texto.

Referencial teórico

Em 2017, a aprovação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em 2017, como documento norteador das habilidades e competências a serem exploradas nos currículos escolares do Brasil, colocou em pauta alguns tópicos de ensino que, por anos, foram delegados a segundo plano. Na Matemática, por exemplo, a “Geometria” é discutida e defendida por estudiosos, como Santos e Nacarato (2023) e Leivas e Lutz (2023). Para esses autores, o desenvolvimento do pensamento geométrico das crianças é parte fundamental do conhecimento matemático e contribui para o entendimento de outras unidades temáticas, a citar como exemplo, a álgebra.

Nos anos iniciais, segundo a BNCC (Brasil, 2017), as aprendizagens previstas na unidade temática Geometria envolvem, entre outras, identificação das características das formas geométricas bidimensionais e tridimensionais; relação entre as figuras espaciais e suas planificações; identificação de elementos, como lados, vértices e ângulos. Essas aprendizagens, segundo Leivas e Lutz (2023), são facilitadas quando o docente propõe atividades que contemplem a visualização. Os autores complementam que, “em Matemática, a visualização envolve o processo de formação e manipulação de imagens, seja com papel e lápis, seja de modo tecnológico, ou mentalmente, a fim de investigar, descobrir e compreender” (Leivas & Lutz, 2023, p. 32).

Concomitante a isso, em nossas pesquisas, entendemos que outro fator influenciador dos processos de ensino e aprendizagem decorre do desenvolvimento do pensamento metacognitivo, ou seja, da “Metacognição”, termo que emergiu como uma contribuição da Psicologia Contemporânea na década de 1970. Em 1996, Gonzáles conceituou a dita palavra como sendo “para além da cognição”.

No início, Flavell concebia a metacognição como a consciência que um estudante tem sobre seus conhecimentos, influenciada por fatores afetivos e experiências. Essa concepção envolve tanto o conhecimento sobre o próprio aprendizado quanto a reflexão acerca de emoções e estratégias utilizadas. Em uma nova perspectiva, ele expandiu essa ideia ao incorporar a necessidade de monitoramento e regulação ativa do aprendizado. Esse avanço consta no artigo “Metacognitive aspects of problem solving” de 1976, no qual o mencionado autor define a metacognição como sendo o conhecimento que uma pessoa tem sobre seus próprios processos cognitivos ou qualquer aspecto relacionado a eles. Além disso, enfatiza que a metacognição abrange a avaliação contínua, a regulação ativa e a coordenação desses processos, sempre direcionados a objetivos e informações cognitivas, com o propósito de alcançar metas específicas ou objetivos concretos.

Sendo assim, a metacognição engloba o conhecimento do próprio conhecimento e o controle executivo e autorregulador das ações. O primeiro é concernente aos saberes que os sujeitos têm sobre suas ferramentas cognitivas e à relação entre eles. O segundo se vincula às habilidades dos indivíduos em planejar estratégias de ação para alcançar um objetivo específico, além de realizar os ajustes necessários para sua concretização (Flavell & Wellman, 1977). Para isso, os autores dividem o conhecimento cognitivo em três dimensões: pessoa, tarefa e estratégia.

O elemento pessoa está relacionado aos conhecimentos que os indivíduos têm sobre si mesmos e quando comparados com os outros. É o momento em que é possível identificar como funciona e processa as informações que lhes são apresentadas (Rosa, 2011). Flavell e Wellman (1977) conceituam a dita variável como sendo o modo de desenvolver o “autoconceito cognitivo”, que deverá ser aprimorado com o tempo.

Em relação à tarefa, é o momento em que o sujeito identifica as características da atividade que está sendo realizada, ou seja, a abrangência, extensão e exigências, além de identificar como ela é e o que envolve. Ademais, podemos afirmar que esse elemento está vinculado ao período em que o indivíduo percebe o tipo de tarefa e os conhecimentos que devem estar envolvidos para a sua execução (Rosa, 2011).

Já o elemento estratégia se refere ao instante em que o estudante se questiona sobre o que é preciso ser feito e quais caminhos devem ser seguidos para atingir o objetivo da tarefa. Para Flavell, Miller e Miller (1999), ele está relacionado a estratégias que podem ser mais adequadas para alcançar o objetivo cognitivo e efetivar as aprendizagens.

Por sua vez, Brown (1978), proclama que a metacognição é importante para identificar os objetivos da tarefa; concentrar-se nos principais tópicos; avaliar se a compreensão está sendo efetiva; se os objetivos estão sendo alcançados; corrigir erros na compreensão se necessário e

observar o andamento da leitura. Isso tudo está relacionado ao mecanismo de controle executivo e autorregulador e pode ser sintetizado pelos elementos de planificação, monitoração e avaliação.

No tocante à planificação, ela é atinente à previsão de etapas e escolha de estratégias para chegar ao objetivo, fixando metas sobre ações que podem ser tomadas. Além disso, é neste momento que o sujeito verifica se dispõe do que necessita e retoma conhecimentos caso seja pertinente à ação (Rosa, 2011). Segundo Brown (1987), um planejador eficaz cria estratégias e iniciativas com base nelas e influenciadas por suas experiências e conhecimentos.

No que diz respeito à monitoração ela é vinculada ao momento em que o estudante controla suas ações e verifica se são adequadas para atingir os objetivos propostos, observar erros e corrigi-los se necessário. Brown (1987) enfatiza a relevância de acompanhar e monitorizar os procedimentos realizados, ajustando, caso for preciso, as estratégias para garantir a continuidade da ação, refletir sobre suas ações e decisões, esclarecer os equívocos e reforçar os acertos.

Quanto à avaliação, é o instante em que os alunos, ao final da atividade, retomam e avaliam como ocorreu a aprendizagem com o intuito de identificarem como a realizaram. Esse elemento não envolve somente avaliar os resultados finais, mas também confrontá-los com o objetivo pretendido, analisar possíveis erros, se houve entendimento da atividade desenvolvida e o conhecimento envolvido (Rosa, 2011).

Para Flavell (1979), o conhecimento metacognitivo surge da integração entre esses elementos, que não são isolados; ao contrário, fazem parte de um conjunto interconectado, formando o conhecimento sobre o próprio conhecimento, necessário para que o indivíduo realize suas atividades de maneira eficiente. Dessa forma, a metacognição pode ser produtiva para a educação e o desenvolvimento do pensamento crítico do estudante em sala de aula.

Desenvolvimento metodológico e conceitual

A abordagem da pesquisa é qualitativa, haja vista que buscamos entender a realidade na qual atuamos para poder transformá-la. Assim sendo, compreendemo-la como aquela que “se fundamenta em uma perspectiva interpretativa centrada no entendimento do significado das ações de seres vivos, principalmente dos humanos e suas instituições” (Sampieri, Collado & Lucio, 2013, p. 34). Portanto, nossa preocupação não era em relação à coleta de dados quantitativos, mas a busca das “perspectivas e os pontos de vista dos participantes (suas emoções, prioridades, experiências, significados e outros aspectos subjetivos)” (Sampieri, Collado & Lucio, 2013, p. 34). Para tal, usamos estes instrumentos: manuscritos dos estudantes, gravações em áudios, fotografias, entrevistas e diário de campo.

A investigação ocorreu no segundo semestre de 2024, numa escola pública da Região Central, Estado do Rio Grande do Sul, Brasil, cujas aulas foram desenvolvidas pela professora regente da turma, que é também autora deste artigo e pesquisadora na área. O estudo envolveu uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental; na ocasião, composta de 19 estudantes, com idades que variavam de nove anos e oito meses e dez anos e nove meses. Destes, 14 apresentaram autorização dos pais para participarem da pesquisa mediante assinatura do Termo de

Consentimento Livre e Esclarecido. Assim, para lhes garantir o anonimato, são identificados com a letra E, seguida de um número aleatório, como exemplo, E12. O número 12 pode se referir a uma menina, ou um menino; no entanto, por questões linguísticas, usamos o masculino.

As atividades propostas à turma foram desenvolvidas em sete encontros, sendo quatro com duração de, aproximadamente, 80 minutos; três, mais ou menos, de 160. Elas envolveram: i) Levantamento das ideias prévias dos estudantes e posterior avaliação dos seus conhecimentos com o Quadro KWHL (O que sei, o que quero saber, como fazer para aprender e o que aprendi). ii) Classificação de poliedros (trabalhamos apenas com prismas e pirâmides) em grupos, destacando o critério utilizado para a classificação. iii) Observação e representação de prismas e pirâmides em forma de desenho, fechados e abertos (planificação). iv) Escrita de textos relativos às semelhanças e diferenças entre os desenhos esboçados. v) Produção de texto coletivo sobre prismas e pirâmides. vi) Confecção de prismas e pirâmides com massa de modelar e palitos de churrasco e preenchimento de quadro com nome dos sólidos construídos, a saber: da face da base, da face lateral, número total de faces, de vértices e de arestas. vii) Exploração de elementos e nomes dos prismas com o uso do *software* Geogebra e questionamentos acerca dos dados encontrados durante o preenchimento de novo quadro que solicitava nome dos sólidos construídos, da face da base e da lateral, número total de faces, vértices e arestas. O objetivo foi desenvolver o pensamento geométrico e metacognitivo dos alunos a partir de estudos realizados por nós, pesquisadoras. A opção por explorarmos apenas pirâmides e prismas ocorreu em virtude das orientações da BNCC (Brasil, 2017) para abordagens desses objetos de aprendizagem no 4º ano do Ensino Fundamental.

Para o presente trabalho, destacamos os dados coletados durante o preenchimento do Quadro KWHL. Este, de acordo com Gomes e Brabo (2020. p. 26),

[...] é uma adaptação da tabela KWL (Ogle, 1986) que ajuda o aluno a ativar seus conhecimentos prévios acerca de um assunto, experimentos científicos e incentiva a localizar informações estrategicamente conforme lê textos e/ou assiste vídeos ou recebe estímulos visuais antecipando e refletindo sobre o que sabe (*Know*), o que quer saber (*What*), como deve fazer isso (*How*) e, ao final do processo, o que aprendeu. (*Learning*)

Sua utilização visou o levantamento de ideias prévias dos estudantes com o preenchimento das três primeiras colunas: o que sei (*Know*), o que quero saber (*What*) e como fazer para aprender (*How*) no primeiro encontro. Já a última (coluna), o que aprendi (*Learning*), foi preenchida, encontro final, após o desenvolvimento das atividades supracitadas. Além disso, o quadro serviu de inspiração para a categorização de dados, os quais foram organizados conforme os elementos de desenvolvimento metacognitivo: pessoa, tarefa e estratégia, planificação, monitoração e avaliação, bem como os avanços no conhecimento geométrico apresentado pelos estudantes.

Para a primeira coluna do Quadro KWHL “O que sei”, dez estudantes afirmaram não ter conhecimento algum sobre prismas e pirâmides; dois apresentaram hipóteses sobre o assunto e dois não responderam. A exceção foi E10 ao afirmar que “Uma pirâmide os egípcios faziam para guardar o caixão das múmias e faraós. De resto não sei”. E13 escreveu que “as pirâmides são uns

triângulos só que com quatro lados”. Com relação à primeira afirmação - E10 -, observamos que ela está direcionada a um aspecto histórico do uso das pirâmides, mas que não contempla elementos que indiquem conhecimento de geometria. Já nos escritos de E13, encontramos termos que nos remetem ao desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno, haja vista que, possivelmente, referiu-se à forma das faces laterais da pirâmide, ao declarar que “são uns triângulos”; à da face da base, ao dizer que “só com 4 lados”, citando, assim, hipóteses para a sua concepção de pirâmide, comentada na sequência e confrontada com a realização das atividades e modificada pelo pesquisado em questão. Na análise desse quadro e das escritas de E10 e E13, expressam-se as convicções de que cada um tinha a respeito de seu próprio conhecimento, ou seja, o da variável pessoa, proposto por Flavell na década de 1970 e assumido por Rosa (2011), Flavell, Miller e Miller (1999, p. 126) para quem

A categoria das pessoas inclui quaisquer conhecimentos e crenças que você pode adquirir quanto aos seres humanos como processadores cognitivos. Ela pode ainda ser mais subcategorizada em conhecimentos e crenças sobre diferenças cognitivas dentro das pessoas, diferenças cognitivas entre as pessoas e semelhanças cognitivas entre todas as pessoas - isto é, sobre propriedades universais da cognição humana.

Cabe-nos destacar que, embora a maioria declarou não ter conhecimento do que seriam prismas e pirâmides, à medida que E10 discorria sobre as segundas, outros passaram a relatar que já as haviam visto na televisão e a elaborarem questões, como: “Então é isso que vamos estudar, profe?” Nesse sentido, expuseram que suas convicções sobre o que sabiam a respeito do assunto estavam equivocadas, haja vista que tinham algum conhecimento, mas não o relacionaram com as escritas do Quadro KWHL.

No que consiste à coluna “O que quero saber”, sete estudantes afirmaram que desejavam saber o que eram prismas e pirâmides; dois, desejavam saber tudo; um, o que era prisma; um, o que era prisma e se a pirâmide tinha quatro lados; um, aprender a dirigir caminhão e o que era prisma e pirâmide; dois não responderam. Ou seja, com exceção de cinco estudantes, os demais sabiam o que intencionavam aprender. Cumpre destacar que, novamente, E13, que já havia problematizado se a pirâmide realmente tem quatro lados, refletiu sobre seus conhecimentos, ou seja, um exemplo de pensamento metacognitivo.

Em relação à análise da coluna “Como devo fazer” para aprender, que até então a maioria afirmava nada saber a respeito, E1 escreveu: “Estudar, pesquisar no Google”, e suas respostas foram quantificadas em dois itens diferentes: “estudar” e “pesquisar no Google”, o que justifica o número delas estar acima do de estudantes. Nesse sentido, cinco declararam ser necessário estudar; cinco, pesquisar no Google; quatro, apenas pesquisar; um, perguntar; um prestar atenção às professoras; um pesquisar com pessoas; três não responderam. Considerados os dados mencionados, deduzimos que a maior parte da turma, embora tivesse declarado não ter noção do que seriam prismas e pirâmides, sabia como construir esse conhecimento, apontando alguma alternativa para tal. Embora estudar, pesquisar no Google, perguntar, prestar atenção na professora, etc. não sejam planos bem definidos em seus detalhes, esses escritos demonstram que os investigados já estabeleciam algum tipo de planejamento acerca de como aprender determinada temática que desconheciam. Dito de outra forma, constatamos a presença de indícios de pensamentos metacognitivos que remetem à variável planificação, pois “A

planificação é a responsável pela previsão de etapas e escolha de estratégias em relação ao objetivo pretendido, o que supõe fixar metas sobre como proceder para realizar a ação” (Rosa, 2011, p. 54).

Em referência à quarta coluna “O que aprendi”, 11 dos 14 estudantes apresentaram algum elemento relativo aos sólidos estudados. Na ocasião, E1 escreveu que “Eu aprendi que a face é uma parede, as arestas são linhas e as vértices são pontos. E os nomes não são iguais”. Embora utilizasse termos do seu cotidiano, por exemplo “parede”, para exemplificar uma superfície delimitada num plano, ao estabelecer essas relações, ele construiu noções de geometria relativas aos elementos dos sólidos estudados, a saber: faces, vértices e arestas. Quanto a E13, evidenciamos seu avanço no desenvolvimento do pensamento geométrico: “Eu aprendi que as pirâmides não têm só quatro faces laterais. As pirâmides podem ter mais de dez faces laterais. Os prismas também podem ter mais de dez faces laterais. Os sólidos geométricos têm faces, arestas e bases.” Se compararmos esses escritos com os iniciais, observamos um progresso no que se refere ao entendimento da nomenclatura, bem como uma confrontação com a hipótese inicial.

Em síntese, entendemos que o Quadro KWHL contribuiu para que os estudantes refletissem acerca do que sabiam, de como poderiam mudar o que sabiam e do que aprenderam sobre prismas e pirâmides. Outro exemplo que ilustra nossa argumentação são os escritos de E3: “Aprendi que o prisma tem duas bases, uma em cima e outra embaixo, e a pirâmide só tem uma embaixo porque em cima da pirâmide tem um vértice. No início eu não sabia o que era vértice e eu descobri que vértice é uma ponta. Foi incrível, gostei muito da experiência”. Por sua vez, E3, além de elencar em seu texto os avanços no conhecimento geométrico, no final, expressa sentimentos de satisfação em relação às atividades propostas nessas aulas. Já E14 destaca que “Eu aprendi que pontas são vértices, as linhas que formam as formas geométricas são arestas, e a parte que a gente pinta são faces. E eu vou contar um pouco das formas. O prisma triangular o nome da base dele é triângulo, o nome de lateral é retângulo”. Portanto, houve avanços significativos do conhecimento geométrico, haja vista que esse estudante afirmou na primeira coluna desconhecer o assunto.

Resultados/conclusões

Segundo Flavell, Miller e Miller (1999), é possível instigar o pensamento metacognitivo das crianças e adolescentes caso este esteja adormecido. Diante disso, entendemos que o uso do Quadro KWHL favoreceu esse processo, já que, num primeiro momento, os estudantes declararam desconhecer o assunto. Mas, após compartilharem ideias acerca dos registros no referido Quadro, começaram a estabelecer conexões entre os saberes que tinham, ou seja, evocaram pensamentos metacognitivos com destaque às variáveis pessoa, planificação e avaliação. Nesse sentido, entendemos que o Quadro KWHL serviu para alavancar a discussão e estimular os pesquisados a refletirem sobre seus conhecimentos, bem como nos permitiu avaliar seus avanços quando preencheram a última coluna (O que aprendi). Mesmo com indícios de que o mencionado Quadro contribuiu para o desenvolvimento do pensamento metacognitivo e, conseqüentemente, do geométrico, não podemos ignorar toda a sequência de atividades que englobaram esse planejamento e que também favoreceram, de modo significativo, tal desenvolvimento.

Por fim, salientamos que os elementos tarefa, estratégia e monitoração foram identificados no decorrer das atividades e nas entrevistas realizadas com os estudantes, mas, em virtude da limitação de páginas do trabalho, não foi possível descrevê-los. Aliado a isso, observamos a existência de indícios de desenvolvimento do pensamento geométrico dos investigados, como o uso de nomenclaturas base, faces, arestas, vértices e o entendimento acerca destas, ou seja, como elas se caracterizam e os sólidos formados. Portanto, compreendemos que o emprego isolado do Quadro KWHL foi insuficiente para evocar os seis elementos metacognitivos ou desenvolver o pensamento geométrico. Entretanto, há sinais de que, alinhado a outras atividades e questionamentos, favoreceu a evocação do pensamento metacognitivo e contribuiu para o desenvolvimento do pensamento geométrico de estudantes do quarto ano do Ensino Fundamental.

Agradecimentos

Agradecimento especial ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelo financiamento da pesquisa.

Referências e bibliografia

- Brasil. Ministério da Educação. (2017). *Base Nacional Comum Curricular*. Recuperado de https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf
- Brown, A. L. (1978). Knowing when, where, and how to remember: a problem of metacognition. In R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology* (Vol. 1, pp. 77–165). Lawrence Erlbaum Associates.
- Brown, A. L. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In F. E. Weinert & R. H. Kluwe (Eds.), *Metacognition, motivation, and understanding* (pp. 65–116). Lawrence Erlbaum Associates.
- Flavell, J. H. (1971). First discussant's comments: What is memory development the development of? *Human Development*, 14, (pp. 272–278).
- Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L. B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (pp. 231–236). Lawrence Erlbaum Associates.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), (pp. 906–911).
- Flavell, J. H., & Wellman, H. M. (1977). Metamemory. In R. V. Kail & J. W. Hagen (Eds.), *Perspectives on the development of memory and cognition* (pp. 3–33). Lawrence Erlbaum Associates.
- Flavell, J. H., Miller, P. H., & Miller, S. A. (1999). *Desenvolvimento cognitivo* (3ª ed., tradução de Cláudia Dornelles). Porto Alegre: Artes Médicas Sul.
- Gomes, M. S., & Brabo, J. N. C. (2020). *Estimulando a metacognição em classe: estratégias para o ensino e aprendizagem nos anos iniciais* [Recurso eletrônico]. Recuperado de https://repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/12577/5/Produto_EstimulandoMetacognicaoClasse.pdf
- González, F. E. (1996). Acerca de la metacognición. *Revista Paradigma*. Recuperado de <http://www.revistaparadigma.org.ve/Doc/Paradigma96/doc5.htm>
- Leivas, J. C. P., & Lutz, M. R. (2023). *A visualização para desenvolver o Pensamento Geométrico na Resolução de Problemas*. Alegrete, RS: TerriED Editora.
- Rosa, C. T. W. W. (2011). *A metacognição e as atividades experimentais no ensino de física* [Tese de doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina]. Recuperado de <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/95261/290643.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Santos, C. A., & Nacarato, A. M. (2023). *Aprendizagem em geometria na educação básica: a fotografia e a escrita na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Von Davier, M., Kennedy, A., Reynolds, K., Fishbein, B., Khorramdel, L., Aldrich, C., Bookbinder, A., Bezirhan, U., & Yin, L. (2024). Resultados internacionais do TIMSS 2023 em matemática e ciências. *Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center*. <https://doi.org/10.6017/lse.tpisc.timss.rs6460>
- Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, M. D. P. B. (2013). *Metodologia de pesquisa* (5ª ed.). Grupo A. Recuperado de <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788565848367>



O jogo como situação desencadeadora de aprendizagem matemática em um contexto de Educação Especial

Edilaine Damann da Luz **Silva**

Universidade Tecnológica federal do Paraná -campus Curitiba

Brasil

edilainedamann@alunos.utfpr.edu.br

Luciana Boemer Cesar **Pereira**

Universidade Tecnológica federal do Paraná -campus Dois Vizinhos

Brasil

lucianapereira@utfpr.edu.br

Renata da Silva **Dessbesel**

Universidade Tecnológica federal do Paraná -campus Dois Vizinhos

Brasil

renatadessbesel@utfpr.edu.br

Resumo

O objetivo deste artigo é socializar uma pesquisa participante educacional desenvolvida com uma turma do segundo ano do Ensino Fundamental – anos iniciais – de uma escola da modalidade de Educação Especial, localizada em um município do Paraná, Brasil. A atividade teve como base teórica e metodológica a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) (Moura, 1992; Moura et al., 2010). O objetivo foi aproximar os estudantes do conceito de número, explorando os nexos conceituais de contagem, correspondência um a um, conservação e comparação de quantidades, bem como a representação de quantidades, por meio de um jogo intitulado *Quem pega mais?* Diante das interações, das respostas aos questionamentos intencionais da professora e das estratégias demonstradas pelos estudantes durante o jogo, foi possível observar que cada um se aproximou do conceito de número por meio das relações estabelecidas ao longo da atividade.

Palavras-chave: Conceito de número; Nexos conceituais; Experiência educacional; Atividade Orientadora de Ensino.

Introdução

Os jogos são bastante utilizados na escola, especialmente na disciplina de matemática, no entanto é pouco explorado em todas suas potencialidades. De acordo com Moura (2023) o jogo, pela sua ludicidade, já é facilmente engajador para os estudantes, então cabe ao professor planejar o uso desse recurso para desencadear aprendizagem. Para Santana e Mello (2017) a organização adequada do ensino pode levar a aprendizagem. E ainda, de acordo com Vigotski (2007) o aprendizado não é o desenvolvimento, mas quando bem organizado leva ao desenvolvimento mental do indivíduo.

Existem diversos jogos que potencializam a busca pelo controle da variação das quantidades, jogos que já existem ou que podem ser elaborados, o diferencial está no propósito que o professor dará a esse jogo para explorar os conceitos nele intrínsecos.

O jogo com intencionalidade pedagógica é um aliado ao ensino, pois ele preserva a questão da problemática pelas regras e os desafios característicos deste recurso. Na AOE, a preocupação está em que este jogo coloque o estudante diante de situações que se assemelham às que o homem vivenciou ao lidar inicialmente com determinado conceito matemático (Moura *et al.*, 2010).

Diante disso, foi escolhido o jogo intitulado “Quem pega mais?” pela sua característica lúdica e também pela potencialidade na exploração dos nexos conceituais acerca do conceito de número. A atividade pedagógica, na perspectiva da AOE, foi planejada e materializada em uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA).

É importante destacar que neste texto compreende-se atividade pedagógica como aquela que “se constitui na unidade entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem” como conceitua Moura (2024, p.65).

AOE como pressuposto teórico e metodológico

A AOE, proposta por Manoel Oriosvaldo de Moura em sua tese de doutorado (Moura, 1992), se constitui em uma base teórica e metodológica de organização da atividade pedagógica. Seus estudos são fundamentados na Teoria Histórico-Cultural de Vigotski (2007) e na Teoria da Atividade de Leontiev (1978).

Para Leontiev (1978), o ser humano formado já é dotado das qualidades biológicas necessárias para se desenvolver no ambiente, mas para seu processo de humanização, ou seja, apropriação das qualidades humanas objetivadas na cultura, a interação com o outro é primordial, “o ser humano deve entrar em relação com os fenômenos do mundo circundante através doutros homens” (Leontiev, 1978, p. 266). O autor ainda acrescenta que o movimento do conhecimento historicamente produzido, só é possível pela transmissão às novas gerações por meio da interação, e pela função que a escola exerce esse é um processo de educação. “Quanto mais progride a humanidade, mais rica é a prática sócio histórica acumulada por ela, mais cresce o papel específico da educação e mais complexa é a sua tarefa” (Leontiev, 1978, p.267).

Diante dessa constatação, da escola como lugar de potencial para apropriação de conhecimentos historicamente produzidos, o estudante precisa ser visto como sujeito que aprende, com potencial, pois nesse processo ele precisa ocupar o lugar de protagonista nas atividades que realizam, já que “para se apropriar dos objetos ou dos fenômenos é preciso empreender uma atividade adequada ao conteúdo, no objeto ou no fenômeno dado” (Leontiev *et al.*, 2005, p. 94).

Nessa perspectiva, a organização do ensino da matemática na AOE objetiva a apropriação, pelos estudantes, de conceitos historicamente produzidos, como já evidenciava Moura (1992, p. 68) em seus primeiros registros ao afirmar que “a estrutura da atividade orientadora de ensino é a própria gênese do conceito”.

A figura 01 a seguir (Moraes, 2008, p.116) sintetiza o modo de organização da AOE, destacando os elementos da atividade - concebida de acordo com as concepções de Leontiev - e evidencia a relação entre a atividade de ensino e de aprendizagem.

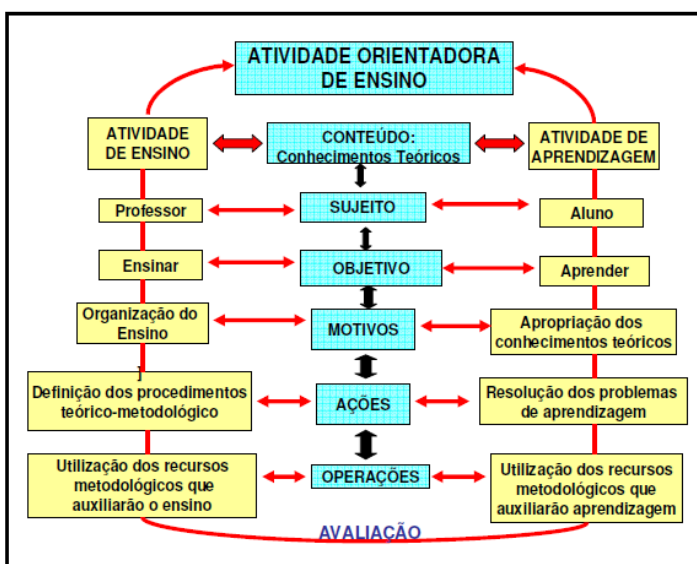


Figura 1. AOE: relação entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem.

Os professores e estudantes têm papéis bem definidos. Ambos estão em movimento, o professor em sua atividade de ensino e o estudante em atividade de aprendizagem (Moura *et al.*, 2010). O professor deve desenvolver situações intencionais para despertar no estudante a necessidade de se apropriar dos conceitos, como afirma Santana e Mello (2017, p.274) “cabe ao trabalho docente a criação da necessidade do conhecimento nas crianças e nos alunos e isso se faz pela forma que o conhecimento é apresentado às novas gerações”.

Na AOE, o conhecimento compreende o movimento da produção humana de cada conceito e de seus nexos conceituais. O ensino, nesse processo, é organizado e se materializa por meio de situação desencadeadora de aprendizagem (SDA). Tal situação, de acordo com Moura (2018), tem como objetivo colocar os estudantes em tensão, por meio de um problema que possa mobilizá-los a empreender ações para sua solução. Este problema é o elemento central da SDA e

deve desencadear a aprendizagem de forma coletiva, na busca pela sua solução, tendo como meta a apropriação de conceitos contemplando sua gênese (Oliveira; Panossian, 2020).

De acordo com Moura *et al.* (2010) uma SDA pode ser organizada com diferentes recursos, porém foi pensada e apresentada originalmente por Moura e Lanner de Moura de três formas: o jogo; a situação emergente do cotidiano e a história virtual do conceito. Independente da forma como é apresentada, toda SDA “deve contemplar a gênese do conceito” (Moura *et al.*, 2010, p. 223) aproximando os estudantes por meio de ações que se assemelham às vividas pela humanidade na construção do conceito a ser apropriado.

Atividade Pedagógica Vivenciada

A atividade pedagógica relatada foi desenvolvida por meio de uma SDA organizada em forma de jogo. Moura (1992, p. 5) explica que “ao tomarmos o jogo como ferramenta de ensino, ele passa a ter novas dimensões, e é isto que nos obriga a classificá-lo considerando o papel que pode desempenhar no processo de aprendizagem”.

A SDA no formato jogo, foi desenvolvida em uma turma de segundo ano do ensino fundamental - na modalidade de Educação Especial - em uma escola no estado do Paraná, Brasil. A turma é composta por dez estudantes, todos com laudo de Deficiência intelectual e alguns com comorbidades, como TEA, Trissomia do cromossomo 21, mutismo seletivo e apraxia da fala.

O jogo proposto, denominado “Quem pega mais?”, tem por objetivo em si, verificar quem consegue pegar mais legos em um total de rodadas pré determinadas. Como SDA foi escolhido intencionalmente por vislumbrar nele o potencial de aprendizagem que aproxima os estudantes do conceito de número, evidenciando os nexos conceituais da contagem, correspondência um a um, comparação de quantidades e representação de quantidades.

Para o jogo, os materiais utilizados foram: um dado grande, peças de lego e uma prancha de comunicação suplementar alternativa, como na figura 02. O ambiente foi organizado de forma que as mesas formassem um grande círculo, deixando o espaço central vazio para jogar o dado. A professora pesquisadora também ocupou uma das mesas que compõem o grande círculo e sobre sua mesa disponibilizou as peças de lego - separados previamente tendo todos o mesmo tamanho e forma.



Figura 2. Materiais utilizados para o jogo.

O jogo e suas regras foram explicados pela professora previamente, de forma oral e também com apoio da comunicação suplementar alternativa (CSA), para prover acessibilidade aos estudantes não oralizados e auxiliar a compreensão para os que apresentam dificuldade na linguagem receptiva. A CSA é uma Tecnologia Assistiva composta por sistemas que buscam minimizar as barreiras de comunicação, beneficiando as pessoas que não têm suas demandas comunicativas supridas pela fala oralizada, e dessa forma possibilitando sua atuação mais efetiva e independente na sociedade (Romano; Chun, 2018). Também foram modeladas algumas rodadas para melhor compreensão.

O jogo inicia pelo estudante imediatamente ao lado direito da professora e segue a ordem do círculo. Cada jogador, em sua vez, joga o dado e pega a quantidade de legos correspondente a quantidade tirada no dado e coloca sobre sua mesa: para cada pontinho do dado um lego. Foi combinado previamente 3 rodadas para formar as quantidades.

Durante as jogadas, a professora foi inserindo os problemas desencadeadores em forma de questionamentos intencionais que instigasse os estudantes a pensar e acionar seus conhecimentos prévios para levantar e testar hipóteses, pois como afirma Moura (2023, p.30) ao colocarem em movimento tudo isso, “com a ajuda do outro, por meio de múltiplas relações e uso de diversos instrumentos e artefatos culturais, colocam também em movimento [...] as funções psíquicas em uma unidade”.

Iniciado o jogo observou-se que os estudantes compreenderam bem como seria o funcionamento e cada um inicialmente foi utilizando estratégias particulares para estabelecer a comparação entre a quantidade apresentada no dado com a quantidade de legos que pegariam. As estratégias foram:

- contar oralmente, sem contato físico utilizando o dado e proceder da mesma forma com as peças, pegando só no final da contagem;
- contar colocando os dedos nos pontinhos do dado;
- fazer correspondência um para um na hora de pegar os legos, colocando cada um sobre um pontinho do dado;
- fazer leitura de imagem da quantidade tirada no dado e ir direto para contagem das peças.
- fazer contagem oral sem correspondência com a quantidade do dado.
- fazer a contagem apontada com o auxílio da professora.

Algumas das estratégias estão exemplificadas na figura 3:



Figura 3. Estratégias para estabelecer a comparação de quantidades.

Observar as estratégias dos estudantes na tentativa do controle das quantidades no jogo possibilitou ao professor perceber a relação que eles estabelecem na contagem das quantidades e também o nível de mediação que cada um necessita. Para Moura (2023, p. 22) “observar o que a criança realiza sozinha e de que tipo de ajuda ela necessita oferece indícios para a atuação docente na direção de promover desafios que não estejam aquém ou além dos que as crianças são capazes naquele momento”.

As perguntas durante a primeira rodada foram: Quanto você tirou no dado? Você tirou mais ou menos que determinado colega? Determinado colega tirou tanto, quanto que você precisa tirar para pegar mais lego que ele? Por meio das perguntas, os estudantes já foram desafiados a pensar nas quantidades para traçar estratégias de lidar com elas.

Terminando a primeira rodada, a professora solicitou que fizessem uma estimativa de quem estava com mais legos, depois questionou o porquê de alguns terem mais e outros menos, e coletivamente concluíram que tinha mais quem tinha tirado quantidades maiores na jogada de dados. Observou-se, portanto, que a partir do momento que eles associaram que a quantidade maior no dado levaria a maior número de legos e conseqüentemente, poderiam levar à vitória, na segunda rodada eles começaram a tentar estratégias para tirar quantidades maiores, colocando o dado com a face que desejavam para cima, fazendo rituais para ter sorte na jogada, comemorando, ou lamentando ao ver a face sorteada, antes mesmo de contar. Esses comportamentos evidenciaram que estavam compreendendo a relação estabelecida entre as quantidades do dado e dos legos “para cada pontinho do dado um lego”. Como todas as hipóteses, respostas e estratégias eram compartilhadas no grupo pela professora, a cada jogada mais estudantes iam demonstrando esta percepção. Moura (2023, p. 22) evidencia que por meio desse compartilhamento, “o professor passa a orquestrar essas contribuições individuais numa perspectiva coletiva, elevando o conhecimento a níveis mais elaborados” possibilitando a aprendizagem de todos os envolvidos.

Dando continuidade ao jogo a professora fez problematizações na intencionalidade de que os estudantes refletissem sobre a quantidade que seria conveniente que tirassem com o objetivo de pegar mais peças, já que seria a última rodada: Quanto você precisa para ter mais e ganhar o jogo?

Nesse momento os estudantes levantaram muitas hipóteses, porém de forma aleatória e acabaram, a maioria consensual, dizendo que para vencer precisaria tirar seis, por ser a maior quantidade do dado. Diante disso, a professora problematizou considerando a hipótese de ninguém tirar seis. Tirando deles a ideia preliminar associada a maior quantidade do dado, os fez retomar os conhecimentos e experimentar novas hipóteses. A professora foi fazendo a mediação a cada jogada para que pensassem coletivamente nos resultados obtidos por cada um. O compartilhamento de ideias que o trabalho coletivo proporciona é elemento fundamental para o movimento da SDA (Moura *et al.*, 2010) já que, pelos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural a aprendizagem ocorre primeiro no coletivo para depois ser internalizada pelo indivíduo (Vigotski, 2007).

Quando se encerrou as três rodadas combinadas a professora pediu que organizassem os legos na mesa para ver quem pegou mais e venceu o jogo. Um estudante sugeriu que todos fizessem uma torre, colocando uma peça sobreposta a outra para ver qual ficaria maior, então a professora mediou para que ele testasse sua ideia de comparação, sugerindo que a fizesse no quadro para que todos pudessem acompanhar. Quando colocou as peças apoiadas na lousa, ele não comparou com base na altura, como havia ele mesmo sugerido, e sim fez a contagem apontando qual torre tinha mais peças. Como mostra a figura 4.



Figura 4. Testagem da hipótese levantada por um estudante para comparação de quantidades.

A professora mediou, esclarecendo que a comparação estabelecida por ele foi em relação às quantidades e que coincidentemente, pelas peças serem da mesma forma e tamanho, a torre maior tinha mais. Com o restante dos legos de formatos e tamanhos diferentes a professora fez algumas comparações com o grupo para perceberem, na prática, que nem sempre o maior tem mais. De acordo com Moura (2023, p.34) é comum crianças pensarem que “o conjunto que ocupa mais espaço é o que tem maior quantidade de objetos. Desta forma, o trabalho pedagógico com a correspondência um a um coloca a criança frente ao movimento das quantidades” criando neles a necessidade de controlar e comparar quantidades independente do numeral.

Durante todo o movimento da SDA a professora foi fazendo o movimento de análise e síntese das contribuições individuais e no momento final, retomou-se as principais relações estabelecidas durante o jogo.

Considerações

Por meio do jogo, intencionalmente organizado em forma de SDA, pode-se perceber que os estudantes tiveram a possibilidade de estabelecer relações e trabalhar coletivamente explorando os nexos conceituais: comparação e conservação de quantidades, contagem e correspondência um para um. As problematizações durante todo o processo foram intencionais, umas pré-definidas de acordo com o objeto do conhecimento que se desejaria explorar e algumas desencadeadas pelas ações dos estudantes em seu movimento de atividade de aprendizagem. Moura *et al.* (2010, p. 221) explica que a AOE “é construída na inter-relação professor e estudante e está relacionada à reflexão do professor, que durante todo o processo sente necessidade de reorganizar suas ações por meio da contínua avaliação que realiza”. Diante dessa reorganização pode-se ir mediando as relações estabelecidas no coletivo para manter a proposta

acessível para todos os estudantes, dando o suporte necessário para o envolvimento e aprendizagem de todos. Na AOE, “os sujeitos mobilizados a partir da situação desencadeadora, interagem com os outros segundo suas potencialidades e visam chegar a outro nível de compreensão do conceito em movimento” (Moura *et al.*, 2010, p.222).

Mostrar, por meio deste relato de experiência educacional, uma forma de tomar o jogo em uma perspectiva de aprendizagem, com base nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural é primordial para o ensino da matemática, pois o jogo pelo jogo, apenas pela sua ludicidade, sem intencionalidade pedagógica, não despertaria nos estudantes as reflexões e nem possibilitaria que se estabelecessem relações com o objeto do conhecimento. Foi pela ação intencional da professora mediada pela organização do ensino nas perspectivas da AOE que o jogo assumiu seu sentido pedagógico e os estudantes, cada um de acordo com suas potencialidades, puderam se aproximar do conceito de número em seu processo de apropriação.

Referências e bibliografia

- Leontiev, A. (1978). O desenvolvimento do Psiquismo. Lisboa: horizonte.
- Leontiev, A. N. et al (2005). Psicologia e Pedagogia: bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento. São Paulo, Brasil: Centauro.
- Moraes, S. P. G. (2008). Avaliação do Processo de Ensino e aprendizagem em Matemática: contribuições da Teoria Histórico-Cultural. (Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo). Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-16032009-145709/publico/Silvia_Pereira_Gonzaga_de_Moraes.pdf
- Moura, M. O. (2024). Atividade Orientadora de Ensino: Contribuições para a Educação escolar. São Paulo, Brasil: FEUSP. Disponível em: www.livrosabertos.abcd.usp.br/portaldelivrosUSP/catalog/book/1338
- Moura, M. O. et al. (2010). Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. Rev. Diálogo Educ., v.10, n. 29 (pp. 225-229). Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/1891/189114444012.pdf>
- Moura, M. O. (org). (2023). Controle da Variação de quantidades: iniciação à linguagem numérica. FEUSP.
- Moura, M. O. (1992). Construção do signo numérico em situação de ensino. (Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo). Disponível em: <https://sites.google.com/usp.br/gepape-usp/produ%C3%A7%C3%B5es>
- Moura, M. O.; Araújo, E. S.; Serrão, M. I. B. (2018). Atividade Orientadora de Ensino: fundamentos. Linhas Críticas, v. 24, (pp. 411-430). DOI 10.26512/Ic.v24i0.19817.
- Oliveira, N. M.; Panossian, M. L. (2020). Atividade Orientadora de Ensino: base teórica e metodológica para organização do ensino. In: Panossian, M. L.; Tocha, N. N. (orgs). Estabelecendo Parâmetros de Análise de Situações de Ensino de Conteúdo Matemático: aproximações a partir da Atividade orientadora de Ensino. (pp. 22-30). Disponível em: <https://sites.google.com/view/opm-2019/produ%C3%A7%C3%B5es/livro-estabelecendo-par%C3%A2metros-de-an%C3%A1lise-de-situa%C3%A7%C3%B5es-de-ensino>
- Romano, N.; Chun, R. Y. S. (2018). A Comunicação Suplementar e Alternativa na percepção de familiares e fonoaudiólogos: facilitadores e barreiras. Cotas, 30(4), (pp. 1-9). DOI 10.1590/2317-1782/20162017138.
- Santana, M. S. R.; Mello, S. A. (2017). O ensino da matemática na perspectiva Histórico-Cultural: elementos para uma nova cultura escolar, In: Moretti, V. D.; Cedro, W. L. (orgs), Educação matemática e a Teoria Histórico-Cultural: um olhar sobre as pesquisas (pp. 263-290). São Paulo, Brasil: Mercado das Letras.
- Vigotski, L. S. (2007). A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. São Paulo, Brasil: Martins Fontes.



Patrones Matemáticos: Estrategias para su abordaje en la Educación Preescolar y Primaria

José Suero-Rico

Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña (ISFODOSU)

República Dominicana

jose.suero@isfodosu.edu.do

Franklin Astudillo-Villalba

Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña (ISFODOSU)

República Dominicana

franklin.astudillo@isofodosu.edu.do

Resumen

Este taller tiene como objetivo principal presentar estrategias para la enseñanza efectiva de los patrones matemáticos en educación inicial y primaria. La metodología utilizada es teórico-práctica, enfatizando el razonamiento lógico, la reflexión y la experimentación activa. Durante cinco sesiones presenciales, los participantes profundizarán en diversos tipos de patrones (numéricos, geométricos), explorarán la importancia de la intuición matemática, el juego como estrategia didáctica, y la aplicación de teselaciones y transformaciones geométricas en contextos reales.

Palabras clave: Enseñanza de la Matemática; Patrones Matemáticos; Educación Preescolar; Educación Primaria.

Introducción

La enseñanza de las Matemáticas en la educación preescolar y primaria es fundamental para el desarrollo cognitivo de los niños, estableciendo las bases para aprendizajes futuros y fomentando habilidades esenciales como el pensamiento lógico, la resolución de problemas y la creatividad. En este taller, la incorporación de patrones matemáticos se presenta como una estrategia didáctica efectiva para promover un aprendizaje significativo.

Los patrones matemáticos desempeñan un papel importante en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático de los niños en edad preescolar y primaria facilitando la

comprensión y adquisición de habilidades clave como la observación, comparación, clasificación y generalización. Según Acosta et al. (2022) argumenta que la identificación de patrones matemáticos desde edades tempranas es crucial para desarrollar habilidades matemáticas avanzadas, estableciendo una base sólida para el razonamiento algebraico.

Por su parte, Clements y Sarama (2024) en su investigación sobre trayectorias de aprendizaje matemático destacan que el trabajo sistemático con patrones promueve el pensamiento crítico, la creatividad y el aprendizaje significativo de conceptos matemáticos fundamentales. Ellos destacan la importancia de actividades prácticas que involucren materiales manipulativos y juegos para internalizar conceptos abstractos desde la experiencia concreta.

Estudios recientes resaltan la importancia de involucrar a los estudiantes de primaria en actividades de patrones matemáticos para desarrollar habilidades que permiten a los estudiantes comprender conceptos complejos, desarrollar y potenciar el pensamiento lógico y crítico. Estos estudios indican que la habilidad temprana de reconocer y generalizar patrones se vincula estrechamente con el desarrollo matemático global del niño (Baumanns et al., 2024; Rizos & Gkrekas, 2024).

Según Baumanns et al. (2024), cuando los estudiantes logran identificar estructuras y regularidades en secuencias numéricas o figuras geométricas, desarrollan una base sólida que les ayuda a comprender competencias matemáticas más complejas. Además, expresan que se ha evidenciado que el reconocimiento de patrones en edades tempranas es un buen predictor tanto del pensamiento pre-algebraico como del rendimiento matemático general en cursos superiores. Esto sugiere que, al trabajar patrones desde la primaria, no solo se refuerzan contenidos específicos, sino también las bases del razonamiento lógico y la habilidad de encontrar estructuras, componentes esenciales del pensamiento matemático avanzado.

Asimismo, Mulligan y Mitchelmore (2009) expresan que la estructura matemática y la habilidad de reconocer patrones son competencias esenciales. Mucho tiempo después, Mulligan et al. (2020) afirman la importancia de uso de patrones matemáticos como estrategia para la Educación preescolar y primaria, destacando que el trabajo sistemático con patrones matemáticos permite a los estudiantes desarrollar habilidades para la resolución de problemas, aplicar procedimientos sistemáticos y fomentar la creatividad matemática mediante la exploración e indagación activa.

En consecuencia, incluir patrones de manera regular en el currículo escolar puede ayudar a que los estudiantes desarrollen habilidades como la lógica, la capacidad de razonar y llegar a conclusiones propias. Un estudio con niños de entre 8 y 11 años muestra que trabajar con imágenes y actividades prácticas basadas en patrones no solo hace las clases más dinámicas, sino que también fortalece el pensamiento crítico y la resolución de problemas desde temprana edad (Rizos & Gkrekas, 2024).

Gomez et al. (2025), realizaron un estudio experimental que puso en práctica juegos didácticos con secuencias y patrones en estudiantes de primaria, y evaluó su impacto en habilidades lógico-matemáticas. Luego de la intervención, los avances fueron notables: el número de estudiantes que alcanzó un nivel “Excelente” en el reconocimiento de patrones pasó

de 29% a 61%, mientras que quienes estaban en un nivel 'Regular' bajaron de 61% a solo un 10%. Este enfoque ayudó a que los niños se sintieran más motivados y desarrollaran competencias clave como la observación, la predicción y la resolución de problemas. Sus resultados confirman que enseñar a través de patrones y secuencias no solo fortalece el razonamiento lógico, sino que también enriquece el desarrollo integral del estudiante, estimulando su pensamiento crítico, su creatividad y su capacidad de resolver desafíos por sí mismos.

El pensamiento espacial es una habilidad clave en la formación matemática primaria, especialmente dentro de la geometría. Gonzáles (2022), expresa que una formación deficiente en habilidades espaciales impacta negativamente el aprendizaje geométrico, mientras que su fortalecimiento favorece la comprensión integral de la Matemática.

Por otro lado, la implementación de actividades basadas en teselaciones en el aula contribuye al desarrollo de habilidades del pensamiento espacial, como la coordinación visomotriz, la percepción de posición en el espacio y la discriminación visual. Se entiende por teselaciones los diseños basados en las figuras geométricas que, individualmente o en combinación logran cubrir una superficie plana de manera que dichas figuras no se superpongan ni queden espacios en blanco (Uribe Garzón et al., 2014).

Uribe Garzón et al. (2014) destacan que “el propósito fundamental es desarrollar las habilidades del pensamiento espacial, permitiendo la construcción de conocimientos, nociones y conceptos geométricos sólidos desde la educación primaria”. Sus resultados expresan que las teselaciones ayudan a mejorar habilidades específicas como la percepción espacial, la capacidad de reconocer y crear patrones, así como la comprensión de conceptos como congruencia, simetría y transformaciones geométricas. La integración de patrones y teselaciones no solo enriquece la enseñanza de la geometría, sino que también promueve la conexión entre las Matemáticas y otras disciplinas.

En este contexto, las teselaciones han emergido como una estrategia pedagógica eficaz para desarrollar las habilidades de visualización y razonamiento espacial en primaria. Scippo et al. (2025), expresan que las actividades con teselaciones apoyan de forma efectiva el aprendizaje de la geometría en edades tempranas, potenciando tanto el razonamiento geométrico como las destrezas espaciales de los alumnos. También afirman que, al hacer teselaciones, el estudiante explora conceptos de congruencia y similitud, así como propiedades de simetría y regularidad en los mosaicos que crea. De igual modo, estas actividades involucran de manera natural las transformaciones geométricas básicas –traslaciones, rotaciones y reflexiones– al repetir patrones en el plano, por lo que el alumno adquiere experiencia concreta con isometrías mientras juega.

Rojas Rodríguez (2021), llevó a cabo una experiencia educativa con estudiantes de primaria, donde usó el arte como medio para enseñar teselaciones y simetría. A través de una secuencia didáctica que combinaba manualidades y recursos tecnológicos, los niños no solo aprendieron conceptos geométricos, sino que también fortalecieron su pensamiento espacial. Esta propuesta permitió que desarrollaran habilidades de razonamiento, resolución de problemas y comunicación en temas relacionados con el espacio. En resumen, las teselaciones no solo enriquecen el aprendizaje de la geometría, sino que también despiertan la curiosidad, la

creatividad y el pensamiento espacial de los estudiantes. Por eso, cada vez más docentes están incorporando estas actividades en sus clases de primaria, logrando que sus estudiantes comprendan mejor la geometría mientras disfrutan del proceso de crear, explorar y descubrir.

El juego recurso didáctico es una de las estrategias didácticas que se está implementando cada día en los centros educativos. El juego provoca ánimos y motivación en los estudiantes, se presentan como herramientas de apoyo en las aulas para el aprendizaje y retroalimentación de las actividades dadas en clases y así, los estudiantes puedan aprender y fijar de manera significativa sus conocimientos.

Es de mencionar, que Fibonacci practicó la matemática numérica, con los números arábigos, utilizando el juego como herramienta. En el Renacimiento, aparecen los llamados duelos (juegos) intelectuales, consistentes en resolver ecuaciones algebraicas, en los que participan, entre otros Cardano y Tartaglia. Gauss, gran aficionado a jugar a las cartas, anotaba las jugadas para realizar posteriormente un estudio estadístico, Otros científicos ilustres como Hilbert, Neuman o Einstein también han mostrado su interés por los juegos matemáticos (De Guzmán Ozámiz, 1986, 2004). Por lo tanto, si nuestros padres de las Matemáticas han disfrutado contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no de realizar recursos didácticos lúdicos que permitan al estudiante tratar de aprender y disfrutar la enseñanza de la Matemática básica a través del juego?

Según Deulofeu Piquet (2001), muchos juegos utilizan la Matemática en su desarrollo, ya sea por sus relaciones numéricas, geométricas o por las propias características que algunos juegos requieren del desarrollo de estrategias, para intentar realizar la mejor jugada. Para, los juegos son el futuro de nuestra vida diaria, de nuestro trabajo y enfatiza que tenemos la responsabilidad de hacer divertidas las tareas más habituales, las que nos resultan aburridas o pesadas. Borrás (2015), afirma que los juegos tienen un gran poder sobre los individuos, pues consiguen adicción y que la gente disfrute con ellos.

Objetivos

Objetivo General

Implementar estrategias didácticas innovadoras para la enseñanza de patrones matemáticos en educación preescolar y primario.

Objetivos específicos

- Valorar la importancia de los patrones matemáticos en el desarrollo del pensamiento lógico, la resolución de problemas y la creatividad en la educación preescolar y primario.
- Promover el uso de los patrones matemáticos en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

Participantes

El taller está dirigido a docentes en ejercicio, egresados con intereses en el área de Matemática y estudiantes de educación preescolar y/o primaria. Se asumirá un grupo máximo de 25 participantes.

Contenidos

1. Razonamiento Matemático.
 - Pensamiento Vs Razonamiento
 - El papel de **la intuición en el Razonamiento Matemático**
 - **El pensamiento lógico**, la resolución de problemas y la creatividad.
2. Patrones Matemáticos: Numéricos
 - Patrones de Repetición
 - Patrones de Recurrencia
3. Patrones Matemáticos: Geométricos
 - Figuras congruentes y semejantes
 - Transformaciones en el plano
 - Teselaciones

Metodología

La metodología de este taller es de carácter teórico-práctico, priorizando las experiencias didácticas en el abordaje del pensamiento lógico, la resolución de problemas y la creatividad. En ese sentido, se enfatizará los procesos matemáticos, los tipos de razonamiento, la reflexión y el análisis.

Estrategias

En la ejecución de este taller está contemplado integrar una variedad de estrategias que permitan cumplir los objetivos establecidos. Dentro de dichas estrategias se encuentran:

- Recuperación de experiencias vividas
- Recuperación de saberes previos
- Socialización
- Trabajo en equipo
- Uso de material concreto
- Uso de recursos tecnológicos
- El juego
- Experimentación

Organización

Para cada una de las sesiones se estarán trabajando en equipos de cinco personas. En ese sentido, se estará organizando el espacio con mesas de trabajo y se tiene establecido que en cada sesión se pueda generar un producto grupal. De igual manera, se tiene previsto en una de las

sesiones desarrollar experiencias inmersas fuera del aula y que involucrará un trabajo activo alrededor de la sede del congreso por parte de los participantes.

Sesiones

La propuesta está diseñada para desarrollarse en un total de cinco sesiones de una hora y cincuenta minutos (110 minutos) en modalidad presencial. A continuación, se presenta una descripción general de cada sesión indicando el producto obtenido de dicho encuentro.

Sesión 1. La intuición en el razonamiento matemático. En esta primera sesión se abordará la importancia de la intuición en el desarrollo del razonamiento matemático. Los participantes explorarán situaciones matemáticas cotidianas en las cuales pueden usar la intuición como primera estrategia para la resolución de problemas. Se realizarán actividades prácticas donde se identificará cómo la intuición contribuye a la percepción inicial de los patrones matemáticos y al desarrollo del razonamiento lógico.

Tabla 1
Secuencia de actividades sesión 1.

Tiempo	Actividades
20 min	<i>Bienvenida y Presentación de plan de trabajo del día.</i>
20 min	<i>Socialización de la propuesta formativa.</i>
40 min	<i>Trabajo en equipo. Reconociendo patrones</i>
20 min	<i>Puesta en común. Razonamiento Matemático.</i>
10 min	<i>Cierre</i>

Sesión 2. El uso del juego en los patrones numéricos. Esta sesión enfatiza el juego como estrategia didáctica para explorar y entender patrones numéricos. Los participantes se integrarán en distintos juegos matemáticos que facilitarán la comprensión y la creación de secuencias numéricas, así como a identificar regularidades. De igual manera, se indicarán algunas pautas que se deben considerar al momento de diseñar y adaptar de juegos matemáticos en la Educación Preescolar y/o Primaria.

Tabla 2
Secuencia de actividades sesión 2.

Tiempo	Actividades
10 min	<i>Presentación de plan de trabajo del día.</i>
35 min	<i>Rally matemático. Secuencias Numéricas.</i>
20 min	<i>Puesta en común. Uso de los juegos en la detección de patrones numéricos.</i>
35 min	<i>Creación de juegos matemáticos.</i>
10 min	<i>Cierre.</i>

Sesión 3. Experiencias inmersas en la congruencia y semejanza de figuras geométricas. En esta sesión, los participantes profundizarán en conceptos fundamentales como congruencia y semejanza mediante la exploración activa de patrones geométricos. A través de actividades prácticas, se facilitará la identificación visual y manipulativa de patrones, promoviendo la comprensión espacial y la percepción visual de figuras congruentes y semejantes.

Tabla 3
Secuencia de actividades sesión 3.

Tiempo	Actividades
10 min	Presentación de plan de trabajo del día.
20 min	Trabajo en equipo. Experiencia 1 – Construcción de figuras congruentes
20 min	Trabajo en equipo. Experiencia 2 – Construcción de figuras semejantes.
20 min	Trabajo en equipo. Experiencia 3 – Reconociendo figuras congruentes y semejantes.
30 min	Puesta en común. Congruencias y semejanzas en el contexto.
10 min	Cierre

Sesión 4. Uso de recursos en las transformaciones geométricas. La cuarta sesión se enfoca en la comprensión de transformaciones geométricas utilizando recursos manipulativos físicos y digitales para visualizar y experimentar con transformaciones geométricas.

Tabla 4
Secuencia de actividades sesión 4.

Tiempo	Actividades
10 min	Presentación de plan de trabajo del día.
15 min	Trabajo en Equipo. Transformación Geométrica: Reflexión.
15 min	Trabajo en Equipo. Transformación Geométrica: Traslación.
15 min	Trabajo en Equipo. Transformación Geométrica: Rotación.
15 min	Trabajo en Equipo. Transformación Geométrica: Homotecias.
30 min	Puesta en común. Las transformaciones geométricas y el pensamiento lógico.
10 min	Cierre.

Sesión 5. Teselaciones del plano como parte de las experiencias áulicas. En esta sesión final, los participantes trabajarán en la creación práctica de teselaciones, utilizando diferentes materiales y técnicas. El objetivo es integrar todo lo aprendido en sesiones anteriores, enfatizando la aplicación real de patrones geométricos en contextos educativos cotidianos. Se fomentará la creatividad y la colaboración en la elaboración de un producto final colectivo. Un mural o un cuadro de arte.

Tabla 5
Secuencia de actividades sesión 5.

Tiempo	Actividades
10 min	Presentación de plan de trabajo del día.
40 min	Trabajo en equipos. Creación de teselaciones.
20 min	Puesta en común. Las teselaciones para el desarrollo del pensamiento lógico, la resolución de problemas y la creatividad.
30 min	Exhibición de los productos generados en el taller.
10 min	Cierre

Referencias

- Acosta, Y., Pincheira, N., & Alsina, Á. (2022). El pensamiento algebraico en educación infantil: estrategias didácticas para promover las habilidades para hacer patrones. *Edma 0-6: Educación Matemática En La Infancia*, 11(2), 1–37. <https://doi.org/10.24197/EDMAIN.2.2022.1-37>
- Baumanns, L., Pitta-Pantazi, D., Demosthenous, E., Lilienthal, A. J., Christou, C., & Schindler, M. (2024). Pattern-Recognition Processes of First-Grade Students: An Explorative Eye-Tracking Study. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 22(8), 1663–1682. <https://doi.org/10.1007/S10763-024-10441-X/FIGURES/3>
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2024). Systematic review of learning trajectories in early mathematics. *ZDM - Mathematics Education*, 1–14. <https://doi.org/10.1007/S11858-024-01644-1/METRICS>
- De Guzmán Ozámiz, M. (1986). Juegos matemáticos en la enseñanza. *Actas de Las IV Jornadas Sobre Aprendizaje y Enseñanza de Las Matemáticas Celebradas En Santa Cruz de Tenerife Del 10 al 14 de Septiembre de 1984, 1986, ISBN 84-398-6639-9, Págs. 49-86, 49–86*. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1325655>
- De Guzmán Ozámiz, M. (2004). Juegos matemáticos en la enseñanza. *Números: Revista de Didáctica de Las Matemáticas, ISSN-e 1887-1984, ISSN 0212-3096, Nº. 59, 2004, Págs. 5-38, 59, 5–38*. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1070267>
- Deulofeu Piquet, J. (2001). *Una recreación matemática: historia, juegos y problemas*. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=371185>
- Gomez, M. V. A., Velez, E. D. C., Cedeño, F. K. A., & Llaguno, L. S. V. (2025). Enseñanza de patrones y secuencias: importancia en el desarrollo del pensamiento lógico. *Revista Científica de Innovación Educativa y Sociedad Actual "ALCON,"* 5(1), 386–395. <https://doi.org/10.62305/ALCON.V5I1.420>
- González, E. O. (2022). Déficit en el pensamiento espacial y su repercusión en el aprendizaje de la geometría en estudiantes de básica primaria colegio integrado la llana, Tibú – Norte de Santander. *AiBi Revista de Investigación, Administración e Ingeniería*, 10(1), 29–42. <https://doi.org/10.15649/2346030X.2537>
- Uribe Garzón, S. M., Cárdenas Forero, Ó. L., & Becerra Martínez, J. F. (2014). Teselaciones para niños: una estrategia para el desarrollo del pensamiento geométrico y espacial de los niños. *Educación Matemática*, 26(2), 135–160. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40532665006>
- Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of Pattern and Structure in Early Mathematical Development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33–49.
- Mulligan, J., Oslington, G., & English, L. (2020). Supporting early mathematical development through a ‘pattern and structure’ intervention program. *ZDM - Mathematics Education*, 52(4), 663–676. <https://doi.org/10.1007/S11858-020-01147-9/METRICS>
- Rizos, I., & Gkrekas, N. (2024). Pattern recognition among primary school students: The relationship with mathematical problem-solving. *Contemporary Mathematics and Science Education*, 5(2), ep24010. <https://doi.org/10.30935/CONMATHS/14689>
- Rojas Rodríguez, Y. E. (2021). *El pensamiento espacial en el aprendizaje de simetría y teselados a través del arte en la educación básica*. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. <https://repositorio.uptc.edu.co/handle/001/9647>
- Scippo, S., Madiari, S., & Cuomo, S. (2025). Digital Tessellation for Geometry Learning in Primary School: A Quasi-Experimental Study. *Journal of Information Technology Education: Research*, 24, 009-undefined. <https://doi.org/10.28945/5473>



Pensamiento numérico basado en interacción de calidad y Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje en la primera infancia

Sandra Rojas Sevilla

Universidad de Sucre

Colombia

sandra.rojas@unisucra.edu.co

Roberto Torres Peña

Universidad del Magdalena

Colombia

rtorres@unimagdalena.edu.co

Edwan Ariza-Echeverri

Universidad del Magdalena

Colombia

earizaec@unimagdalena.edu.co

Resumen

Esta comunicación describe los resultados de una investigación cuyo propósito fue diseñar una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) y proponer matices de la instrucción permeados por una interacción de calidad, para favorecer el desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes de la primera infancia. La propuesta surge en respuesta a las limitaciones identificadas en las tareas y el tipo de interacción comúnmente utilizadas por los docentes de preescolar. El tipo de investigación es cualitativo de carácter descriptivo, se empleó la Investigación Basada en Diseño, a través de experimentos de enseñanza, con el uso Trayectorias Hipotética de Aprendizaje. Los participantes fueron ocho niños colombianos de cinco años de edad. Se destaca como resultados, mejoras en la comprensión de situaciones de conteo estructurado, las relaciones de orden y progreso en el razonamiento en situaciones aditivas y multiplicativas al implementar la THA permeado por la interacción de calidad.

Palabras clave: Pensamiento Numérico; Educación Matemática en la primera infancia; Trayectoria Hipotética de Aprendizaje; interacción de calidad; Tareas matemáticas.

Definición y relevancia del problema

Las investigaciones en torno a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la primera infancia comparten la idea que la comprensión de las matemáticas requiere una base temprana fundamentada en una educación matemática de calidad, desafiante y accesible (NCTM, 2013). Sin embargo, esta idea contrasta con el hecho de que el estudio de las matemáticas se ha considerado tradicionalmente después de los niveles de preescolar, en la práctica se advierten creencias por parte de padres de familia y docentes de que los niños más pequeños no están en capacidad de desarrollar niveles altos de razonamiento en matemáticas ni de procesos de abstracción (ICME-14, 2020).

Particularmente, Colombia, es un país donde existen disparidades a nivel del logro educativo son cada día más visibles, una muestra de ello, son los bajos resultados en las pruebas PISA (Icfes, 2024). Asimismo, la Educación Matemática en la primera infancia, esta permeada por prácticas de enseñanza y aprendizaje que dan cuenta de una percepción de que aprender matemáticas es memorizar, mientras que la comprensión y desarrollo del pensamiento matemático juega un papel secundario (Álsina, 2018). Las prácticas de instrucción evidencian que el estudiante es orientado a realizar procesos de abstracción sin hacer el paso por procesos concretos (Rojas, 2023). Lo anterior se pudo constatar, a partir de un análisis de las tareas propuestas por profesores en ejercicio de aulas colombianas, en las que se observa la ausencia de material concreto y manipulable que le ayuden al estudiante a avanzar en la construcción de su concepción de número.

De donde, resulta necesario aportar contribuciones para generar Oportunidades de Aprendizaje de Calidad Operativas (Rojas, 2023) en torno al desarrollo del pensamiento matemático y competencias matemáticas en la primera infancia. En línea con estas ideas Quabeck & Prediger (2023) resaltan que la calidad de la interacción puede mejorar o limitar las oportunidades de aprendizaje matemático de los estudiantes. En este sentido, el estudio preliminar detecta que las interacciones en el aula son subestimadas por los docentes. De modo que es necesario aportar experiencias que ayuden a operacionalizar en el aula la “construcción de experiencias y ambientes a través de mediaciones pedagógicas, entendidas como acciones intencionadas, diseñadas y planificadas que facilitan la relación de los aprendizajes estructurantes y los desarrollos propios de los niños y niñas” (MEN, 2016, p.6).

La investigación realizada aporta a cerrar esta brecha, a través de las tareas propuestas, que emergen de la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) que resultó del experimento de enseñanza, a partir del cual se aportaron unos niveles de desarrollo, que se capturan de evaluación formativa implementada. Estos podrían ser utilizados en la práctica diaria, para favorecer el desarrollo de estas habilidades aritméticas tempranas. Basados en el trabajo de Clements et al. (2023), siguiendo las ideas acerca de las trayectorias de aprendizaje, vistas como una estructura organizativa útil que combina objetivos educativos, el desarrollo del pensamiento de los niños y estrategias pedagógicas basadas en la investigación. Asimismo, se tienen en cuenta perspectivas teóricas y metodologías que apoyan una educación matemática efectiva en entornos de primera infancia, que permiten entender cómo los niños aprenden matemáticas y cómo los educadores pueden apoyar este proceso de manera efectiva, integrando tanto el conocimiento teórico como las prácticas pedagógicas en el aula (Elia et al., 2018).

De otra parte, lo que ocurre en las aulas regulares de educación preescolar observadas, contrasta con los resultados de investigaciones contemporáneas, como, por ejemplo, Clements & Sarama (2014) quienes, desde el proyecto “Building Blocks” propiciaron que un grupo de niños desarrollaran conceptos, habilidades y procesos matemáticos; asimismo, Björklund et al. (2020) presentan diversos estudios centrados en investigar la relación entre lo que entienden los niños de matemáticas y cómo evoluciona esta comprensión, como base para el desarrollo de un pensamiento más avanzado que involucra estrategias de resolución de problemas que apoyen el crecimiento conceptual. Todo lo anterior condujo a la pregunta de investigación ¿Cómo desarrollar una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje para promueva el desarrollo del pensamiento numérico en niños de la primera infancia de una escuela colombiana?

Referentes teóricos

El Marco teórico se configuró siguiendo la estructura y los diferentes niveles de generalidad para las teorías en el enfoque de la Investigación Basada en Diseño, como se ilustra en la Figura 2. Teorías de fondo, Teorías de instrucción específica y Teorías de instrucción local conjeturada. Es de aclarar, que para efectos del presente artículo no se describen las teorías de fondo.

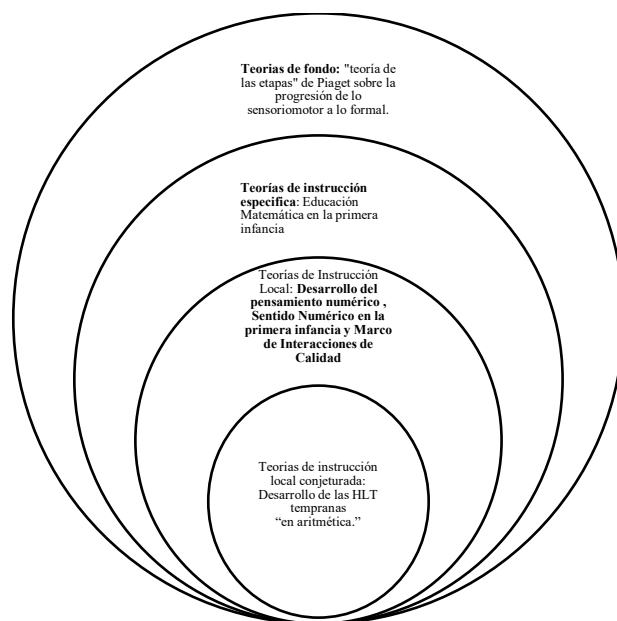


Figura 1. Niveles de generalidad del marco teórico enfocado en el desarrollo del pensamiento numérico en la primera infancia. Fuente: elaboración propia.

Educación Matemática en la primera infancia

Generalmente, la Educación Matemática en la primera infancia involucra a niños entre 3 y 6 años, pero, la investigación contemporánea sobre la Educación Matemática temprana se centra en los niños desde el nacimiento hasta que ingresan a la escuela formal en el primer grado (Björklund et al., 2020). En este sentido, el profesor debe tener dominio del conocimiento didáctico del contenido, lo cual implica conocer la resolución de problemas de matemáticas, esto

demanda “saber planificar adecuadamente un contexto de enseñanza que permita plantear un reto al alumnado” (Alsina, 2023, p.72). Lo anterior, pone en relieve la adecuada interpretación del contexto, este no hace referencias únicamente al contexto real, sino también a que puede ser un material manipulativo, un juego, un recurso literario, tecnológico o incluso gráfico (Alsina, 2020). La importancia de los contextos, se instala en que, a partir de estos, surgen y se plantean los problemas que dan lugar a situaciones de aprendizaje que involucran conceptos matemáticos que se abordan a través de diversos procesos, habilidades o competencias (Alsina, 2023).

Pensamiento numérico y Sentido Numérico

Con relación al desarrollo de pensamiento numérico algunos aspectos fundamentales estarían constituidos por el uso significativo de los números y el sentido numérico que suponen una comprensión profunda del sistema de numeración decimal (MEN, 1998). Lo anterior indica que el sentido numérico integra un concepto más amplio, el pensamiento numérico, éste último requiere del primero para ser potenciado.

La conceptualización del “sentido numérico”, data aproximadamente de 35 años, su primera definición, surge de National Council of Teachers of Mathematics en 1989 (Rodríguez, et al., 2015). Se describen cinco componentes: desarrollo del significado de los números, exploración de relaciones numéricas con manipulativos, entendimiento de las relaciones de magnitud de los números, desarrollo intuitivo del efecto de las operaciones en los números y desarrollo de referentes para la medición de objetos y situaciones comunes (NCTM, 1989; citado en Rodríguez, et al., 2015). Los estudios han encontrado que el sentido numérico es un predictor clave del logro matemático y es crucial para comprender todos los aspectos de las matemáticas formales (Feigensohn et al., 2013; citado en Gözümlü et al., 2024).

Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA)

Una THA tiene tres componentes: una meta, una progresión del desarrollo de los niveles de pensamiento y tareas de instrucción diseñadas explícitamente para promover el desarrollo de cada nivel (Clements & Sarama, 2009; Clements et al., 2020; Simon, 1995). Las progresiones del desarrollo son niveles ordenados de pensamiento, cada uno más sofisticado que el anterior, a través del cual los niños avanzan en su camino hacia el logro de la meta matemática y se configura como base para apoyar aprendizaje exitoso de los niveles posteriores (Sarama & Clements, 2009; Steffe & Cobb, 1988 citado por Clements et al., 2020).

Diferentes conceptualizaciones de la interacción de calidad

Se basa en un constructo teórico que consiste de nueve posibles conceptualizaciones de la interacción propuestos por Quabeck & Prediger (2023). Los cuales brindan un marco analítico que es usado para analizar las funciones de calidad de la interacción, operacionalizado en tareas, movimientos y formas basadas en la práctica (Tiempo relativo dedicado a cada función, expresado en porcentaje del tiempo total en la tarea). Mediante una combinación de tres focos de interacción: activación prevista por los profesores, activación representada por los docentes en la interacción y la participación individual de los estudiantes se cruza con los tres dominios de calidad: espacio para la conversación de los estudiantes, riqueza matemática, y la riqueza discursiva.

Método y desarrollo conceptual

Este trabajo se desarrolló bajo un paradigma de investigación cualitativo, se siguieron las fases de la Investigación Basada en Diseño (IBD) a través de experimentos de enseñanza en dos ciclos: se inició con la observación de tres clases de los profesores titulares y el análisis de los apuntes de los niños, luego se planificaron las tareas sin pensar aun en la interacción, seguido se analizaron en profundidad la actividad matemática de los participantes, que a manera de ejemplo para esta comunicación se presentan los resultados de un niño de cinco años de edad de una escuela de la Costa Norte colombiana. Se empleó la observación participante y el análisis de videos de las actividades realizadas por los niños. El instrumento principal lo constituyó la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje.

El ciclo 2: se hizo el rediseño y refinamiento, en el cual se ajustaron las actividades según los hallazgos del primer ciclo: necesidad de una mejor interacción, se analizaron los matices de la interacción, observándose la necesidad de mejorarla, por lo cual surge la necesidad de un marco analítico. Así se procedió a realizar la implementación mejorada: repitiendo el experimento con mejoras en el diseño, teniendo en cuenta las nueve posibles conceptualizaciones de la interacción de calidad, propuestos por Quabeck & Prediger (2023).

El análisis se realizó durante el experimento y en la fase de análisis retrospectivo, a partir de la triangulación de datos de 3 documentos básicos: análisis de las clases de los profesores titulares, del progreso de los niños frente a las tareas propuestas por sus profesores y luego de la intervención la transcripción de la observación de clase y de los videos, así como de las categorías diferentes conceptualizaciones de la calidad de la interacción.

Resultados

De los resultados se destaca, el progreso de los niños en torno a la comprensión de situaciones de conteo estructurado, las relaciones de orden y un avance en el razonamiento en situaciones aditivas con la intención de que el abordaje de las estructuras multiplicativas el niño lo haga de manera natural. El uso de THA cumplió un objetivo dual como fundamento teórico y como instrumento de investigación. Además, la implementación de las tareas tuvo un impacto positivo en el desarrollo del pensamiento matemático de los niños en los tres niveles: inicial, intermedio y avanzado. Sin embargo, para lograr una mejor y mayor participación de los niños fue necesario implementar las categorías del marco de las diferentes conceptualizaciones de la calidad de la interacción.

Además, se observó que el progreso del desarrollo del pensamiento matemático del niño, que va desde la exploración y manipulación inicial hasta la representación matemática abstracta. Es importante destacar que esta es solo una trayectoria hipotética, y el ritmo de aprendizaje de cada niño puede presentar variaciones ver tabla 1. A continuación, se describe la trayectoria hipotética de aprendizaje de los niños que se ven enfrentados a resolver las cuatro tareas propuestas, tomando como referencia los criterios y niveles definidos en cada rubrica. Como se puede apreciar, los resultados de este estudio son consistentes con investigaciones previas que han demostrado la efectividad de la instrucción basadas en THA (Rojas, 2023; Wright, 2014; Van den Heuvel-Panhuizen & Elia, 2020; Clements & Sarama, 2014).

Nivel Inicial

NI-T1: Exploración y manipulación. Los niños exploran y manipulan objetos de diferentes maneras, sin un criterio claro de clasificación. Comienzan a familiarizarse con el lenguaje matemático básico (colores, formas, tamaños).

NI-T2: Conteo uno a uno. Cuentan los objetos individualmente para determinar cantidades y resolver problemas simples.

NI-T3: Comparación básica. Identifican si un grupo tiene "más" o "menos" objetos que otro, pero no pueden determinar la diferencia exacta.

NI-T4: Reconocimiento de cantidades. Reconocen la cantidad representada por material concreto simple.

Nivel Intermedio

NB-T1: Clasificación y ordenación. Agrupan objetos por uno o dos atributos, utilizando diferentes estrategias como la comparación visual.

NB-T2: Conteo estructurado. Forman grupos de objetos sin contar uno por uno, utilizando estrategias como la subitización.

NB-T3: Comprensión de "más que", "menos que" e "igual que". Determinan la diferencia exacta entre dos grupos de objetos utilizando el conteo.

NB-T4: Realización de operaciones básicas. Realizan operaciones básicas de adición y sustracción con material concreto.

Nivel Superior

NS-T1: Agrupación por múltiples atributos. Agrupan objetos por varios atributos, utilizando criterios complejos y explicando su razonamiento.

NS-T2: Conteo eficiente. Forman grupos de objetos de manera rápida y eficiente, utilizando diferentes estrategias.

NS-T3: Resolución de problemas. Resuelven problemas simples de comparación de cantidades sin necesidad de contar uno por uno.

NS-T4: Representación matemática. Representan cantidades, realizan operaciones y representan resultados con material concreto de manera precisa y eficiente, explicando su proceso.

Tabla 1. *Trayectoria Hipotética de Aprendizaje según el desempeño en las tareas.*

Tarea	Nivel Inicial	Nivel Intermedio	Nivel Superior
TARE A 4	NI-T4	NB-T4	NS-T4
TARE A 3	NI-T3	NB-T3	NS-T3
TARE A 2	NI-T2	NB-T2	NS-T2
TARE A 1	NI-T1	NB-T1	NS-T1

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

A partir de los hallazgos obtenidos en los dos ciclos de experimentación, se puede concluir que la mayor bondad de las THA es que permite la planificación estructurada de las tareas, pensadas para mantener distintos niveles de demanda cognitiva. Lo que contribuye significativamente al desarrollo del pensamiento numérico en la primera infancia, toda vez que, permiten guiar el aprendizaje de los niños y dar cuenta de su progreso en los distintos niveles de pensamiento. Las THA sirven para guiar la enseñanza y el aprendizaje, ayudando a los educadores a identificar el nivel de comprensión de los niños y a ofrecer actividades que promuevan su desarrollo matemático. Asimismo, los resultados mostraron que la interacción entre docentes - estudiantes y estudiantes -estudiante desempeña un papel crucial en el aprendizaje de los niños. Durante el primer ciclo, se identificaron limitaciones en la manera en que los profesores facilitaban las tareas, lo que impactó negativamente en el desarrollo del pensamiento numérico.

En el segundo ciclo, con la implementación de un marco analítico basado en las nueve conceptualizaciones de la interacción de calidad (Quabeck & Prediger, 2023), se observó una mejora significativa en la participación de los niños y en su comprensión de los conceptos matemáticos. Además, el profesor debe moverse por los distintos escenarios que se generan del cruce entre las diferentes conceptualizaciones de la interacción de calidad. En suma, los hallazgos dan cuenta, que no basta con elaborar la THA con tareas de alta demanda cognitiva, sino también, promover ambientes de aprendizaje donde se brinde al estudiante espacio para la conversación, y que esta conversación tenga riqueza matemática y riqueza discursiva, lo cual debe implicar la participación activa de cada estudiante. Estos matices de la instrucción en la primera infancia rompen el paradigma de prácticas tradicionales del pensamiento sobre el aprendizaje basado en contenido matemáticos y e implica ampliarlo al desarrollo de habilidades, comprensión conceptual, razonamiento matemático y actitud en correspondencia (ICME 14, 2020).

Referencias y bibliografía

- Alsina, Á. (2020). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? TANGRAM –Revista de Educação Matemática, 3(2), 127-159.
<https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018>
- Alsina, Á. (2022). Transformando el currículo español de Educación Infantil: la presencia de la competencia matemática y los procesos matemáticos. *Números: revista de didáctica de las matemáticas*, 2022, vol. 111, p. 33-48.
- Alsina, Á. (2023). Conocimientos esenciales sobre los procesos, habilidades o competencias matemáticas: orientaciones para implementar situaciones de aprendizaje. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 12(2), 65-108. DOI: <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2023.65-108>
- Björklund, C., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kullberg, A. (2020). Research on early childhood mathematics teaching and learning. *ZDM*, 52, 607-619.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004) Learning Trajectories in Mathematics Education, *Mathematical Thinking and Learning*, 6:2, 81-89, DOI: 10.1207/s15327833mtl0602_1
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). Learning trajectories in early mathematics—sequences of acquisition and teaching. *Encyclopedia of language and literacy development*, 7, 1-6.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2012). Learning trajectories in mathematics education. In *Hypothetical Learning Trajectories* (pp. 81-90). Routledge.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.

- Clements, D. H., & Sarama, J. (2020). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.
- Clements, D. H., Sarama, J., & MacDonald, B. L. (2019). Subitizing: The neglected quantifier. *Constructing number: Merging perspectives from psychology and mathematics education*, 13-45.
- Clements, D. H., Sarama, J., Baroody, A. J., & Joswick, C. (2020). Efficacy of a learning trajectory approach compared to a teach-to-target approach for addition and subtraction. *ZDM*, 52, 637-648.
- Elia, I., Baccaglini-Frank, A., Levenson, E., Matsuo, N., Feza, N., & Lisarelli, G. (2023). Early Childhood Mathematics Education Research: Overview of Latest Developments And Looking Ahead. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. Revue internationale de didactique des mathématiques*, (28), 75-129.
- Elia, I., Mulligan, J., Anderson, A., Baccaglini-Frank, A., & Benz, C. (2018). Research in early childhood mathematics education today. *Contemporary research and perspectives on early childhood mathematics education*, 1-14.
- Finesilver, C. (2022). Beyond categories: dynamic qualitative analysis of visuospatial representation in arithmetic. *Educational Studies in Mathematics*, 110(2), 271-290.
- Gözüm, A. İ. C., Özberk, E. H., Kaya, Ü. Ü., & Uyanık Aktulun, Ö. (2024). Number sense across the transition from preschool to elementary school: A latent profile analysis. *Early Childhood Education Journal*, 52(6), 1221-1243.
- Heuvel-Panhuizen, M. V. D. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 9-35.
<https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000005212.03219.DC>
- Icfes. (2024). *Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA)*. Informe nacional de resultados para Colombia 2022
- Ministerio de Educación Nacional. (2016) Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) para el Grado Transición.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares en matemáticas. Bogotá
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2013). *Mathematics in early childhood learning*.
<https://www.nctm.org/>.
- Quabeck, K., Erath, K., & Prediger, S. (2023). Measuring interaction quality in mathematics instruction: How differences in operationalizations matter methodologically. *The Journal of Mathematical Behavior*, 70, 101054.
- Rodríguez, O. H., Rico, P., & Helvia Quintero, A. (2015, March). Desarrollo del sentido numérico para la construcción del concepto de número real. In XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática.
- Rojas, S. (2023). *Hacia la generación de oportunidades de aprendizaje de calidad para cada estudiante en la clase de matemáticas en contextos rurales* [Tesis doctoral, Universidad Antonio Nariño].
- Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the Role of Mathematical Tasks in conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory, *Mathematical Thinking and Learning*, 6:2, 91-104, DOI: 10.1207/s15327833mtl0602_2
- The 14th International Congress on Mathematical Education (2021). TSG 1 Mathematics education at preschool level (2020). Shanghai, China.
- The 14th International Congress on Mathematical Education (2024). TSG 3.6 Mathematics education at preschool level (2024). Sydney, Australia.
- Wright, V. (2014). Towards a hypothetical learning trajectory for rational number. *Mathematics Education Research Journal*, 26, 635-657.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Elia, I. (2020). Mapping kindergartners' quantitative competence. *ZDM*, 52(4), 805-819.



Recursos manipulativos y tecnológicos para la enseñanza de la estadística en el nivel primario

Rosa **Mirabal** Paulino
Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra
República Dominicana
rh.mirabal@ce.pucmm.edu.do
Caridad **Espinal** Matías
Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra
República Dominicana
ca.espinal@ce.pucmm.edu.do

Resumen

El abordaje de los contenidos de estadística que presenta la Adecuación Curricular en el nivel primario sconstituye un gran reto para los docentes en la República Dominicana, sobre todo aquellos educadores que no han tenido una formación adecuada en el área de Matemática. Este taller tiene el propósito de promover el uso de recursos manipulativos y tecnológicos que ayuden a mejorar la enseñanza de la estadística en el nivel primario, para que se produzca en los estudiantes aprendizajes significativos, tomando en cuenta que el entorno social que los rodea está cargado de información que puede ser aprovechada en procesos de datos estadísticos, desarrollando su capacidad de pensamiento lógico, interpretación de resultados y toma de decisiones, así como las habilidades para la construcción de tablas, gráficos y hacer resumen de medidas de centralización y el concepto probabilidad.

Palabras clave: Aprendizaje; Docente; Enseñanza; Estadística; Manipulativos; Nivel Primario; Recursos; República Dominicana; Tecnología.

Introducción

En la actualidad es muy notorio el creciente uso de la estadística en todos los ámbitos sociales a nivel mundial, por lo que desde los primeros años de escolaridad, de acuerdo con el Diseño Curricular dominicano y la actual Adecuación del mismo(2022), los educandos deben aprender contenidos básicos de estadística que les proporcione formas de comprender

informaciones de lo que ocurre a su alrededor, y que les son transmitidas a través de los medios de comunicación, sin embargo, muchos docentes del sector público manifiestan tener dificultades a la hora de impartir estos contenidos a sus alumnos y entre otras razones está el no tener la formación adecuada sobre las estrategias y los recursos para enseñarlos, llegando a obviarlos de su planificación de clases por falta de dominio.

Definición y relevancia del tema a desarrollar en el taller

El sistema educativo dominicano ha experimentado cambios en el marco legal, en el diseño de políticas educativas, en el enfoque curricular y en las metas de aprendizaje, lo que genera nuevos desafíos de formación en cuanto a las competencias profesionales de los docentes, tales como las prácticas de enseñanza coherentes con el enfoque por competencias que propone la Adecuación Curricular del Nivel Primario, de igual modo el fortalecimiento de las competencias tecnológicas para un mejor dominio de los diferentes programas utilizados en la enseñanza.

La Adecuación Curricular (2022), presenta dentro del área de Matemática el bloque de estadística con los contenidos que deben aprender los estudiantes del nivel primario en los centros educativos de la República Dominicana. En el primer ciclo, en primer grado, debe enseñarse la recolección y organización de datos, tablas de conteo y pictogramas. En segundo grado se da todo el contenido del primer grado más el gráfico de barras y en tercer grado se encuentra el contenido del segundo grado más el gráfico lineal. En el segundo ciclo del nivel primario está el cuarto grado que abarca el mismo contenido de todos los grados anteriores. En quinto grado está la recolección de datos, gráfico de barras, media, moda y mediana, para datos no agrupados y el concepto de probabilidad. En sexto grado está la recolección de datos, tablas de frecuencias, cálculo de las medidas de centralización para datos no agrupados, gráfico lineal, gráfico circular y conceptos de probabilidad.

En la contextualización del área de Matemática correspondiente al nivel primario, descrita en la Adecuación Curricular (2022, pág. 52), se define que “El perfil del egresado del Nivel Primario se construye con una Matemática escolar dinámica, de forma tal que los estudiantes puedan explorar, descubrir, crear, acomodarse a diferentes tipos de situaciones, condiciones, y estrategias de resolución, para construir nuevos y significativos conocimientos”. En este taller se pretende realizar actividades prácticas que fortalezcan los procesos de enseñanza sobre los contenidos curriculares, procedimentales, correspondientes al bloque de estadística del Nivel Primario, abordando la construcción de tablas de frecuencias y de los diferentes gráficos estadísticos: pictogramas, de barras, lineal y circular, mediante la utilización de recursos manipulativos y herramientas tecnológicas, para fomentar en los docentes y estudiantes de educación primaria, el desarrollo de las competencias fundamentales comunicativas, pensamiento lógico, crítico y creativo, resolución de problemas, y Científica y Tecnológica, además de las competencias específicas establecidas en la Adecuación Curricular del área de Matemática en cada grado del Nivel Primario, de manera que los participantes puedan construir una experiencia positiva que les permita integrar a su práctica docente los aprendizajes adquiridos en este taller, con el fin de posibilitar el desplazamiento de sus estudiantes a niveles superiores de desempeño y de esta manera contribuir a colocar al país en una mejor posición en los estudios internacionales.

Los niveles de logro considerados en el Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE 2019) en la competencia Matemática para sexto grado del Nivel Primario muestran que en la República Dominicana el 77% de los estudiantes se encuentran en el nivel más bajo (nivel 1) y el 20.8% en el nivel 2 demostrando aprendizajes por debajo de lo esperado en el área de Matemática.

Por consiguiente, este taller representa en sí mismo un aporte didáctico de calidad para ser aplicado por los docentes en el bloque de estadística con un enfoque por competencias como lo promueve el currículo dominicano en el área de Matemática.

Referencial teórico

Elementos conceptuales y metodológicos sobre recursos didácticos.

Según Alsina (2006) “el material manipulativo debe desempeñar un papel básico en los primeros niveles de enseñanza, por la necesidad que tienen los niños de contar con referentes concretos de los conceptos abstractos que tratamos de enseñarles” Esto destaca la importancia que tiene el uso de materiales manipulativos en el aprendizaje de la Matemática en los primeros años de escolaridad, por la abstracción de algunos conceptos matemáticos.

De acuerdo con V. Matailo y R. Salcedo (2023) “emplear recursos manipulativos en el área de Matemática crea espacios de aprendizaje, atractivos y motivadores para los estudiantes, lo cual, provoca en ellos una actitud positiva al momento de aprender, además, permiten que los estudiantes progresen de manera efectiva, desarrollando habilidades individuales de forma que sean independientes en su formación”. En este sentido, son muchas las ventajas que ofrece la utilización de recursos manipulativos tanto para la enseñanza como para el aprendizaje de los alumnos en dicha área del conocimiento.

En INET (2020) dice que los recursos o materiales didácticos se clasifican según su finalidad, su utilidad y su formato.

Por la finalidad con la que fueron creados se agrupan en:

- a) Materiales específicos o estructurados, son aquéllos diseñados con intencionalidad didáctica y creada para trabajar contenidos del currículo educativo.
- b) Materiales no específicos o no estructurados, son los que no han sido pensados con intencionalidad didáctica, sino para otra función, pero que se usan para la enseñanza.

En ambos casos pueden ser manipulativos y no manipulativos.

Según su utilidad se clasifican en:

- a). Contenidos. Por ejemplo: Aritmética, Geometría, Estadística y Probabilidad.
- b). Nivel educativo: educación infantil, educación secundaria, nivel primario, nivel terciario.
- c). Momento de uso: preinstruccional, coinstruccional y posinstruccional.
- d). Tipo de tarea: mostrar, observar, buscar, resolver problemas...
- e). Tipo de aprendizaje: memorizar, comprender, aplicar algoritmos, ejercitarse (dominar la técnica).

De acuerdo al formato:

- a). Soporte: informático, material (plástico, madera, papel...).
- b). Accesibilidad: fácil de encontrar en el mercado y solamente en comercio especializado.
- c). Grado de difusión: muy conocido y difundido; muy específico, poco difundido.

Recursos didácticos tecnológicos para la enseñanza de la estadística

El Instituto Nacional de Estadística de la UNESCO (2009), indicó que la implementación de las Tics en educación debería ser primordial a fin de lograr una educación para todos.

Una de las competencias fundamentales del currículo en el Nivel Primario es la científica y tecnológica y existen recursos tecnológicos que permite tanto a los docentes como a sus estudiantes el logro de esta competencia, sin embargo, es de suma importancia considerar la formación previa de los docentes para estos fines.

Para Levin y Waugh (1998) "Una formación deficiente promueve la inseguridad del docente y un consecuente sentimiento de aislamiento y fracaso, que trae como consecuencia una vuelta a formas anteriores de impartir conocimiento" Esto indica que los docentes deben prepararse previamente tanto en los contenidos a impartir como en el uso de la herramienta tecnológica que tiene a su disposición.

Según Holguín (2019):

La estrategia para los docentes del área de Matemática y estadística constituye una metodología dirigida a la conformación de un banco de alternativas innovadoras para trabajar didácticamente con estos conceptos, tanto en su didáctica como en su forma de implementar un software".

Entre otros softwares, los docentes del nivel primario pueden utilizar GeoGebra, Canva, Excel y SPSS, para la enseñanza de la estadística, por su fácil manejo y accesibilidad.

GeoGebra es una plataforma de software libre diseñada para facilitar la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas y ciencias. Su capacidad para combinar geometría, álgebra, cálculo y estadística en un entorno interactivo lo convierte en una herramienta clave para los centros educativos que desean implementar metodologías de enseñanza más dinámicas. Con su interfaz intuitiva y su versatilidad, GeoGebra ha demostrado ser una herramienta eficiente para diversos usuarios, desde docentes hasta estudiantes y padres interesados en apoyar el aprendizaje de sus hijos.

La implementación de GeoGebra en el aula también fomenta el aprendizaje colaborativo, ya que facilita la exploración conjunta de problemas matemáticos. Además, ofrece recursos didácticos para enriquecer las clases.

Canva es un sitio de diseño de materiales visuales que integra una interfaz simple enfocada en facilitar las tareas de creación del usuario mediante la propuesta de plantillas preestablecidas según el tipo de material a utilizar.

Excel es una hoja de cálculo que nos permite manipular datos numéricos y de texto en tablas formadas por la unión de filas y columnas. Es conocido como una de las herramientas más populares para el análisis de datos y la manipulación. Además de su funcionalidad básica para crear gráficos y tablas, Excel ofrece una amplia gama de funciones estadísticas que pueden realizar varios cálculos estadísticos. Estas funciones incluyen Promedio, mediana, desviación estándar, correlación, regresión, gráfico de barra, de pastel, histograma y muchos más.

El programa SPSS es un software estadístico utilizado en la investigación social y de mercado. Es un paquete de software que permite a los investigadores procesar y analizar grandes cantidades de datos, formular hipótesis y realizar predicciones sobre la base de la información proporcionada. Es compatible con la mayoría de los formatos de archivo, lo que lo convierte en una herramienta muy versátil para cualquier tipo de investigación.

Estrategia para desarrollar el taller

Para las actividades que se van a realizar en este taller se utilizará tanto materiales manipulativos como tecnológicos, ya que estos pueden ser un complemento de las actividades manuales que se realizan en el aula, ayudando, entre otras cosas, a eficientizar el tiempo en clases. Dichas actividades parten de una o más situaciones problemáticas propuestas, que desarrollan habilidades como: tabular datos (recogida, organización y presentación de datos en tablas de conteo), Construir gráficos estadísticos (Pictogramas, gráficos de barra, gráfico de pastel o circular y gráfico lineal). Calcular medidas de centralización (media aritmética, mediana y moda), Hacer cálculos elementales de probabilidad en concordancia con los contenidos curriculares de estadística en el nivel primario.

Tras finalizar cada actividad del taller, los grupos participantes completarán un instrumento que les permitirá definir los siguientes aspectos en relación a los estudiantes: conocimiento matemático previo a la realización de la actividad a desarrollar, habilidades necesarias para la construcción de gráficos, el nivel, la secuencia de los contenidos, las dificultades que los estudiantes pueden presentar para realizar los mismos y los errores que podrían cometer. De igual modo el rol del docente durante los procesos de enseñanza aprendizaje de los contenidos curriculares trabajados.

1. Primer momento: (Introducción al taller e identificación de conocimientos previos) (30 minutos).

Presentación de los objetivos del taller e importancia de utilizar recursos manipulativos y tecnológicos en la enseñanza de la estadística para la educación primaria. Identificación de los saberes previos sobre la recolección de datos, tablas de frecuencias, elaboración manual de gráficos estadísticos y el uso de herramientas tecnológicas para la enseñanza de la estadística descriptiva en dicho nivel educativo. Explicación del interfaz de usuario de los softwares que se utilizarán en el taller (Excel, GeoGebra, Canva y SPSS).

A continuación se formarán los grupos de participantes, se les plantearán dos situaciones problemáticas, una con variable cualitativa y la otra con una variable cuantitativa. A partir de

estas variables se realizará una encuesta de opción única entre todos los participantes del taller y luego con la información recolectada cada grupo resumirá en tablas de conteo o de frecuencias, dicha información. Primero harán la construcción de las tablas de forma manual, utilizando papelógrafo, regla y marcador, y después con la instrucción de las facilitadoras realizarán la construcción de las mismas utilizando las herramientas tecnológicas Excel y SPSS, en donde se digitarán los datos recolectados, observando que en Excel se construyen directamente y en SPSS se genera automáticamente.

2. Segundo momento: (Construcción pictograma y gráfico de barra) (30 minutos)

Con la tabla construida en el primer momento (variable cualitativa) se elabora un pictograma con manipulativos (cartulina o papelógrafo, regla, imágenes y otros recursos de apoyo) y en la parte tecnológica utilizarán los softwares Excel y Canvas, en ambos programas se tomará en cuenta la representación visual (traducción numérica en imágenes), la organización y estructura (organización de las imágenes adecuadas a la variable utilizada), la comprensión de los elementos del gráfico (leyenda, símbolos y título), el diseño visual (colores, estilo) y la comunicación (interpretación de la información representada en el gráfico construido). Así mismo, en el gráfico de barras con manipulativos se utilizará (cartulina o papelógrafo, hojas de colores, regla y marcadores), los conocimientos conceptuales (variable, tipo y estructura de datos), el diseño (seleccionar eje, longitud de cada barra, etiquetas, títulos, colores y espacios). En la parte tecnológica se construirá el mismo gráfico con los softwares Geogebra (se digitan los datos de la tabla y se genera el gráfico) y SPSS (se genera el gráfico de los datos ya digitados en el momento 1)

3. Tercer momento: (Construcción gráfico lineal y circular) (30 minutos)

A partir de la información tabulada en el momento 1 (variable cuantitativa), se construirá un gráfico lineal con manipulativos (papelógrafo, lápiz, regla y marcador). Con tecnología se utilizarán los softwares Excel y SPSS. En ambas construcciones se toma en cuenta los conocimientos conceptuales (variable, tipo y estructura de datos), el diseño (ejes y escalas, etiquetas, títulos, colores y espacios). Con los softwares Excel (a partir de la tabla construida en el momento 1 se construye el gráfico) y en SPSS (se digitan los datos recolectados en el momento 1 y se genera el gráfico deseado). Usando la tabla del momento 1 (variable cualitativa) se construirá un gráfico circular con manipulativos (hojas en blanco, compás, transportador, regla, lápiz y crayolas) y con tecnología usarán los softwares: Excel, Canvas y SPSS. En ambos casos se consideran los cálculos previos (porcentaje correspondiente a cada sector circular, conversión de las proporciones porcentuales en grados), para los softwares se generan los gráficos de los datos o tablas ya digitados en el momento 1)

4. Cuarto momento: (Medidas de tendencia central) (10 minutos)

Se planteará una problemática del contexto para determinar la mediana, moda y media aritmética partiendo de los conceptos teóricos, luego utilizando hojas en blanco y lápiz los participantes realizarán estos cálculos manualmente y después con los mismos datos planteados a principio de este momento, harán uso de los softwares SPSS y Excel, guiados por el facilitador.

5. Quinto momento (Experimento aleatorio, espacio muestral, evento o suceso) (10 minutos)

Se realizará un experimento aleatorio planteado por las facilitadoras donde los participantes determinarán el espacio muestral del experimento, seleccionarán del espacio muestral un evento o suceso y luego harán el cálculo de la probabilidad de ese evento. Tras esta actividad manual, los participantes harán uso del software Excel para el cálculo de las probabilidades de manera tecnológica, guiados por las facilitadoras.

Cabe destacar que el tiempo estimado propuesto para desarrollar las actividades de cada momento de este taller es tentativo.

Al finalizar el taller se realizará una indagación dialógica para discusión general y clausura intelectual del taller.

Recursos y actividad en el aula

En cada momento del taller el facilitador proporciona una guía que incluye cada consigna de trabajo por cada momento, además de los recursos que deberán utilizarse.

El curso está diseñado para 21 participantes, distribuido grupalmente en tres estudiantes por grupo.

Cada grupo debe tener por lo menos una computadora estacionaria o portátil con el software libre GeoGebra instalado enlace <https://www.geogebra.org/download>, GeoGebra clásico 5 como mínimo, SPSS enlace para la descarga <https://spss.softonic.com/>, Excel para el desarrollo de la actividad y Canva (<https://www.canva.com/>).

A cada grupo se le proporcionará los siguientes recursos: lápices, hojas de trabajo, folders, cartulina, hojas de colores, papelógrafos, regla, transportador, compás y tijeras.

Referencias

- Alsina, A. (2011). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdicos-manipulativos para niños y niñas de 6 a 12 años*. Madrid: Narcea Ediciones.
- Escobar, J. (2025). ¿Qué es Excel y para qué sirve?. <https://excelparatodos.com/que-es-excel/>
- Estévez, A. (22 de enero de 2025). *Guía completa para GeoGebra en 2025: Potenciando el aprendizaje matemático*. <https://ined21.com/guia-completa-para-geogebra-en-2025/>
- González, S., Luna, E., & Caraballo, J. (2011). *Serie Explora la Matemática: Guía del Maestro*. PUCMM, República Dominicana.
- Holguín, O. & Silva Mill, D. (2019). Uso de geogebra y probabilidades: herramientas de interfaz pedagógica en la enseñanza de la estadística, *Brazilian Journal of Development*, 5(7), 10159-10178. <https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/2486/2512>
- Instituto Nacional de Educación Tecnológica (INET). (2020). *Oficina del gobierno federal*. Buenos Aires, Argentina.
- Instituto Nacional de la Estadística de la UNESCO (2009). *Medición de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en educación: Manual del usuario*. España.
- Levin, J., Waugh, M. (1998). Teaching Teleapprenticeships: Frameworks for integrating technology into teacher education. *Interactive Learning Environments*, 6(1-2), 39-58.

- Matailo, V., & Salcedo, R. (2023). La importancia de los recursos didácticos manipulativos en el razonamiento lógico – Matemático, *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(2), 10317-10337. DOI: https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i2.6121
- Ministerio de Educación (2014). *Bases para la revisión del diseño curricular*. Santo Domingo: MINERD.
- Ministerio de Educación (2016). *Diseño curricular del nivel primario*. Santo Domingo: MINERD.
- Ministerio de Educación (2023). *Adecuación curricular del nivel primario*. Santo Domingo: MINERD.
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO). (2022). *El estudio ERCE* (2019). París, Francia y OREALC/UNESCO en Santiago de Chile.
- SPSSgratis. (2025). ¿Qué es el software SPSS y para qué sirve?. https://spssgratis.com/que-es-spss/#google_vignette
- Trejo González, H. (2018). Herramientas tecnológicas para el diseño de materiales visuales en entornos educativos. *Sincronía*, 74, 617–669. <https://doi.org/10.32870/sincronia.axxii.n74.30b18>



Secuencia de actividades para la comprensión del concepto de área en el marco de la EpC

Juliana **Ramírez** Ramírez
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia
Colombia

juliana.ramirez7@udea.edu.co

Juliana Andrea **Marín** Mosquera
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia
Colombia

andrea.marin5@udea.edu.co

Zaida Margot **Santa-Ramírez**
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia
Colombia

zaida.santa@udea.edu.co

Resumen

La enseñanza de la geometría ha estado permeada de estrategias que priorizan la memorización y mecanización de conceptos y fórmulas que no garantizan su comprensión. Ante ello, el presente trabajo expone una secuencia de actividades bajo el marco de la Enseñanza para la Comprensión, la cual pretende que los estudiantes de grado cuarto de básica primaria, desde su autonomía, desarrollen comprensión respecto al concepto de área y a las fórmulas empleadas para el cálculo de su magnitud a partir del recubrimiento de superficies. Es un estudio de pregrado con enfoque cualitativo y un trabajo de campo en curso; de este se proyecta, además de lo mencionado, contribuir al fomento del trabajo en equipo, la comunicación, y la manipulación de material concreto que permita procesos de abstracción.

Palabras clave: Concepto de Área; Didáctica de la geometría; Educación primaria; Enseñanza para la Comprensión; Material concreto; Secuencia de actividades.

Definición y relevancia del problema

La geometría es una rama de las Matemáticas presente en los planes de estudio de la educación básica colombiana. Aunque los documentos rectores (MEN, 1998; 2006) reconozcan la importancia de su enseñanza, en la práctica, usualmente, los contenidos temáticos son presentados a los estudiantes a través de metodologías que enfatizan en construcciones mecanicistas y descontextualizadas, así como en la memorización de fórmulas y definiciones poco claras (Gamboa y Ballester, 2010). Abrate et al. (2006) comentan que la enseñanza de la geometría está reducida a los aspectos métricos (aritmización) y a la introducción de la trigonometría, dejando de lado los demás aspectos importantes para la idónea formación de los estudiantes.

Tópicos como las magnitudes geométricas (área, perímetro, volumen, etc.) son llevados al aula de esta misma manera, pues algunos profesores consideran que memorizar una fórmula es una manera más rápida de aprender estos conceptos, ignorando que esto no garantiza una comprensión real de estos, ni fomenta el establecimiento de relaciones con conocimientos previos (García, 2020). A su vez, algunos autores como González et al. (2013) reconocen que, como consecuencia de este tipo de metodologías, los estudiantes tienen concepciones equívocas con respecto a algunas magnitudes geométricas, destacando el caso particular del concepto de área, debido a que suelen relacionarlo, directamente, con una fórmula; lo anterior provoca una percepción limitada de su concepto, lo que dificulta entenderlo como la medida de la superficie y genera confusión a la hora de usar sus fórmulas asociadas. Al respecto, Corberán (1996) menciona:

Son frecuentes los errores cometidos por los alumnos al utilizar las fórmulas. Se observa dificultad e incluso incapacidad de utilizarlas para calcular áreas de superficies poligonales sencillas o para aplicarlas con éxito a la resolución de problemas relativamente sencillos y que pueden requerir algo más que una sustitución de un número dentro de una fórmula. (p. 11)

En vista de lo anterior, se hace necesaria la implementación y creación de diferentes estrategias que busquen generar comprensión en los estudiantes, propiciando un acercamiento de manera intuitiva al concepto de área, e incluyéndolos en el entendimiento de las fórmulas para su cálculo. Así lo constatan Godino et al. (2004) al destacar que es posible introducir el concepto de área a través de ideas primitivas que les permitan a los estudiantes participar activamente en su proceso de aprendizaje. Por ello, el objetivo de este estudio es presentar una secuencia de actividades que propicie en los estudiantes la comprensión del concepto de área en el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC).

Referencial teórico

En concordancia con el planteamiento del problema y como alternativa para su tratamiento, se enmarca esta propuesta bajo el marco de la EpC, que, según Jaramillo et al. (2004), es un modelo constructivista de enseñanza que surgió en la década de los 80s, desarrollado por los investigadores David Perkins, Howard Gardner y Vito Perrone. De acuerdo con Perkins (1999), la comprensión, además del acopio de información, es la capacidad de aplicarla en diferentes contextos, demostrando flexibilidad en el uso de la información; es así como “comprendemos un

proceso cuando contamos con una teoría que nos permite orientar nuestra acción en relación con ese proceso en forma exitosa” (Jaramillo et al., 2004, p. 530). De este modo, la EpC busca que los estudiantes sean los principales partícipes de la construcción de sus conocimientos y, en general, de su aprendizaje. Según Jaramillo et al. (2004), este marco conceptual está constituido por cuatro elementos y cuatro dimensiones de la comprensión, y las correspondencias entre ellos.

Elementos de la comprensión

De acuerdo con Perkins (1999), el primer elemento son los tópicos generativos, los cuales son ideas centrales que establecen diversas articulaciones entre los temas y la cotidianidad de los estudiantes. El segundo elemento son las metas de comprensión, que son un conjunto de propósitos en función de las ideas centrales y de la comprensión, ante la amplitud del tópico generativo. Los desempeños de comprensión constituyen el tercer elemento y responden a la pregunta “¿qué debo poner a hacer a mis estudiantes para que puedan poner en evidencia ante sí mismos y ante los demás qué es lo que comprenden y qué es lo que no comprenden?” (Jaramillo et al., 2004, p. 533); dichos desempeños contemplan las siguientes fases:

(1) Exploración. Identificación de los saberes previos de los estudiantes con respecto a ciertos conceptos y nociones. (2) Investigación guiada. Los estudiantes, desde la utilización de herramientas y la manipulación de materiales, establecen lo necesario para lograr su comprensión. (3) Proyecto final de síntesis. Los estudiantes mostrarán la comprensión del objeto de estudio, siendo abordado desde una asignación evaluativa.

Por último, la evaluación diagnóstica continua ofrece a los estudiantes una evaluación frecuente que informe el estado del proceso en todo momento (Perkins, 1999); este cuarto elemento responde a la pregunta “¿cómo podemos averiguar qué es lo que comprenden los alumnos?” (Stone, 1999, p. 24).

Dimensiones de la comprensión

Las dimensiones de la comprensión son aquellas categorizaciones que dan cuenta de las características visibles de los desempeños de los estudiantes (Santa, 2016). Estas dimensiones son las siguientes, de acuerdo con Boix y Gardner (1999):

Dimensión de contenidos. Contenidos temáticos específicos organizados en redes conceptuales que conforman la teoría, aquellos que se esperan que el estudiante comprenda.

Dimensión de métodos. Análisis e implementación de los métodos utilizados para llegar y comprobar afirmaciones certeras de la comprensión alcanzada.

Dimensión de praxis (propósitos). Relación inmediata entre la teoría y la práctica, es decir, lo que se pretende que el estudiante realice y aplique según lo que comprende.

Dimensión de formas de comunicación. Permite al estudiante implementar el uso de ciertos símbolos para comunicar lo que ha aprendido, mediante la utilización de un lenguaje apropiado y comprensible.

Según Stone et al. (1999), se establecen cuatro niveles para estimar la profundidad de la comprensión. Desde la comprensión ingenua, en la que los estudiantes observan su realidad de manera pasiva, sin establecer relaciones entre los elementos que la componen y la manera de

establecer referencias que la configuren y justifiquen (Boix y Gardner, 1999), se avanza a la comprensión de novato y la comprensión de aprendiz, hasta, por último, la comprensión de maestría, en la cual los estudiantes son “integradores, creativos y críticos” (Boix y Gardner, 1999, p. 241). En este último nivel, pueden moverse, de manera flexible, entre dimensiones, articulando los criterios que permiten construir y validar el conocimiento en una disciplina; además, pueden usar el conocimiento para “reinterpretar y actuar en el mundo que los rodea” (p. 241).

Método y desarrollo conceptual

Tipo de estudio y participantes

Este estudio se enmarca en el enfoque cualitativo, en tanto pretende encontrar algunas perspectivas teóricas que permitan dilucidar la comprensión de los estudiantes del grado cuarto de básica primaria (niños de ocho o nueve años) del concepto de área, a través de una secuencia de actividades en el marco de la EpC. La información se recolecta a través de observaciones, entrevistas y materiales de los estudiantes de una institución educativa pública del municipio de Bello (Antioquia, Colombia). Dado que la investigación se encuentra en estado de trabajo de campo, a continuación, se presentan algunas actividades de la secuencia didáctica.

Actividades propuestas

A través del planteamiento de las siguientes actividades se procura el logro del tópico generativo, el cual es propiciar la comprensión del concepto de área por parte de los estudiantes del grado cuarto a través del recubrimiento de superficies, la conservación y comparación de áreas, y el cálculo de estas a partir de la construcción de algunas fórmulas. Las actividades se organizan de acuerdo con las fases de los desempeños de la comprensión, en concordancia con la EpC.

En la fase de exploración se realiza alguna actividad que permita indagar los saberes previos que los estudiantes poseen con respecto al concepto de área. Para esto se puede recurrir a juegos o dinámicas que orienten preguntas como: ¿qué es el área?, ¿qué se mide con el área?, ¿alguna vez has medido el área de algo?, ¿cómo lo has hecho?, entre otras preguntas.

Durante la fase de investigación guiada, los estudiantes se acercarán al concepto de área a partir de diferentes actividades de recubrimiento de superficies, conservación y comparación de áreas, y su cálculo a través de la construcción de fórmulas. Como primera actividad, llamada *¿Con qué recubrimos la superficie?*, los estudiantes deben recubrir una hoja tamaño carta con recortes de polígonos a modo de patrón de medida, implementando el recubrimiento con un tipo de polígono particular por hoja (ver Figura 1). Posterior a ello, el profesor guía la actividad en función de las siguientes preguntas: ¿cómo organizaron los polígonos en la hoja?; ¿cuántos polígonos (rectángulos no cuadrados, triángulos, círculos, cuadrados...) se necesitan para recubrir la hoja sin superponerlos?; ¿es posible medir la superficie de la hoja a partir de esos polígonos?; ¿cuál polígono permite un “mejor” recubrimiento de la hoja?; si le llamamos área a la medida de la superficie de una figura, ¿cuál es el área de la hoja a partir de los polígonos?

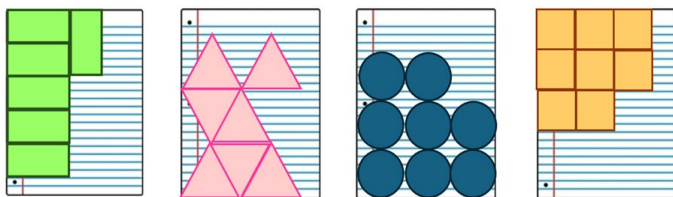


Figura 1. Actividad ¿Con qué recubrimos la superficie?

Para trabajar la conservación del área, se plantea la actividad *Transformando el Cuadrado*, la cual consiste en resolver una serie de rompecabezas conocidos como *cuadraturas* (ver Figura 2); dichos rompecabezas son disecciones geométricas que, al realizar ciertos cortes sobre una figura, generan piezas que se reordenan para obtener un cuadrado (Velásquez, 2013). El objetivo es completar el rompecabezas y resolver los interrogantes: ¿cómo son las áreas de los dos polígonos?, ¿cómo es el área del polígono final respecto al área del polígono inicial?

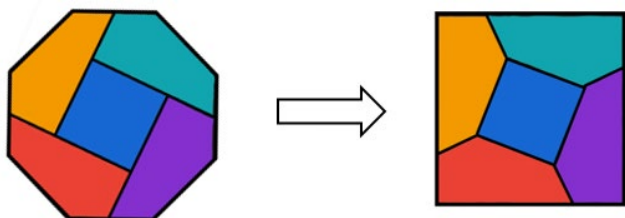


Figura 2. Actividad Transformando el cuadrado (Velásquez, 2013).

Una tercera actividad, *Mosaico*, tiene como objetivo el cálculo del área total de una figura dada a partir de la suma de las medidas preestablecidas de las áreas de las partes que la componen (ver Figura 3). A su vez, se les puede presentar a los estudiantes diversas figuras compuestas por los mismos tipos de polígonos (sin medida de su área) y pedirles que determinen cuál de ellas posee mayor y menor área a partir de la cantidad de polígonos que la componen.

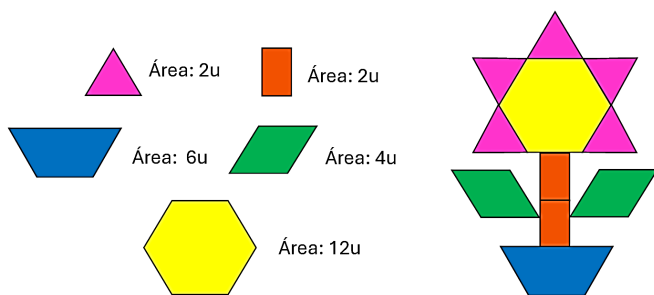


Figura 3. Actividad Mosaico.

Las siguientes actividades pretenden introducir las fórmulas del cálculo del área de algunas figuras geométricas como rectángulos, paralelogramos y triángulos. La actividad *Zoológico Numérico* consiste en que, en una hoja cuadrículada se inscriben rectángulos, de los cuales cada uno representa el corral de un animal en un zoológico (ver Figura 4). Los estudiantes deben

determinar el área de cada corral. Debido a que el procedimiento de la sumatoria y conteo de cada uno de los cuadrados que componen la cuadrícula de un determinado corral es algo tedioso, se les debe incentivar a encontrar una manera más rápida para hallar el área, procurando que concluyan que el área es igual al número de cuadrados de una fila (base) por el número de filas (altura).

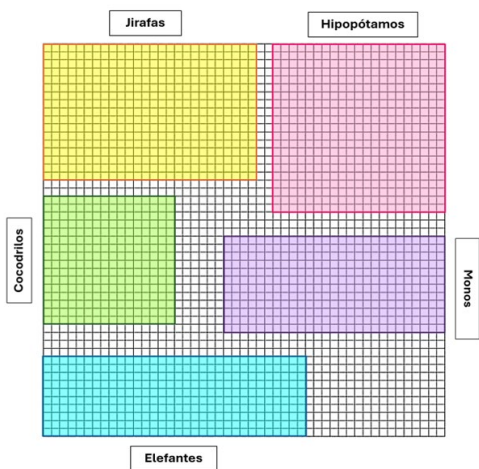


Figura 4. Actividad Zoológico Numérico.

Partiendo de la fórmula para hallar el área del rectángulo, se puede encontrar el área del paralelogramo no rectángulo y del triángulo. Al tener un paralelogramo no rectángulo de papel, los estudiantes deben, a modo de reto, formar un rectángulo (Godino et al. 2004). Una manera para hacerlo es trazar la altura del paralelogramo no rectángulo desde uno de sus vértices y recortar por esa línea, obteniendo dos pedazos (un trapecio y un triángulo rectángulo). Al reorganizar estas partes se puede formar un rectángulo; con esto se busca que los estudiantes concluyan que la medida del área del paralelogramo es el producto de la medida de la base por la medida de la altura. De manera similar, se encuentra la fórmula del área del triángulo. Partiendo de dos triángulos congruentes, los estudiantes deben construir un paralelogramo (Godino et al. 2004); al llegar a este, ellos pueden concluir que el área de un triángulo es la mitad del área de un paralelogramo, es decir, la mitad del producto de la medida de la base por la medida de la altura.

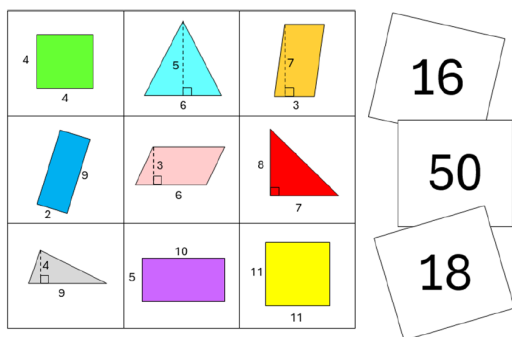


Figura 5. Actividad Lotería de Áreas.

Para consolidar la comprensión, se propone una actividad nombrada *Lotería de Áreas* (ver Figura 5), en la cual los estudiantes disponen de un tarjetón con una cuadrícula de 3×3 , es decir, con nueve casillas; en cada una de ellas se presenta la imagen de un polígono, como paralelogramos o triángulos, con las medidas preestablecidas de sus lados y de sus alturas. El profesor extrae de una bolsa medidas de las áreas de esas figuras, y el estudiante que posea una figura con esa medida de área, levanta la mano. Luego, se le entrega al estudiante la imagen verificando que el área corresponda, para cubrir la respectiva figura en su tarjetón. El estudiante que primero logre cubrir todas las casillas de su tarjetón gana el juego.

En la fase de proyecto final de síntesis se les plantea a los estudiantes la elaboración de un mosaico, que se entiende como una figura compuesta a partir de diversas piezas pequeñas. Se les proporciona un molde con determinados polígonos y las medidas de sus lados (ver Figura 6); con estos moldes deben realizar dicha construcción, utilizando los polígonos y la cantidad de ellos que se deseen. Deben calcular la medida del área de cada una de las figuras que lo componen y el área total del mosaico, para que, al final, expongan sus resultados a sus compañeros.

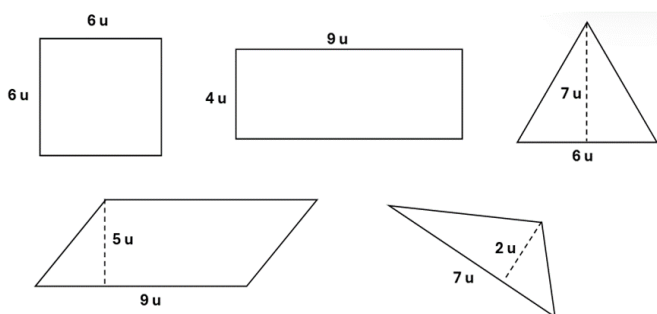


Figura 6. Moldes para el proyecto final.

Resultados iniciales y conclusiones parciales

La enseñanza de la geometría ha estado caracterizada por el uso excesivo y exclusivo de fórmulas y la presencia de construcciones descontextualizadas y mecanicistas, lo cual puede llevar a dificultades en el aprendizaje de diversos tópicos como las magnitudes geométricas, pues no propicia que los estudiantes se acerquen y entiendan los conceptos correspondientes. De ahí surge la necesidad de que los profesores busquen otras maneras de llevar el conocimiento al aula y diseñen actividades que le permitan al estudiantado comprender, y no solo memorizar definiciones, procedimientos y fórmulas.

Aunque el trabajo de campo de este estudio esté en su etapa inicial, se hace mención del caso particular de una estudiante con quien se han abordado algunas actividades propuestas. Inicialmente, se identificaron sus saberes previos sobre el concepto de área, los cuales develaron diversos errores conceptuales, una clara confusión entre las definiciones de área y perímetro, y un uso inadecuado de las fórmulas para su respectivo cálculo. Sin embargo, tras la implementación de algunas actividades como *¿Con qué recubrimos la superficie?* (ver Figura 7, izquierda) y *Transformando el Cuadrado* (ver Figura 7, derecha), la estudiante logró, de manera

autónoma, aproximaciones a la comprensión del concepto de área, pues reconoció que la medida del área de la hoja corresponde al número de cuadrados (patrón de medida) que la recubren. Por tanto, las actividades propuestas pueden posibilitar el alcance de la comprensión del concepto de área a través de la idea intuitiva del recubrimiento de superficies; a su vez, podrían permitir que los estudiantes sean partícipes de su proceso de aprendizaje y, como consecución de la aplicación de estas actividades, se puede generar trabajo en equipo, fomentar la comunicación entre pares, generar aprendizaje autónomo, e incentivar el uso de material concreto como medio para alcanzar la abstracción.

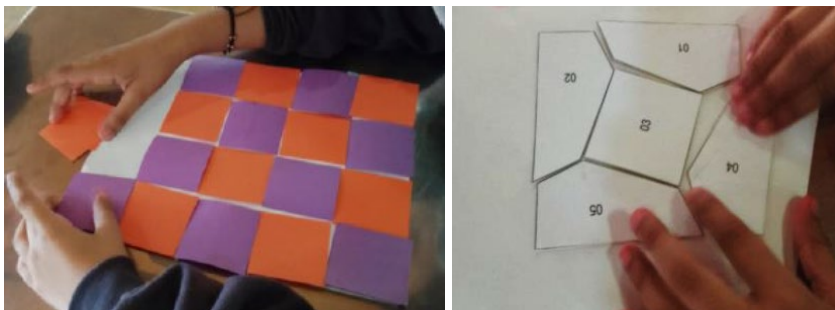


Figura 7. Producción de las actividades ¿Con qué recubrimos la superficie? y Transformando el Cuadrado.

Por último, se destaca que el modelo de la EpC ofrece un camino a los profesores para facilitar una enseñanza apropiada que posibilite que los estudiantes alcancen la comprensión de la temática a tratar, dado que presenta una estructura que permite adaptabilidad a las necesidades y requerimientos de cada población estudiantil, según los tópicos de los que se espera alcanzar comprensión. Además, busca que los estudiantes consoliden nociones certeras al desarrollarlas y establecerlas ellos mismos, a partir del trabajo en el aula.

Referencias y bibliografía

- Abrate, R. S., Delgado, G. I., y Pochulu, M. D. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 39(1), 1-9.
- Boix, V. y Gardner, H. (1999). ¿Cuáles son las cualidades de la comprensión? En M. Stone (Ed.), *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp. 215–256). Paidós.
- Corberán, R. M. (1996). *El área: recursos didácticos para su enseñanza en primaria*. Instituto Público de Valencia. <http://linux.ajusco.upn.mx/~rosa/area/ElArea.pdf>
- Gamboa, R., y Ballester, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, 14(2), 125-142.
- García, A. (2020). *Superficie: algo más que un trabajo con fórmulas* [Grado en Educación Primaria]. Universidad de Valladolid. UVaDOC. <https://uvadoc.uva.es/handle/10324/41210>
- Godino, J., Batanero, C. y Roa, R. (2004). Didáctica de la Medida de Magnitudes: Magnitudes Geométricas. En J. Godino (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas para Maestros* (pp. 381-403). GAMI S. L.
- González, J. D., Santa, Z. M., y Londoño, R. A. (2014). Comprensión de algunos conceptos geométricos en el contexto de la agricultura del café. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 61-80
- Jaramillo, R., Escobedo H., Bermúdez, A. (2004). Enseñanza para la Comprensión. *Educere*, 8(27), 529-534.
- Santa, Z. (2016). *Producción de conocimiento geométrico escolar en un colectivo de profesores-con-doblado-de-papel* [Tesis doctoral no publicada]. Universidad de Antioquia.
- Stone, M., Hammerness, K. y Gray, D. (1999). ¿Cómo aprenden los docentes a enseñar para la comprensión? En M. Stone (Ed.), *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp. 127-168). Paidós.

- Stone, M. (1999). ¿Qué es la Enseñanza para la Comprensión? En M. Stone (Ed.), *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp. 95 - 126). Paidós.
- Perkins, D. (1999). ¿Qué es la Comprensión? En M. Stone (Ed.), *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp. 69-95). Paidós.
- Velásquez, S. M. (2013). *Al cuadrado: Aventuras Matemáticas para Docentes*. Sello Editorial Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia-CTA.



TIC para el aprendizaje de las Matemáticas en un grupo de primaria

Ángela Gabriela **Beltrán** Cavazos
Escuela Normal “Miguel F. Martínez”
México

angela.beltran19@al.enmfm.edu.mx

Rocío Yaressi **Cisneros** Martínez
Escuela Normal “Miguel F. Martínez”
México

rocio.cisneros@enmfm.edu.mx

Magda Perla **Mendoza** Villarreal
Escuela Normal “Miguel F. Martínez”
México

daniel.castillo@enmfm.edu.mx

Resumen

La investigación, de carácter cualitativo, aborda la dificultad que presentan un grupo de alumnos de sexto grado de Educación Primaria para aprender Matemáticas. Su propósito fue analizar el impacto de las herramientas tecnológicas en sesiones de clase para favorecer el aprendizaje de contenidos y habilidades matemáticas, mediante la metodología de investigación-acción. El uso de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) resulta relevante dado su creciente incorporación en el ámbito educativo. Entre los hallazgos principales, se demostró que su aplicación beneficia de forma notable el aprendizaje, ya que se apreciaron mejores resultados de desempeño en comparación con la enseñanza tradicional. Estos datos fueron obtenidos por medio de rúbricas, encuestas, listas de cotejo y pruebas escritas, evidenciando que las TIC inciden positivamente en la formación matemática de los estudiantes.

Palabras clave: Aprendizaje; Educación Primaria; Matemáticas; Tecnologías de la Información y la Comunicación

Definición y relevancia del problema

De acuerdo con la Secretaría de Educación Pública (2017), las Matemáticas constituyen “un conjunto de conceptos, métodos y técnicas mediante los cuales es posible analizar fenómenos y situaciones en contextos diversos; interpretar y procesar información, tanto cuantitativa como cualitativa; identificar patrones y regularidades, así como plantear y resolver problemas”. Siendo en el reflejo de su implementación el Plan de estudios en México (SEP, 2011) establece que el papel del docente en la enseñanza de las Matemáticas consiste en analizar y plantear situaciones problemáticas interesantes y bien articuladas para los alumnos. Por ello, la labor del maestro trasciende la mera transmisión de información y se convierte en la de un generador de problemas y guía que promueve el razonamiento de sus estudiantes.

En este escenario, el estudiante asume un papel que implica reflexionar, debatir y analizar las situaciones problemáticas propuestas, partiendo de sus saberes previos y vinculado estos con los nuevos conocimientos. A la par, se espera que busque de forma autónoma soluciones ante los retos que surjan, desarrollando así competencias aplicables a su vida cotidiana. Específicamente, la competencia matemática se define como “la capacidad de un individuo de formular, emplear e interpretar las Matemáticas en una variedad de contextos, e incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos” (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico [OCDE], 2013). Esta noción se evalúa mediante la prueba PISA, en la cual el desempeño de los alumnos mexicanos ha sido inferior al promedio de los países miembros de la OCDE. Dicho resultado pone en relevancia de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas para cumplir los estándares que se exigen en la formación básica (Sánchez, 2017).

En consecuencia, la incorporación de las TIC en el aula puede verse como una estrategia para promover la participación de los estudiantes en su propio proceso de aprendizaje, haciendo que aquello que solían percibir distante de su realidad adquiriera un vínculo directo con su experiencia cotidiana (Cruz & Puentes, 2012). Además, diversos estudios indican que la mayoría de los docentes considera que el uso de las TIC en la enseñanza incrementa la motivación de sus alumnos (Santander Universidades, 2021). Por ende, su implementación contribuirá a fortalecer el proceso de aprendizaje, al mismo tiempo que permitirá responder a la pregunta de investigación: ¿Cuál es el impacto del uso de las TIC en el logro de los aprendizajes matemáticos en un grupo de sexto grado de educación primaria?

Referencial teórico

En la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en educación primaria, las TIC se han convertido en herramientas esenciales del siglo XXI, en gran parte porque su relevancia quedó patente durante la pandemia de COVID-19. Conocidas como “instrumentos para pensar e interpensar, para construir conocimiento” (Coll & Monereo, 2008), su verdadero valor radica en el uso pedagógico que el docente haga de ellas, de modo que los estudiantes puedan construir su propio aprendizaje.

Según Balarezo y Cuasapaz (2019), el uso de las TIC en la educación responde a las necesidades de una nueva generación de alumnos “rodeada, sumergida y que creció con tecnología”. Dado que en la actualidad se enseña a nativos digitales, la inclusión de la tecnología en las aulas debe ser significativa y no limitarse a un mero complemento. De hecho, estos autores subrayan que “la implementación no debe considerarse como una sugerencia, sino como una obligación” para garantizar estándares de calidad educativa y ofrecer una formación acorde con las demandas de estudiantes cada vez más alfabetizados tecnológicamente.

La didáctica de las Matemáticas; Montoya et al. (2019) señalan que las TIC proporcionan herramientas para desarrollar actividades colaborativas y cooperativas, favoreciendo la interacción de los estudiantes desde un enfoque constructivista vinculado a la teoría de Vygotsky (1978). Esto implica la relevancia del andamiaje, entendido como la ayuda que un docente, experto o compañero con mayor conocimiento puede brindar para que cada estudiante resuelva problemas de manera independiente, promoviendo así el desarrollo de competencias matemáticas. De esta forma, la perspectiva constructivista busca que el alumno construya el conocimiento a partir de experiencias previas, reconstruyendo su realidad con base en su propia experiencia

Entre los principales beneficios que ofrece este enfoque se encuentran la adaptación del aprendizaje a las necesidades de cada alumno según su contexto, el estímulo del análisis y la resolución de problemas, la promoción de la autonomía y el establecimiento de relaciones entre los conocimientos previos y los que se pretenden adquirir. Todo ello conduce a un aprendizaje más significativo y eficiente, ya que cada estudiante procesa la información de manera distinta y el constructivismo respeta y se ajusta a esa diversidad. La implementación de las TIC en la enseñanza de las Matemáticas en educación primaria puede reforzar la motivación de los estudiantes, facilitar la construcción de conocimientos y fomentar el desarrollo de competencias indispensables en un entorno digital. Con un uso consciente y centrado en la pedagogía, las TIC se convierten en una herramienta clave para que los futuros ciudadanos adquieran las habilidades matemáticas necesarias en el mundo actual (Santander Universidades, 2022).

Método y desarrollo conceptual

El tipo de enfoque que se utilizó en esta investigación fue de tipo cualitativo. El motivo por el cual se eligió este enfoque es porque, como menciona el autor previamente mencionado, “evalúa el desarrollo natural de los sucesos, es decir, no hay manipulación ni estimulación de la realidad”. Con esta investigación se busca comprender los eventos que se van desarrollando para dar una interpretación a los resultados de las experiencias surgidas de ésta. El método o diseño que sigue este estudio es investigación-acción práctico ya que lo que se busca es “comprender y resolver problemáticas específicas de una colectividad vinculadas a un ambiente” (Hernández et al., 2014). En este caso, se busca comprender el impacto del uso de las TIC para el logro de aprendizajes significativos en Matemáticas en un grupo de sexto grado de educación primaria aplicando un plan de acción.

Esta investigación se llevó a cabo en un grupo muestra se compone por 44 estudiantes de sexto grado de primaria, 18 mujeres y 26 hombres entre los 11 y los 12 años. Este grupo es caracterizado por dominar las herramientas tecnológicas y hacer uso de ellas cotidianamente.

Son alumnos que cuentan con internet y dos o más dispositivos móviles a los cuales tienen acceso en lectora, redacción, dominio de operaciones básicas y contenidos matemáticos. todo tiempo. En cuanto a sus habilidades matemáticas, los estudiantes tienen como área de oportunidad la resolución de problemas que impliquen la división y fracciones. Como fortaleza tienen la identificación de los datos dados en los problemas planteados, sin embargo, muchas veces fallan en comprender la interrogante de la temática de estudio.

Los instrumentos utilizados en la presente investigación para recabar los resultados obtenidos del proyecto de intervención con alumnos fueron un una encuesta, prueba diagnóstica e integradora escrita, lista de cotejo y rúbrica, esta permitió evaluar el proyecto tomando en cuenta los aprendizajes, actitudes y valores que las y los estudiantes presentaron. Dichas herramientas permitieron realizar una valoración detallada que permitiera contemplar no solo los aprendizajes alcanzados, sino también las actitudes y los valores que manifestaron las y los estudiantes.

Resultados y Conclusiones

El presente estudio determinó que integrar las TIC en la enseñanza de las Matemáticas impulsa el interés y la curiosidad del alumnado al desarrollar actividades propias de esta asignatura. Asimismo, favorece la transformación y presentación de los contenidos de tal forma que se adecuen a las características y necesidades de aprendizaje de cada estudiante. Por lo que el uso de las TIC favorece el aprendizaje significativo de las Matemáticas, ya que con ellas el alumno toma un papel protagonista activo donde su motivación aumenta y por ende su interés en la asignatura dejando así de lado la idea que se tiene sobre las Matemáticas como difíciles y aburridas.

Esto se comprobó aplicando El indicador de resolución de problemas fue evaluado en el diagnóstico previo al plan de acción donde se tomó como referencia los resultados del examen aplicado por la escuela donde se observó que las fracciones son un área de oportunidad de los alumnos. Posteriormente se evaluó en la sesión uno del plan de acción por medio de un examen escrito de cinco situaciones problemáticas como reactivos y una rúbrica que evaluaba su desempeño en el examen.

En el examen escrito, el promedio alcanzado por los estudiantes fue de 2.2. De los 44 participantes, solo 8 obtuvieron una calificación aprobatoria y, de los 36 con calificación reprobatoria, 17 no tuvieron un solo acierto. Se identificó que gran parte del alumnado no entendía la situación planteada ni la pregunta del problema, además de no representar por escrito las fracciones mencionadas en el texto. Como consecuencia, varios no contestaban determinados reactivos y quienes lo hacían recurrían principalmente a representaciones gráficas para tratar de resolverlos. Asimismo, casi todos mostraron dificultades al enfrentar actividades que implicaban convertir fracciones a números decimales.

Para responder a estos retos, se utilizaron herramientas tecnológicas, entre ellas los juegos en línea de la página Tak Tak Tak —“Despachamoco”, “Llévele, llévele” y “Bombas locas”— que ofrecían problemáticas atractivas para poner en práctica la habilidad de resolver fracciones.

Además, se emplearon otros recursos digitales como Jeopardy, Canva, Google Classroom y Google Forms, junto con la elaboración de un video.

En términos generales, la mayoría del grupo empleó los recursos tecnológicos, aunque se observaron diferencias en su desempeño: algunos encontraron dificultades para llegar al nivel establecido, otros lo alcanzaron sin problemas y algunos avanzaron incluso más allá de lo requerido. Aun así, quedó en evidencia que el alumnado que practicó frecuentemente en las TIC, incluso superando los niveles sugeridos, elevó significativamente sus calificaciones. Por otro lado, se notó que quienes no completaron todas las actividades propuestas obtuvieron las notas más bajas; si bien no sacaron cero, tampoco consiguieron aprobar el examen.

Esta pregunta general de investigación se relaciona con los supuestos directamente ya que, como lo dicen estos: los aprendizajes y resultados de los alumnos mejorarán, la comparativa entre la enseñanza que han recibido y la que utiliza las TIC marcará grandes diferencias, debido a que el uso era nulo y/o poco significativo dentro del aula. Asimismo, en los supuestos se estableció que al utilizar las TIC se verá influenciado positivamente el aprendizaje porque la implementación de las TIC en la enseñanza beneficia el aprendizaje. Según los hallazgos, se considera que la incorporación de las TIC como mediadoras didácticas en el desarrollo del pensamiento y de los procesos matemáticos demanda la implementación de estrategias didáctico-pedagógicas de carácter interactivo, diseñadas conforme a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes

Lo anteriormente señalado da sustento al supuesto que menciona que la comparativa entre ambas enseñanzas marcará grandes diferencias, ya que en el plan de acción las TIC fueron incluidas la mayor parte del tiempo para transformar positivamente el trabajo en clase y en casa. Con esto fue cumplido el objetivo de investigación de comparar el proceso de aprendizaje de los alumnos de sexto grado referente a las Matemáticas con el que implementa las TIC, ya que fue contrastado con los resultados obtenidos al finalizar el plan de acción.

Se establecieron como supuestos que al utilizar las TIC se verá influenciado positivamente el aprendizaje, que la implementación de las TIC en la enseñanza beneficia el aprendizaje por lo que los aprendizajes y resultados de los alumnos mejorarán. Al igual que en otras investigaciones que enmarcan teóricamente el estudio, se confirma el papel fundamental de la tecnología en el ámbito educativo, reforzando la urgencia de transformar los métodos rutinarios o carentes de apoyos de enseñanza a través del uso de herramientas tecnológicas.

Referencias y bibliografía

- Cruz Pichardo, I. M., & Puentes Puente, Á. (2012). Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica. *Edmetec*.
https://helvia.uco.es/bitstream/handle/10396/11641/Edmetec_vol_1_n_2_9.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. del P. (2014). Metodología de la investigación (6a ed.). McGraw-Hill. <https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>
- Sánchez Luján, B. I. (2017). Aprender y enseñar matemáticas: desafío de la educación. *Scielo*, 18(15).
https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-85502017000200007

- Santander Universidades. (2021). Aplicación de las TICs en la educación: las nuevas tecnologías, tus mayores aliadas. *Santander Becas*. <https://www.becas-santander.com/es/blog/tics-en-la-educacion.html#:~:text=Las%20TICs%20en%20la%20educaci%C3%B3n%20se%20refieren%20al%20conjunto%20de,procesamiento%20de%20la%20informaci%C3%B3n%20educativa>.
- Secretaría de Educación Pública [SEP] (2011). Programas de estudio 2011. *Guía para el maestro*. Secretaría de Educación Pública. http://edu.jalisco.gob.mx/cepse/sites/edu.jalisco.gob.mx/cepse/files/sep_2011_programas_de_estudio_2011.guia_para_el_maestrosexto_grado.pdf
- SEP (2017). Aprendizajes Clave para la Educación Integral. *Educación Primaria. 6° Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación*. Secretaría de Educación Pública. <https://www.imageneseducativas.com/wp-content/uploads/2018/01/Primaria.-Sexto-grado.pdf>



Uma aplicação da Aprendizagem Baseada em Projetos para o ensino fundamental - anos finais, envolvendo grandezas e medidas

Aline Cristyna **Gonzaga** Alves
Secretaria de Educação do Distrito Federal
Brasil

alinecristyna@gmail.com

Igor dos Santos **Lima**
Universidade de Brasília

Brasil

igor.matematico@gmail.com

Resumo

O trabalho aborda metodologias ativas, com foco na Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP), como alternativa para o ensino de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Além dos fundamentos teóricos, apresenta a aplicação prática dessa metodologia no 6º ao 9º ano, detalhando atividades, planos de aula e avaliações. O projeto *Banheiro 360º: Transformando Espaço* foi desenvolvido em uma Escola Pública do Distrito Federal em 2023, utilizando a ABP e conteúdos de Grandezas e Medidas. O objetivo foi demonstrar a viabilidade de abordagens pedagógicas mais práticas e conectadas à realidade dos alunos. A ABP pode ser aplicada gradualmente no Ensino Fundamental, incentivando a autonomia estudantil. O trabalho busca não apenas apresentar uma proposta concreta, mas também inspirar novas perspectivas no ensino.

Palavras-chave: ABP; Brasil; Educação Matemática; Ensino; Ensino Fundamental; Ensino Participativo; Matemática; Mediação Pedagógica; Metodologia ativa; Pesquisa Educacional.

Metodologia Ativa

As metodologias ativas colocam o estudante no centro da aprendizagem, promovendo sua participação e autonomia. Diferente do modelo tradicional, o professor atua como mediador do

saber. Segundo Bacich e Moran (2018), são estratégias flexíveis, híbridas e interligadas, que favorecem o questionamento, a experimentação e a compreensão profunda dos conteúdos.

As metodologias ativas promovem a resolução de problemas reais, tornando a aprendizagem mais engajada e significativa. Educadores como Dewey (1978), Freinet (1975) e Montessori (1970) já defendiam, décadas atrás, práticas baseadas na experiência, criatividade e autonomia, destacando a importância de aulas mais interativas e conectadas à realidade dos alunos.

Neste estudo, optou-se pela Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP), abordagem escolhida com base em pesquisa bibliográfica que indicou sua baixa aplicação no Ensino Básico, especialmente na disciplina de Matemática do 6º ao 9º ano. Embora compartilhe a mesma sigla com a Aprendizagem Baseada em Problemas, as duas metodologias possuem características distintas. A fundamentação teórica do projeto baseou-se nas obras de Bender (2014) e do Buck Institute for Education (BIE, 2008) que, embora não sejam publicações recentes, são amplamente referenciadas e apresentam os passos para a aplicação da ABP.

Aprendizagem baseada em projetos

A Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP), ou Project-Based Learning (PBL), é uma metodologia ativa que incentiva os alunos a desenvolverem soluções reais para problemas, promovendo colaboração, autonomia e criatividade. Nela, o professor atua como facilitador, enquanto os estudantes enfrentam desafios, monitoram seu desempenho e compartilham o que aprenderam.

O Buck Institute for Education (BIE) é um dos principais responsáveis pela disseminação da ABP, oferecendo pesquisas, materiais e formação para educadores. Contudo, a abordagem tem raízes nas ideias de John Dewey, que já no início do século XX defendia uma educação ligada à vida prática e à realidade social. Em *Democracia e Educação* (1979), Dewey alerta para os riscos de um ensino desvinculado da experiência, que gera um conhecimento técnico e sem aplicação social.

Seu impacto atual se deve à sua relevância em um mundo onde o conhecimento se torna obsoleto rapidamente (Bender, 2014), Bender se refere a ABP que a mesma exige que os estudantes desenvolvam habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico.

Bender (2014) também ressalta que, apesar dos benefícios da ABP, ela não deve substituir completamente outros métodos de ensino. O modelo do BIE (2008) recomenda a combinação de projetos com métodos tradicionais para proporcionar uma experiência educacional mais completa. Ambos autores destacam que os projetos eficazes são aqueles que:

- Reconhecem a motivação intrínseca do estudante;
- Estão ligados a conceitos centrais de uma disciplina;
- Apresentam questões desafiadoras e provocativas;
- Exigem o uso de ferramentas e habilidades essenciais, como tecnologias, autogestão e gestão de projetos;
- Têm como produto final a resolução de um problema concreto;

- Permitem a produção de múltiplos artefatos e feedback contínuo;
- Utilizam avaliações autênticas, com base no desempenho;
- Incentivam a colaboração.

Para que a ABP funcione, é essencial que o professor planeje cuidadosamente o projeto, definindo objetivos claros e estruturando atividades que garantam o aprendizado. Alguns elementos fundamentais dessa metodologia são:

- **Âncora:** situação do mundo real que introduz e contextualiza o tema do projeto;
- **Artefatos:** produtos concretos criados pelos estudantes, como vídeos, podcasts, relatórios, apresentações, peças artísticas ou soluções aplicáveis à comunidade;
- **Desempenho autêntico:** os projetos espelham o que se espera do adulto no mundo real;
- **Brainstorming:** técnica de geração de ideias que auxilia na construção coletiva de estratégias;
- **Questão motriz:** orienta o projeto e dá propósito ao trabalho;
- **Aprendizagem expedicionária:** uso de saídas de campo e visitas como forma de aprofundamento e conexão com o tema;
- **Voz e escolha dos estudantes:** promoção da autonomia e envolvimento no processo decisório.

O processo da ABP, conforme a Figura 1, é composto por etapas que envolvem a participação ativa dos estudantes, com mediação do professor, promovendo uma aprendizagem estruturada e reflexiva. Sua flexibilidade permite adaptações ao tempo disponível e aos objetivos educacionais, viabilizando a aplicação mesmo em escolas com horários convencionais.

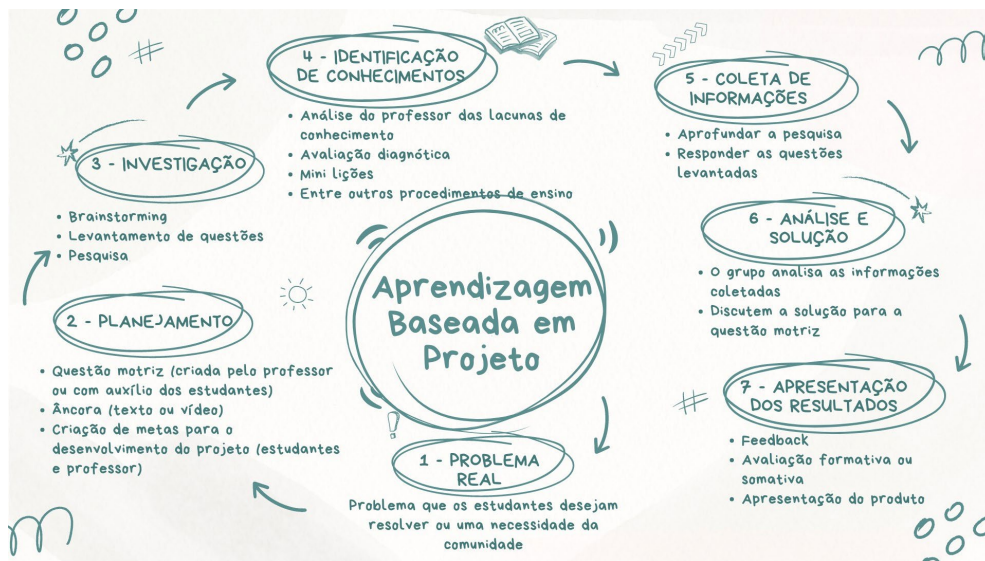


Figura 1. Passos da ABP, baseado no livro de Bender(2014) e BIE (2008)

Embora a ABP apresente desafios, como a necessidade de maior tempo para desenvolvimento dos projetos, ela não exclui o ensino tradicional, mas complementa as práticas pedagógicas existentes. Para otimizar sua aplicação, Bender (2014) sugere que, em um primeiro momento, o professor selecione os temas e questões motrizes.

Apesar de seus benefícios, o BIE (2008) aponta que a ABP não é ideal para o ensino de habilidades básicas, que requerem métodos mais diretos. Por demandar mais tempo e envolvimento, é recomendada para contextos com maior flexibilidade, embora possa ser adaptada a diferentes realidades escolares, como demonstrado neste projeto.

Neste estudo, a ABP foi adaptada à realidade da turma e ao tempo disponível, com a professora organizando tarefas e propondo um problema real por ano, possibilitando a abordagem direta do bloco de Grandezas e Medidas. A estratégia ofereceu aos estudantes um primeiro contato com a ABP, incentivando a autonomia, o protagonismo e a produção de soluções concretas, tornando a aprendizagem mais ativa.

Projeto 360º: Transformando Espaço

Este projeto utiliza a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP) para abordar questões práticas e mostrar aos estudantes como a Matemática está presente no cotidiano. Ele traz uma possibilidade de ensino-aprendizagem diferente da aula tradicional, podendo ser adaptado a diferentes níveis de conhecimento dos estudantes.

O banheiro da escola foi escolhido como foco do Projeto Banheiro 360º por permitir trabalhar diversos conteúdos do 6º ao 9º ano. Baseando-se no Currículo em Movimento do Distrito Federal (2018), selecionaram-se temas de Grandezas e Medidas e seus objetivos, incluindo a revisão de conteúdos anteriores para garantir uma sequência didática coerente e integrada entre os anos finais do Ensino Fundamental. Os conteúdos selecionados foram: 6º ano (Unidade de medida de comprimento, Planta Baixa e Perímetro), 7º ano (Cálculo de áreas de figuras planas e Situações-problemas envolvendo medições), 8º ano (Composição e decomposição de figuras planas) e 9º ano (Volume de prisma e cilindro, e Porcentagem).

O projeto foi realizado no período de 31/10/2023 a 23/11/2023, no turno matutino, os professores regentes das turmas disponibilizaram suas aulas para a aplicação do projeto. Foram conduzidos cinco encontros com as turmas de 6º e 7º ano e seis encontros com as turmas de 8º e 9º ano.

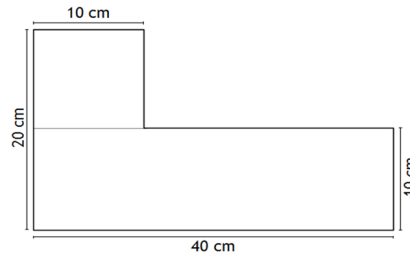
Foram trabalhadas as seguintes turmas: 6º ano, com 28 estudantes; 7º ano, com 24 estudantes; 8º ano, com 23 estudantes; e 9º ano, com 17 estudantes. O projeto foi realizado separadamente com cada turma no horário de Matemática, enquanto os alunos mantiveram as aulas normais das outras disciplinas. As turmas foram escolhidas para facilitar a disponibilidade dos professores.

De maneira geral, do 6º ao 9º ano, realizaram a Avaliação Diagnóstica, seguida pela Apresentação do Projeto, seu Desenvolvimento e, por fim, uma Avaliação de Desempenho. Cada ano foi abordado de acordo com o nível de conhecimento e com os objetivos estabelecidos conforme o Currículo em Movimento do Distrito Federal (2018).

No primeiro encontro com cada turma, foi aplicada uma Avaliação Diagnóstica com o objetivo de verificar se os estudantes já possuíam conhecimentos prévios relacionados aos

conteúdos que seriam abordados no projeto. As questões foram selecionadas com base nos conteúdos esperados do ano anterior e organizadas em uma prova de 10 itens de múltipla escolha. Cada alternativa foi cuidadosamente elaborada para prever possíveis erros cometidos pelos estudantes diante das situações-problema, permitindo identificar padrões de raciocínio e dificuldades.

Um exemplo de questão aplicada a todos os anos do Ensino Fundamental foi: “Qual é a área da figura a seguir?”



- a) 80 cm^2
- b) 400 cm^2
- c) 500 cm^2
- d) 800 cm^2

O objetivo era avaliar a capacidade de calcular a área de figuras planas por meio de composição e decomposição em figuras conhecidas. A alternativa correta (c) exigia a compreensão do conceito de área e da decomposição da figura. As demais opções refletiam erros comuns: confusão entre área e perímetro (a); cálculo parcial da área (b); e interpretação incorreta da decomposição (d). Essa abordagem permitiu uma análise do nível de compreensão dos estudantes antes do desenvolvimento do projeto.

O projeto começou no 6º ano em 31/10/2023 com uma Avaliação Diagnóstica individual sobre conteúdos do 5º ano, que revelou baixo desempenho, conforme o Gráfico 1. Para introduzir os temas seguintes, foi proposto uma pesquisa sobre perímetro, medidas de comprimento e planta baixa. No encontro seguinte, os alunos leram um texto sobre a qualidade dos banheiros escolares, houve uma discussão coletiva e conheceram o projeto Banheiro 360°. Foram organizados em grupos heterogêneos, conforme as notas da avaliação diagnóstica.

Nos dias seguintes, os estudantes participaram de atividades práticas, como a medição dos banheiros e a elaboração de plantas baixas. Cada grupo ficou responsável por escolher representantes para medir os banheiros feminino e masculino, utilizando a trena e registrando as medidas. Com base nesses dados, os demais integrantes elaboraram as plantas baixas, respeitando as proporções indicadas. Enquanto alguns grupos se organizaram com agilidade, outros enfrentaram dificuldades na execução da tarefa. As atividades foram corrigidas e ajustadas pela professora sempre que necessário.

No último encontro, em 09/11/2023, a Avaliação de Desempenho foi aplicada, e os resultados mostraram um aumento nas notas, com 52% dos alunos acertando entre 4 e 7 questões.

Essa avaliação foi baseada nos conteúdos referentes ao 6º ano, conteúdos já citados anteriormente.

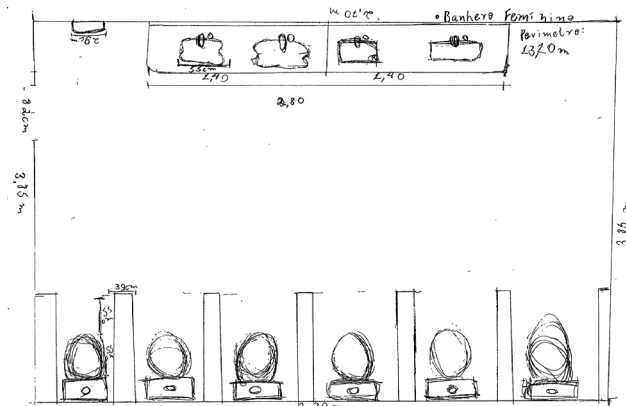


Figura 2. Atividade produzida pelos estudantes do 6º ano

No 7º ano, o projeto também se iniciou no dia 31/10/2023 com a Avaliação Diagnóstica, formulada com os conteúdos do 6º ano, a mesma mostrou que 75% dos alunos tiveram menos de 5 acertos. Durante as aulas, os estudantes leram o mesmo texto âncora e discutiram os objetivos do projeto. Foram organizados em grupos e começaram a coletar medidas dos banheiros para calcular áreas.

A proposta era que os grupos registrassem medidas, calculassem áreas das partes do banheiro e estimassem materiais para a reforma. Contudo, os estudantes tiveram dificuldades e precisaram de intervenções para concluir a atividade. A Avaliação de Desempenho, aplicada em 16/11/2023, indicou uma mudança na média da turma, que passou de 3,35 para 3,94, além do aumento no número de notas 5 e 6. Essa avaliação já incluía conteúdos previstos para o 7º ano.

No 8º ano, a Avaliação Diagnóstica foi aplicada no dia 08/11/2023 iniciando o projeto, indicou que 42% dos alunos acertaram entre 2 e 3 questões. As aulas seguiram a mesma estrutura dos anos anteriores, com leitura do texto âncora, apresentação do projeto e realização de medições para cálculo de áreas.

Os estudantes receberam um roteiro para orientar a atividade em grupos, usando medidas coletadas pelas turmas do 6º e 7º anos para calcular áreas e elaborar uma tabela com os materiais e quantidades para a reforma. Porém, não conseguiram concluir tudo no tempo previsto, sendo necessário um encontro extra, totalizando seis. A Avaliação de Desempenho mostrou leve aumento nas notas, sem avanço significativo no número de acertos acima de cinco questões.

O projeto com o 9º ano teve início em 06/11/2023, com a participação de 10 estudantes, embora a turma tivesse 17 matriculados, o que evidenciou certa infrequência. A primeira aula, foi dedicada exclusivamente à aplicação da Avaliação Diagnóstica, os resultados dessa avaliação mostraram que apenas 11,11% dos estudantes obtiveram 5 acertos, enquanto 66,67% alcançaram entre 3 e 4 acertos.

Nos dias seguintes, a aula começou com a leitura coletiva do texto âncora sobre a má qualidade dos banheiros escolares. O debate foi enriquecedor, pois a turma já tinha conhecimento do tema. Em seguida, o projeto e seus objetivos foram apresentados e os estudantes foram divididos em três grupos, com base nos resultados da avaliação inicial. Eles receberam como tarefa investigar a capacidade da caixa d'água da escola, o consumo por descarga, analisar a conta de água de suas casas e levar calculadoras para as próximas aulas.

Nas aulas seguintes, os grupos calcularam o volume da sala usando trena, embalagens reais, régua e fórmulas de volume, além de analisar a conta de água da escola. Também elaboraram uma pesquisa sobre consumo de água, formularam as perguntas e, com apoio da direção, a pesquisa foi distribuída pela escola. A turma do 9º ano recolheu, organizou e analisou os dados, calculou o consumo de água do turno matutino e criou cartazes de conscientização, feitos à mão ou no Canva.

A conclusão do projeto ocorreu em 23/11/2023, com a aplicação da Avaliação de Desempenho a 11 estudantes. A avaliação contemplou os conteúdos desenvolvidos ao longo do projeto e os esperados no ano letivo. Comparando os resultados, observou-se progresso significativo: 44,44% dos alunos atingiram 5 acertos ou mais, e os demais ficaram entre 3 e 4 acertos, sendo 3 a menor nota registrada.

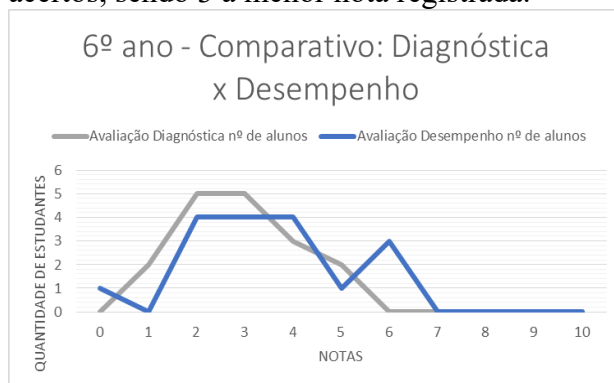


Gráfico 1. Comparativo: Avaliação Diagnóstica e Avaliação de Desempenho do 6º ano

Conforme ilustrado no gráfico acima, para o 6º ano observa-se uma variação nas médias dos estudantes entre a Avaliação Diagnóstica e a Avaliação de Desempenho. Ressalta-se que não houve redução nas médias, mas sim um aumento. Todos os planos de aula, atividades e instrumentos de avaliação utilizados, do 6º ao 9º ano, encontram-se disponíveis na dissertação *Uma Aplicação da ABP para o Ensino Fundamental- Anos Finais, envolvendo Grandezas e Medidas*, Alves (2025).

Conclusão

Este projeto foi desenvolvido com o objetivo de enriquecer as aulas de Matemática, utilizando a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP) para ampliar as possibilidades no ensino da disciplina no Ensino Fundamental – Anos Finais. A abordagem busca superar a repetição mecânica e promover uma aprendizagem mais significativa, conectando teoria e prática. Conforme apontado por Teixeira e Dewey (1978), é essencial que a educação forneça as

condições necessárias para despertar e guiar o pensamento dos estudantes, equilibrando autonomia e orientação.

A ABP promove o envolvimento ativo dos alunos na construção do conhecimento, desenvolvendo habilidades como investigação, pensamento crítico e colaboração. Durante o projeto, observou-se variações no engajamento: alguns estudantes realizaram as atividades com facilidade, enquanto outros precisaram de mais tempo e apoio. A troca entre pares contribuiu significativamente para a aprendizagem colaborativa. Contudo, imprevistos impediram que algumas turmas concluíssem as tarefas no tempo previsto, impactando a progressão do projeto

Os resultados indicaram melhora no desempenho dos estudantes. Nos 6º e 7º anos, apesar dos avanços, a falta de maturidade e o tempo reduzido afetaram a continuidade do projeto. No 8º ano, a participação foi consistente, e no 9º, a autonomia e o engajamento dos alunos contribuíram para um aumento expressivo nas médias. Mesmo com o tempo limitado, os dados demonstram que a ABP favoreceu o aprendizado e a postura dos estudantes diante dos desafios.

A experiência mostrou que a implementação gradual da ABP pode tornar o ensino mais dinâmico e eficiente. Apesar dos desafios, a metodologia foi eficaz na promoção da autonomia e no desenvolvimento de competências além da Matemática. Para estudos futuros, recomenda-se ampliar seu uso em outras áreas, com estratégias que ajustam o tempo e os recursos à prática.

Referências e bibliografia

- Alves, A. C. G. (2025). *Uma aplicação da ABP para o ensino fundamental – anos finais, envolvendo grandezas e medidas* (Dissertação de mestrado, Universidade de Brasília). Repositório da UnB. <https://repositorio.unb.br/handle/10482/52182>
- Bacich, L., & Moran, J. (2018). *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática*. Penso Editora.
- Bender, W. N. (2014). *Aprendizagem baseada em projetos: educação diferenciada para o século XXI* (Vol. 1). Penso Editora.
- Buck Institute for Education. (2008). *Aprendizagem baseada em projetos: guia para professores de ensino fundamental e médio*. Artmed.
- Distrito Federal. Secretaria de Educação. (2018). *Currículo em movimento do Distrito Federal: ensino fundamental – anos iniciais, anos finais*. Secretaria de Educação do Distrito Federal.
- Freinet, C. (1975). *As técnicas Freinet da escola moderna*. Editorial Estampa.
- Lovato, F. L., Michelotti, A., & Loreto, E. L. da S. (2018). Metodologias ativas de aprendizagem: uma breve revisão. *Acta Scientiae*, 20(2), 129–145. <https://portalidea.com.br/cursos/2ed976dba8da90e5f53ff1e13b8710a4.pdf>
- Montessori, M. (1970). *Formação do homem*. Portugalia.
- Silva, R. V., et al. (2021). Metodologias ativas no ensino básico: uma análise de relatos de práticas pedagógicas. *SciELO Preprints*. <https://preprints.scielo.org/index.php/scielo/preprint/view/2727>
- Teixeira, A., & Dewey, J. (1978). Prefácio. In *Vida e educação*. São Paulo.



Un universo de posibilidades en aulas multigrado de primaria con Matemática Discreta

Mayra Elizabeth **Parra** Amaya

Programa de Tutorías para el aprendizaje en la formación integral (PTA FI 3.0), MEN
Colombia

maparra72@uan.edu.co

Osvaldo Jesús **Rojas** Velásquez

Universidad Antonio Nariño

Colombia

orojasv69@uan.edu.co

Resumen

Este estudio describe una experiencia de enseñanza y aprendizaje con algunas nociones de la Matemática Discreta (teoría de grafos, combinatoria y razonamiento) para el aula multigrado de primaria. El objetivo es despertar el interés por aprender temas matemáticos por medio de la resolución de problemas contextualizado a los oficios, particularmente el de ser astronauta, analizando diferentes formas de ordenar objetos para la toma de decisiones. El enfoque de la investigación es de corte cualitativo, la primera actividad tiene un seguimiento por medio del semáforo del aprendizaje, y la segunda, con un enfoque descriptivo. La metodología tiene cuatro pasos: preparación, aplicación, participantes, recolección de datos y análisis de datos, basados en el Modelo pedagógico MULTI-CREA (Parra, 2024). Los resultados encontrados evidencian el gran potencial que tienen estas aulas en la aceleración del aprendizaje. La aplicación de juegos estratégicos y temas relacionados con la Matemática Discreta, ayudan a tomar mejores decisiones.

Palabras clave: Aula multigrado; teoría de grafos; juegos estratégicos; oficios.

Definición y relevancia del problema

Este estudio aborda la problemática de la ausencia de la Matemática Discreta en los currículos de educación básica primaria, especialmente en aulas multigrado, a pesar de su relevancia en la era digital (Tamayo, Lago, Hernández y Abreu, 2021). Se propone un enfoque pedagógico que integra diversas asignaturas en torno a un tema central de interés de los

estudiantes, el oficio de astronauta, utilizando el modelo MULTI-CREA (Parra, 2024) basado en la teoría de la Educación Matemática Realista (EMR) de Freudenthal (Van den Heuvel, 2020). La EMR se centra en el aprendizaje práctico y significativo, fomentando la resolución de problemas abiertos y la construcción del conocimiento matemático a través de la creatividad, la argumentación y el razonamiento (Gravemeijer y Terwel, 2000; Parra y Rojas, 2022). Para evaluar estas habilidades, se utilizan indicadores commognitivos (Zayyadi et al., 2019) en un estudio cualitativo con enfoque descriptivo.

La secuencia didáctica incluye dos actividades, en la primera seis retos de teoría de grafos y en la segunda actividad con dos juegos estratégicos, destacando el juego "Déjalo sin estrellas", que busca desarrollar el pensamiento matemático y la generalización (Stacey, Burton, Mason, 1982; Mason, 1989; Radford, 2006). Este ejercicio incentiva el pensamiento matemático (Stacey, Burton, Mason, 1982), en el cual, por medio de preguntas orientadoras, se lleva al estudiante del proceso de particularización (identificando aspectos en común de casos particulares) para transferir propiedades que se cumplen de una situación u otra, hasta encontrar el camino de la generalización (fases: abordaje, ataque y revisión).

Para la Matemática Discreta es de vital importancia el concepto de generalizar, que significa descubrir alguna ley general que nos indique: qué parece ser cierto (una conjetura); por qué parece que es cierto (una justificación); donde parece que es cierto, esto es, un planteamiento más general del problema (Mason, 1989). Radford (2006) ve la importancia de la generalización como proceso fundamental para descubrir y construir Matemáticas.

La presente investigación se propone fomentar el entusiasmo por el aprendizaje de las Matemáticas en los estudiantes, empleando la resolución de problemas situados en contextos reales, enfatizando la profesión de astronauta, con el fin de facilitar la comprensión y aplicación de conceptos básicos de la Matemática Discreta y de la teoría de grafos.

Materiales

Para la realización de la secuencia didáctica “Ser Astronauta” en base al modelo pedagógico MULTI-CREA (Parra, 2024), se utilizan algunos materiales, que pueden ser adaptados según los contextos. Los materiales necesarios para aplicar la actividad son: computador, video beam, sonido, hojas carta, fotocopias, tijeras, colbón, piedritas pintadas (amarillo, azul, blanco, gris y naranja), juego de cartas de Súper constelaciones y súper mundos, plantilla de nave espacial, colores, sistema solar, rejilla de evaluación, diagrama de barras (semáforo del aprendizaje) lápiz y borrador.

Método

El ejercicio se llevó a cabo a partir de estos cuatro pasos:

Preparación y aplicación

En esta etapa se organizó la secuencia didáctica que lleva por objetivo desarrollar en los estudiantes habilidades que contribuyan a la resolución de problemas matemáticos retadores, a

partir del oficio de ser astronauta, fortaleciendo valores sociales como el cooperativismo, la sana convivencia y la colaboración mediante la interacción lúdica, la teoría de grafos y otras aplicaciones. En el organizador gráfico se muestran las relaciones con otras asignaturas mostrando la interdisciplinariedad y articulación con otras áreas (Ver Fig. 1).



Figura 1. Organizar gráfico de la actividad

Podemos observar que las asignaturas que acompañaran nuestra secuencia son Matemáticas (conjunto M), Ciencias Naturales y Sociales (conjunto C) y Artística (conjunto A). Cada uno de ellos lleva en su interior las temáticas a trabajar según el área y en sus intersecciones el producto o evidencia articulada con las otras asignaturas.

Por ejemplo:

$M \cap A \cap C = \{\text{objetivo de la secuencia didáctica}\}$

$M \cap A = \{\text{Creación de constelaciones y cohete espacial}\}$

$A \cap C = \{\text{Comprensión de textos, creatividad y construcción}\}$

$M \cap C = \{\text{Constelaciones Planetas, satélites y otros datos}\}$

La secuencia didáctica se estructura en cinco fases clave: motivación, estructuración, práctica, transferencia y cierre. En la primera etapa, se exploran los conocimientos previos de los estudiantes mediante preguntas sobre el oficio de astronauta, sus experiencias, desafíos y referentes, fomentando la participación y el intercambio de ideas.

La segunda fase, de estructuración, se enfoca en responder a las preguntas iniciales, proporcionando información detallada sobre la historia, geografía y ciencia relacionadas con la vida de los astronautas, el universo y las constelaciones. Se introducen conceptos matemáticos como estructuras aditivas y multiplicativas, unidades de tiempo, distancia y velocidad, y se establece la conexión entre las constelaciones y la teoría de grafos, utilizando el concepto de "arreglo de vecinos" para representar las conexiones entre estrellas. Cada constelación la relacionamos como un grafo, en donde las estrellas son los vértices y las conexiones imaginarias son las aristas (Ver Fig. 2). También, se construye la matriz de adyacencia del grafo (constelación), nombrada por los estudiantes como el "arreglo de vecinos", en donde se indica en sistema binario, con "1" (si hay conexión) o "0" (si no hay conexión).

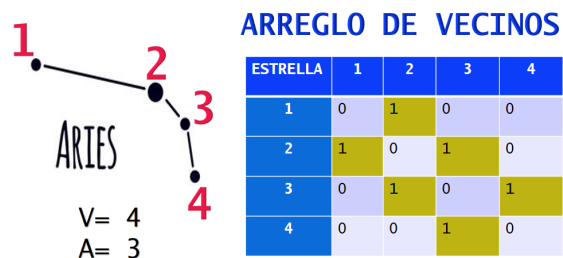


Figura 2. Relación de la constelación con la teoría de grafos.

La etapa se lleva a cabo en forma de plenaria, fomentando la participación de todos los estudiantes multigrado bajo una propuesta general con actividades diferenciadas. A continuación, en la tercera etapa, se pasa a actividades individuales adaptadas a cada grado. Tras completar las tareas, los estudiantes intercambian sus trabajos para realizar una revisión y evaluación entre pares, con la supervisión del docente. Se utiliza el "Semáforo del Aprendizaje" para proporcionar retroalimentación cualitativa inmediata, clasificando el desempeño en tres niveles: verde (comprensión total), amarillo (comprensión parcial) y rojo (necesidad de mayor apoyo). Cada estudiante recibe una calificación cualitativa y una referencia en un diagrama de barras, permitiéndoles visualizar su progreso en relación con los retos propuestos (Ver Fig. 3)

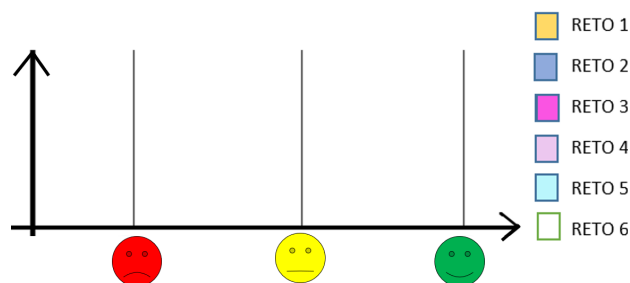


Figura 3. Semáforo del aprendizaje – Reto Astronauta

La actividad será evaluada por medio de seis retos, cada uno de ellos será evidenciado con un rectángulo de un color (según el reto), con el nombre de cada estudiante y el grado, ubicado en las caritas de colores rojo, amarillo y verde (Ver Fig. 4).

RETO 1 YESICA 3°	RETO 2 YESICA 3°	RETO 3 YESICA 3°	RETO 4 YESICA 3°	RETO 5 YESICA 3°	RETO 6 YESICA 3°
------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------

Fig. 4: Fichas rectangulares de los retos

Los retos a trabajar son los siguientes: RETO 1: Arreglo de vecinos, RETO 2: Constelaciones camino Euleriano, RETO 3: Constelaciones Ciclo Euleriano, RETO 4: Constelaciones árbol o ciclo, RETO 5: Constelaciones zodiacales y RETO 6: Creando constelaciones.

En la cuarta etapa, transferencia se realiza la asociación de las constelaciones con la teoría de grafos, se explica la temática, buscando tener un conocimiento, lenguaje técnico y algunas definiciones como camino, ciclo o bucle, matriz de adyacencia, camino Euleriano, ciclo Euleriano y grafo árbol.

Todos los retos anteriores se desarrollaron con integrantes del mismo grado, desglosando el nivel de complejidad.

Para la segunda actividad, inicialmente, se construye un cohete con una plantilla diseñada y por medio de un juego de cartas (Súper mundos y Súper Constelaciones), diseñadas por Juegos y Modelos (aprendizaje divertido), especialmente para la temática, se comparan algunas medidas con valores enteros y decimales, para las constelaciones y los planetas, Estas medidas relacionan datos reales para los planetas y satélites como diámetro, distancia al sol, densidad, velocidad de escape, velocidad orbital y el año de descubrimiento. Para las constelaciones, medidas como porcentaje del cielo, estrella del asterismo, distancia a la estrella alpha, objetos messier y visibilidad dada en grados.

El segundo juego llamado “Déjalo sin estrellas”, es un juego adaptado de “Toma dos o juego de NIM (<https://static.idm314.org/resources/activities/idm-2024-games-es.pdf>)”. Las estrellas pueden ser piedritas pintadas de distintos colores y tamaños. Los estudiantes deben encontrar la estrategia ganadora siguiendo el siguiente instrumento:

Juego: Déjalo sin estrellas

Inicio. Hay un montón de estrellas sobre una mesa. Este juego se juega con dos jugadores. Ambos jugadores saben cuántas estrellas hay en el montón.

¿Cómo jugar? Comienza un jugador. En el turno de un jugador, él debe tomar exactamente una o dos estrellas del montón. Los jugadores se alternan para jugar.

¿Quién gana? El primer jugador que no puede hacer su movimiento es el perdedor. El otro gana. Estas instrucciones y un instrumento con seis problemas retadores (PR), orientadas para que los estudiantes pudieran ir analizando por casos y así logran descubrir la estrategia ganadora.

Preguntas orientadoras:

PR1. ¿Alguno de los jugadores tiene una estrategia ganadora para “Déjalo sin estrellas” con una sola pila de 3 estrellas? Juega con tu compañero varias veces. ¿Quién gana con más frecuencia? Analiza la situación, juega el número de veces que sea necesario.

PR2. ¿Alguno de los jugadores tiene una estrategia ganadora para una sola pila de 5 estrellas?

PR3. ¿Alguno de los jugadores tiene una estrategia ganadora para una sola pila de 6 estrellas?

PR5. ¿Alguno de los jugadores tiene una estrategia ganadora para una sola pila de 9 estrellas?

PR6. ¿Alguno de los jugadores tiene una estrategia ganadora para una sola pila de cualquier número de estrellas?

Para la quinta etapa, la de cierre, después de haber aplicado los retos, se socializa el diagrama de barras del Semáforo del aprendizaje para evaluar la secuencia. Por medio del Pasaporte se realiza la autoevaluación (ver Fig. 5), sugerencias y opiniones entre todos, en el cual no solo se evalúa la parte cognitiva, sino también la parte de responsabilidad, trabajo en equipo y actitud en clase.

Aspectos a evaluar							Sugerencia
Desarrollo de las situaciones Retos	R1 	R2 	R3 	R4 	R5 	R6 	
Cumplimiento con el material solicitado.							
Trabajo en equipo							
Actitud en la clase							

Figura 5. Pasaporte (Modelo MULTI-CREA). Proceso de autoevaluación – Reto Astronauta

Igualmente, tomando algunos indicadores de los componentes commognitivos como el uso de palabras, mediador visual, narrativa y rutina (Zayyadi *et al.*, 2019) (Ver Tabla I), para ser usado solo en la implementación del juego “Déjalo sin estrellas”.

Tabla 1

Indicadores de los componentes commognitivos utilizados para resolver problemas matemáticos

Componente commognitivo	Indicador
Uso de palabras	Escribe y recita palabras, incluidos términos algebraicos, numéricos y semánticos, ecuaciones y otros términos utilizados por los estudiantes para resolver problemas matemáticos.
Mediador visual	Utiliza objetos como gráficos, imágenes, diagramas y otros en la resolución de problemas matemáticos.
Narrativa	Describe hechos matemáticos tales como axiomas, definiciones y teoremas que son utilizados por los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos.
Rutina	Explica los pasos seguidos para resolver los problemas dados.

Participantes

La población está conformada por los estudiantes de aula multigrado de primaria, de la Institución Educativa San Gerardo del municipio de Garzón (Huila) y la muestra de la investigación está constituida por 10 estudiantes de los grados 3°, 4° y 5° de la Sede rural y multigrado, El Batán.

Recolección de datos

El proceso de recolección de datos comenzó con la evaluación (ver Fig. 3 y Fig.4) y autoevaluación de los Retos (ver Fig. 5) y con la entrega de un instrumento para los juegos. Para el proceso de autoevaluación, los estudiantes completaron la Tabla I, coloreado de verde todas las caritas, para los 10 estudiantes multigrado.

En los juegos, se organiza dos mesas con estudiante de los tres grados. Para el juego Súper Mundos y Súper constelaciones, los estudiantes comparaban las medidas y conocían los valores de cada una de los planetas, satélites y constelaciones. Ellos observaban a través de la práctica, cuáles eran los valores más grandes o pequeños de esas medidas y en siguientes partidas, de forma estratégica iban apostando a los mayores valores y, por ende, ganaban.

En el juego “Déjalo sin estrellas”, los estudiantes entregaron el instrumento, solo dos de ellos contestaron todos los problemas retadores incluidos en el instrumento (un estudiante de 4° y uno de 5°), los demás, dejaban algunos problemas retadores sin contestar. Se puede indicar que para el PR1 contestó el 80% de los estudiantes, para el PR2 el 60%, para el PR3 el 40%, para el PR4 el 70%, para el PR5 el 50% y para el PR6 el 20%, evidenciando que a medida que el número de fichas aumentaba, eran menos los estudiantes que opinaban al respecto.

Análisis de datos

Los resultados de la recolección del pasaporte indican un éxito notable en la implementación de los seis retos, con un 100% de comprensión para la parte cognitiva y social. La autoevaluación reveló una actitud positiva hacia la participación, el cumplimiento de tareas, el trabajo en equipo y el compromiso general, lo que sugiere un alto nivel de motivación hacia el tema del oficio de astronauta.

En cuanto a los juegos estratégicos, estos proporcionaron un espacio para la exploración y el aprendizaje práctico, donde los estudiantes aplicaron habilidades de comparación numérica y resolución de problemas aditivos y multiplicativos. Finalmente, el análisis del juego "Déjalo sin estrellas" a través de los indicadores commognitivos reveló información valiosa sobre las estrategias y el lenguaje utilizado por los estudiantes al abordar problemas matemáticos.

Uso de palabras

Los estudiantes escriben y recitan palabras de su lenguaje cotidiano (Ver Fig. 6) como gana, el primero, el que empiece o inicia, el segundo, múltiplo de 3, pierde, par, impar, coge, oportunidad o ventaja, saca, desventaja y arreglos de tres fichas, entre otras. Usando el software Atlas ti, se muestran las coincidencias en las palabras más usadas.



Figura 6. Uso de palabras más usadas en el Déjalo sin estrellas, usando el software Atlas ti.

No incluyen términos algebraicos, ecuaciones y otros términos utilizados para resolver problemas matemáticos.

Mediador visual

Utilizan el material concreto (fichas) y a medida que avanza el juego logran organizarlas para que sea más fácil visualizar las que quedan en la pila. Pero en cuanto a la parte escrita no utilizan ningún objeto como gráficos, imágenes, diagramas, etc. Solo un estudiante logró ver la importancia de colocar las fichas en arreglos de 3.

Narrativa

Los hechos matemáticos se evidencian mediante conjeturas dando un orden a las ideas para llegar a la respuesta parcial del PR6.

Rutina

Los estudiantes explican por medio de ideas sueltas algunas conjeturas y solo 2 estudiantes muestran una respuesta generalizada que se acerca a la correcta.

Para concluir la actividad y conseguir la estrategia ganadora, se construyó la siguiente tabla, con la participación de todos y a manera de discusión (ver Tabla II).

Primer Jugador-A Segundo jugador-B

Tabla 2

La estrategia ganadora para cualquier número de fichas

Jugador	Número no múltiplo de 3	Múltiplo de 3
A	Tiene la ventaja. Debe tomar una o dos fichas para dejar en el montón un múltiplo de 3.	Tiene la desventaja. Pero debe estar pendiente si en algún momento puede dejar un múltiplo de 3 en el montón.
B	Tiene la desventaja. Pero debe estar pendiente si en algún momento puede dejar un múltiplo de 3 en el montón.	Tiene la ventaja. Debe tomar una o dos fichas para dejar en el montón un múltiplo de 3.

Resultados

El trabajo organizado en secuencias didácticas enfocado a los oficios despierta gran interés y curiosidad en los estudiantes. El aula multigrado es un excelente espacio para generar aprendizaje de forma integral. Por medio de la aplicación de la Matemática Discreta en los juegos estratégicos y la teoría de grafos, evidenciamos algunos aspectos a mejorar en el desarrollo del pensamiento matemático que tienen algunos estudiantes de la Institución Educativa San Gerardo en la resolución de problemas. Generalmente en la institución educativa, es la primera vez que los estudiantes se enfrentan a un juego estratégico. Se evidencia que la gran mayoría de estudiantes les costó llegar al PR6, por medio de ese hilo conductor planteado inductivamente y les hace falta retomar algunos componentes del álgebra temprana, como lo es la relación matemática y la estructura aritmética y la generalización. Aunque el ejercicio en la parte escrita se aproximó a algunas ideas en el proceso de generalización, la respuesta es parcial a lo esperado. Solo el 20% de los estudiantes evidenciaron un proceso de comprobación, revisión y generalización. Se logró el objetivo del instrumento 1, con la ayuda de todos, a modo de discusión y por medio de preguntas orientadoras (ver Tabla I).

Conclusiones

La integración entre la EMR, los indicadores de los componentes cognitivos (Zayyadi *et al.*, 2019) (Ver Tabla I) y el pensamiento matemático (Stacey, Burton y Mason, 1982) constituye la lupa desde la cual se realiza la interpretación de los datos y el análisis de los resultados.

En el desarrollo del trabajo se establece una metodología clara, flexible y puntual la cual contribuye a alcanzar el interés de los estudiantes por aprender temas matemáticos por medio de la resolución de problemas contextualizado al oficio de ser astronauta, para comprender y resolver problemas básicos de la Matemática Discreta y teoría de grafos, hacia el aprendizaje de las Matemáticas en el aula multigrado.

Las secuencias didácticas enfocada a los oficios, despierta interés y curiosidad en los estudiantes, propiciando un excelente espacio para generar aprendizaje de forma flexible e integrada.

Referencias

- Gravemeijer, K., & Terwel, J. (2000). *Hans Freudenthal, un matemático en Didáctica y teoría curricular*. VU Research Portal.
- Hernández, A. L. (2021). Acercamiento a la realidad educativa en las escuelas del sector rural venezolano. *Revista Scientific*, 6(19), 264-278.
- Little, A. W. (2006). Education for all: Multigrade realities and histories. In *Education for All and Multigrade Teaching* (pp. 1-26). Springer, Dordrecht.
- Parra, M. & Rojas, O. (2022). La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado de primaria: Una caracterización. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, 2(3), 1-27.
- Parra, M. (2024). *Modelo pedagógico MULTI-CREA, para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado de primaria contextualizado a los oficios*. [Tesis de Doctorado en Educación Matemática, Universidad Antonio Nariño]. Colombia
- Radford, L. (2006). Algebraic Thinking and the Generalization of Patterns: A Semiotic Perspective. *28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1–21(March 1987), 2–21
- Stacey, K., Burton, L., & Mason, J. (1982). *Thinking mathematically*. Addison-Wesley.
- Mason, J. (1989). Mathematical abstraction as the result of a delicate shift of attention. *For the learning of mathematics*, 9(2), 2-8.
- Tamayo, L. D. P., Lago, I. B., Hernández, W. G., & Abreu, D. R. (2021). Tendencias actuales del desarrollo del pensamiento computacional desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática Discreta. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2020). *International reflections on the Netherlands didactics of mathematics: Visions on and experiences with Realistic Mathematics Education*. Springer Nature.
- Zayyadi, M., Nusantara, T., Subanji, S., Hidayanto, E., & Sulandra, I. M. (2019). A commognitive framework: The process of solving mathematical problems of middle school students. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 18(2), 89-102.



Una mirada a la Olimpiada Costarricense de Matemáticas de Educación Primaria en Costa Rica

Luis Manuel **Montero** Hernández

Escuela de Matemática, Universidad Nacional de Costa Rica
Costa Rica

luis.montero.hernandezst.una.ac.cr

Ricardo **Poveda** Vásquez

Escuela de Matemática, Universidad Nacional de Costa Rica
Costa Rica

ricardo.poveda.vasquez@una.cr

Introducción

Las Olimpiadas Costarricenses de Matemática de Educación Primaria (OLCOMEP), se realizan de manera anual desde el 2015, donde según Mora (2021), en ese año, solamente participaron 1880 estudiantes, casi 10 años después la participación estudiantil ha aumentado en más de siete veces, llegando a 13 312 estudiantes en el 2024. En este póster se presentan algunos datos y análisis sobre la OLCOMEP de este año. Además, el objetivo principal de las OLCOMEP es mejorar y promover la calidad educativa, mediante competencias que impulsen las habilidades matemáticas en niños y niñas menores de 12 años. Según Mora y Valverde (2022), la OLCOMEP busca también generar actitudes positivas hacia las Matemáticas y brindar oportunidad a los estudiantes que poseen talento para desarrollar su habilidad.

Proceso

La OLCOMEP está compuesta por tres etapas, donde las dos primeras son etapas de eliminación directa, en ella solo avanzan determinadas cantidades de estudiantes por nivel escolar y por dirección regional de educación (zonas en las que se dividen el país en la educación de forma geográfica). En la etapa final, donde se realizan pruebas presenciales, se obtienen los ganadores de la justa Matemática.

En la Olimpiada los estudiantes se dividen por año escolar, es decir, hay seis niveles y se contemplan problemas de seis áreas: geometría, relaciones y álgebra, medidas, números, estadística y probabilidades y lógica. Se evalúan ítems con diferentes niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión, esto según Ministerio de Educación Pública (2012).

Datos relevantes de la OLCOMEPE 2024

En este póster, se han recabado datos importantes de la OLCOMEPE 2024, que resumiremos a continuación:

Participación

En la OLCOMEPE 2024 se inscribieron 13 312 estudiantes de los cuales solo el 37,45% eran mujeres. A la segunda etapa pasaron 3254 estudiantes de los cuales solo el 35,56% eran niñas y a la final clasificaron 373 de los cuales solo el 30,03% eran de este sexo. En el póster también se analiza la información por dirección regional de educación.

Ítems evaluados y nivel de dificultad

Se realiza un análisis del peso de cada una de las áreas matemáticas que se evalúan en las eliminatorias. Al utilizar las mismas áreas del currículo de Matemáticas de Costa Rica, permite relacionar los resultados con la gestión de aula. También se realiza una síntesis de complejidad en cada una de las pruebas. (adjuntamos uno de los gráficos de barras de los datos)

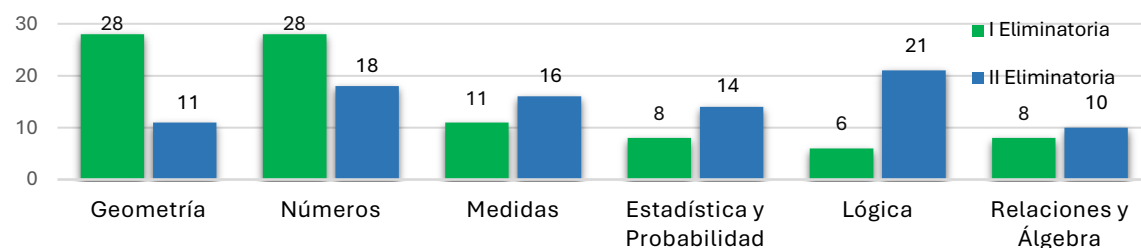


Figura 1. Cantidad de ítems de la primera y segunda eliminatoria por área Matemática en la OLCOMEPE

Fuente: elaboración propia con datos del proyecto OLCOMEPE. 2024.

Conclusiones

Es necesario un esfuerzo por parte de las autoridades del Ministerio de Educación Pública (MEP), los padres de familia y docentes para que la participación femenina en este tipo de competencias en áreas STEM sea de mayor proporción y permanencia.

Debido a la relación directa que hay entre las pruebas de OLCOMEPE y los programas oficiales del Ministerio de Educación Pública, se puede obtener información de la realidad de las aulas en Costa Rica.

<https://docs.google.com/presentation/d/1Xqrze8e9xPdByfqE9cUEuRKk1dbS1hOL/edit?usp=sharing&ouid=101028196459748490451&rtopof=true&sd=true>

Referencias y bibliografía

- Ministerio de Educación Pública (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Ministerio de Educación Pública, San José, Costa Rica.
- Mora, M. (2021). Costa Rican Mathematics Olympiad for Elementary Education. *Mathematics Competitions*, 34(1), 77-87.
- Mora, M., y Valverde, G. (2022). Constructo de una prueba de Olimpiada Matemática en Educación Primaria: caso de Costa Rica. *Revista Umbral*, 15-24.



Voluntariado TAMBO: El poder del juego en las Matemáticas con materiales reutilizables

Ariana Kazumi **Mayuri** Jimenez
Universidad Peruana Cayetano Heredia
Perú

ariana.mayuri@upch.pe

Ledy **García** Rivera
Universidad Peruana Cayetano Heredia
Perú

Ledy.garcia@upch.pe

Introducción

El Voluntariado TAMBO, organizado por docentes y estudiantes de Educación Inicial y Primaria, surge en el 2022 en respuesta al impacto educativo de la pospandemia. Por lo que el voluntariado brinda reforzamiento académico y apoyo en tareas a escolares. A través de actividades desarrolladas en distintas zonas de Lima, se promueve el uso de estrategias lúdicas por medio de la creación de materiales concretos con elementos reciclados, ofreciendo una alternativa innovadora y ecoamigable para enseñar, cuidar el ambiente y potenciar el aprendizaje significativo.

Antecedentes

Para comprender la necesidad de implementar esta estrategia, es fundamental considerar el contexto pospandemia, dónde la educación se vio afectada, impidiendo que muchos estudiantes alcanzaran los aprendizajes esperados por diversos factores. El confinamiento y las dificultades de la educación a distancia, especialmente para los más pequeños, generaron altos niveles de estrés y aburrimiento. Como resultado, se evidenció un bajo nivel de logro en el área de Matemática, según los datos obtenidos por el ENLA (2023).

Ante esta situación, el Voluntariado Tambo implementa estrategias lúdicas con materiales reciclados para fortalecer y mejorar las habilidades matemáticas de los niños. Desde la neurociencia, se ha demostrado que los recuerdos felices son los que más perduran en el tiempo,

lo que favorece un aprendizaje significativo. En este sentido, la implementación de estrategias lúdicas no solo contribuye al desarrollo de competencias, sino que también promueve una experiencia positiva y motivadora.

Metodología

Los recursos fueron elaborados con materiales reciclados con el propósito del cuidado del medio ambiente, promoviendo el reciclaje y la reutilización como un tema transversal. Para su diseño, se tomó en cuenta el contexto de los estudiantes y el Currículo Nacional, diversificándose según el grado escolar. Para el primer grado, se elaboró el ludo con sumas y restas. También se elaboró un juego para que los niños identifiquen los números de forma ascendente y descendente, esto a partir de vasitos. Asimismo, se hizo uso de plataformas educativas como fuente de inspiración para su desarrollo.

Resultados y conclusiones

A través de la implementación de la propuesta “El juego como herramienta de aprendizaje”, padres y docentes expresaron que no habían visto a los niños y las niñas tan motivados por las Matemáticas hasta que participaron en esta experiencia. Los docentes, en particular, destacaron que esta estrategia lúdica no solo mejora el aprendizaje, sino que también es fácil de implementar con materiales reciclables, fomentando el cuidado del medio ambiente. Se integra la comprobación de diversos investigadores y teóricos quienes mencionan que el juego es esencial para el aprendizaje. Según UNICEF (2018), destaca que es una de las formas más importantes en las que los niños pequeños adquieren conocimientos y desarrollan competencias esenciales, en este caso en el aprendizaje de las Matemáticas. Además, Howard Gardner (1983) sostiene que al enseñar las Matemáticas es necesario identificar y estimular las diversas inteligencias existentes, brindando a los niños y a las niñas la oportunidad de explorar conceptos matemáticos de diferentes formas, como mediante el juego.

Se concluye que esta experiencia es replicable en diversos contextos educativos, demostrando su versatilidad y eficacia en la enseñanza de las Matemáticas. Además, evidencia que es posible implementar estrategias innovadoras con recursos accesibles, generando un impacto positivo en el aprendizaje cuando se considera el entorno de los estudiantes.

{Enlace a poster digital:

<https://drive.google.com/file/d/1c29wIrO8YLsClfYiivWPFO3CznuZqRoU/view> }

Referencias y bibliografía

- Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia [UNICEF]. (2018). *Aprendizaje a través del juego*. <https://www.unicef.org/sites/default/files/2019-01/UNICEF-Lego-Foundation-Aprendizaje-a-traves-del-juego.pdf>
- Morales, E. & Torres, L. (2023). La Enseñanza de las Matemáticas en Estudiantes de la Licenciatura en Preescolar. *Ciencia Latina: Revista Científica Multidisciplinar*, 7 (5), 9351 - 9372. <https://ciencialatina.org/index.php/cienciala/article/view/8504/12751>
- Ministerio de Educación [MINEDU]. (2024). *ENLA 2023 Resultados de aprendizaje*. http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2024/05/Presentacion_de_logros_de_aprendizaje_ENLA_2023.pdf

Índice alfabético de autores

Abel Adrián Robledo Carrillo, 49
Agustín Prieto Carmona, 72
Alberto Zapatera, 8
Alcibiades Medina, 98
Alejandra Sánchez Ávila, 108
Aline Cristyna Gonzaga Alves, 201
Ana Maroto, 40
Andrea Alejandra Díaz Amaro, 124
Àngela Buforn, 8
Àngela Gabriela Beltrán Cavazos, 195
Ariana Kazumi Mayuri Jimenez, 220
Caridad Espinal Matías, 178
Carlos Guerrero, 89
Carlos Vargas, 98
Claudia Gallegos Anaya, 100, 124
Claudia Lisete Oliveira Groenwald, 31
Daniel Fernando Castillo Vázquez, 49
Daniel Moreno, 89
Danitza Soledad Mirabal Aybar, 139
Edilaine Damann da Luz Silva, 154
Edwan Ariza-Echeverri, 170
Eliccer Cedeño, 98
Eurivalda Ribeiro-Dos Santos, 1
Felismina de Sousa Neta, 80
Felix Luna, 89
Franklin Astudillo-Villalba, 162
Geraldo Eustáquio Moreira, 116
Igor dos Santos Lima, 201
Ivette Anel Delgado Valdez, 64
Jazmín Adriana Juárez Ramírez, 72
José María Chamoso Sánchez, 72
José María Marbán, 40
José Ricardo Amaro Jaramillo, 124
José Suero-Rico, 162
Juan José Cabrera Rodríguez, 49
Juddy Valderrama, 89
Juliana Andrea Marín Mosquera, 186
Juliana Ramírez Ramírez, 186
Lara Ronise de Negreiros Pinto Scipião, 80
Ledy García Rivera, 220
Liane Garcia Pinheiro Lemos, 80
Lorena Alejandra Medina Hernández, 64
Luciana Boemer Cesar Pereira, 154
Luis Manuel Aguayo Rendón, 64

Luis Manuel Montero Hernández, 218
Luis Montero Hernández, 108
Luz Mayela Lugo Hernández, 100
Magda Perla Mendoza Villarreal, 195
Marcelina Piña Del Rosario, 139
Margarida Teixeira de Castro, 80
Maria Clara de Oliveira Zaparoli, 16
Maria José Costa dos Santos, 80
Mariam Macías Gámez, 100
Marli Teresinha Quartieri, 146
Mayra Elizabeth Parra Amaya, 209
Meire Nadjá Meira de Souza, 116
Melania Bernabeu, 8
Mónica Mora Badilla, 108
Morgana Guadagnin, 146
Natalia Solano, 40
Noelia Saleme, 23
Osvaldo Jesús Rojas Velásquez, 209
Rafael Francisco, 58
Raphaëlle Dufour, 130
Raquel Fernández-Cezar, 40
Rejane Bianchini, 146
Renata da Silva Dessbesel, 154
Ricardo Poveda Vásquez, 108, 218
Roberto Torres Peña, 170
Rocío Yaressi Cisneros Martínez, 195
Rosa Mirabal Paulino, 178
Rosana Soares Pinheiro, 31
Samara Sales Frazão, 80
Sandra Marcela Vera, 23
Sandra Rojas Sevilla, 1, 170
Saray Carrillo-Paternina, 1
Silvia Teresinha Frizzarini, 16
Soraya Pol, 23
Zaida Margot Santa-Ramírez, 186

EDUCACIÓN MATEMÁTICA en América Central y El Caribe 2025



ISBN: 978-9945-30-206-6



www.redumate.org