EDUCACIÓN MATEMÁTICA en América Central y El Caribe 2025

Historia y filosofía de las Matemáticas y de la Educación Matemática

Volumen 6. *Memorias* IV CEMACYC
República Dominicana, 2025

Patrick Scott, Yuri Morales y Angel Ruiz
Editores

REDUMATE

Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025
[Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]

Editado por Patrick Scott, Yuri Morales y Ćngel Ruiz. Colaboradora: Sarah Gonz§lez

Volumen 6: Historia y filosofía de las Matemáticas y de la Educación Matemática

ISBN Obra Completa: 978-9945-30-168-7 ISBN Volumen: 978-9945-30-199-1

Para citar la obra completa
Scott, P., Morales, Y. y Ruiz, A. (Eds.). (2025). *Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025* [Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]. Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe; Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra. https://redumate.org/memorias-iv-cemacyc

Ejemplo para citar un volumen
Scott, P., Morales, Y. y Ruiz, A. (Eds.). (2025). *Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025* [Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]: *Vol. 1. Trabajos invitados del IV CEMACYC*. Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe; Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra. https://redumate.org/memorias-iv-cemacyc-volumen-1

Ejemplo para citar un artículo
Artigue, M. (2025). La enseñanza de las Matemáticas frente a los retos del mundo actual. En P. Scott, Y. Morales y A. Ruiz (Eds.), *Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025* [Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]: *Vol. 1. Trabajos invitados del IV CEMACYC (*pp. 18-29). Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe; Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra. https://redumate.org/memorias-iv-cemacyc-volumen-1

Contenidos

Presentación

Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025 es el título de las *Memorias* del *IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe* (IV CEMACYC) que se llevó a cabo en Santo Domingo, República Dominicana, del 2 al 7 de noviembre de 2025.

Este congreso fue organizado por la *Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe* (REDUMATE) y la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra (PUCMM). Este cuarto congreso tuvo un gran éxito con más de 300 ponencias con ponentes de 29 países que decidieron venir a esta región. Esto duplica la cantidad de ponencias que se suelen presentar en los CEMACYC. Es ahora un congreso consolidado, con mucho prestigio. La comunidad internacional decidió integrarse a este evento. El impacto regional es impresionante.

El congreso tuvo casi 800 participantes. Más de 400 docentes de la República Dominicana se beneficiaron directamente de conferencias, talleres, comunicaciones, carteles, sesiones informativas, reuniones de grupo, exposiciones de libros.

Varias instituciones dominicanas, con lucidez, apoyaron a sus maestros (incluso de lugares alejados del país) y aprovecharon esta valiosa oportunidad. Esto constituye un impacto formidable para la educación local.

En 2013 REDUMATE y la PUCMM organizaron el I CEMACYC. Muchos docentes aún recuerdan con orgullo el primer congreso y agradecen haber estado también en este. Hay una relación estratégica entre REDUMATE y PUCMM. República Dominicana es un foco clave para apoyar los esfuerzos regionales.

Esos días de noviembre completaron un proceso de tres años de preparación internacional y local, con autores, revisores, coordinadores de temas, equipos de plataforma (casi 200 personas), que ha apoyado cuidadosamente el fortalecimiento de capacidades en esta región.

En los textos que recogemos aquí domina un gran nivel científico. Una de las características permanentes de los CEMACYC es, precisamente, su cultivo de la mayor calidad académica; la cual es producto de un diseño intelectual estratégico innovador y de grandes esfuerzos por individuos y equipos durante muchos meses antes del congreso. A diferencia de otros eventos, los CEMACYC piden las propuestas de ponencias de manera extensa y administra cuidadosamente la revisión por medio de una plataforma tecnológica (los textos aprobados pueden leerse y descargarse en nuestras plataformas varios meses antes del congreso).

Es una perspectiva de organización académica profesional muy seria. Por eso es por lo que, en primer lugar, deseo agradecer formalmente la labor comprometida del *Comité Científico Internacional* con un especial reconocimiento a los *Directores de tema*, y a los casi 200 *Revisores científicos*.

En esta oportunidad, dadas las condiciones de las plataformas tecnológicas libres disponibles, diseñamos una innovadora estrategia complementaria para la organización del congreso mediante dos sitios web: sitio oficial con toda la información y articulación de la preparación del evento (usamos WordPress), y el sitio para ponencias con base en *Open Journal Systems*. Agradecemos el trabajo de la Dirección de estas plataformas.

Agradecemos el valioso patrocinio de la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI). Debe recordarse que REDUMATE nació en Costa Rica, en el año 2012, dentro del *Capacity and Networking Project* (CANP) de ICMI. Con ya cuatro congresos exitosos y múltiples acciones educativas en la región, de impacto internacional, esta Red CANP es un ejemplo y un modelo.

En el IV CEMACYC fueron esenciales los apoyos del *Comité Interamericano de Educación Matemática* y del *Proyecto Reforma Matemática* en Costa Rica en la organización científica y en la logística tecnológica del congreso.

El *Comité Organizador Local* en la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra, aparte de las acciones usuales, proporcionó un ambiente humano muy especial, con una gran hospitalidad. Nuestro agradecimiento a los colegas por haber asumido la logística multifacética de este congreso, que dejó recuerdos inolvidables en la comunidad de participantes.

Foto de grupo del IV CEMACYC

Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025 tiene 11 volúmenes con base en los temas del congreso:

1. Trabajos invitados del IV CEMACYC
2. Formación inicial de profesores
3. Formación continua y desarrollo profesional
4. Dimensiones culturales, políticas, económicas, y ambientales, de las Matemáticas y de la Educación Matemática
5. Currículo y evaluación
6. Historia y filosofía de las Matemáticas y de la Educación Matemática
7. Resolución de problemas y modelización en Educación Matemática
8. Uso de tecnologías digitales en la Educación Matemática
9. Investigación en Educación Matemática.
10. Estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Preescolar y Primaria
11. Estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Media y Educación Superior

Los textos de las ponencias invitadas (conferencias plenarias, conferencias paralelas, sesiones temáticas, mesa redonda, minicursos, homenaje a Eduardo Mancera) y ponencias abiertas (comunicaciones, talleres, pósteres en papel y digitales), presentadas efectivamente en el congreso, han sido incluidas en esta colección digital de volúmenes. *REDUMATE* desea agradecer a todos los autores que presentaron sus trabajos en el IV CEMACYC.

La organización detallada y la edición en sus diversas dimensiones fue realizada por Patrick Scott (Estados Unidos), con el apoyo de Yuri Morales (Costa Rica). Nuestra compañera Sarah González se encargó de tramitar su registro en República Dominicana (que contó con el respaldo de la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra). Expreso nuestro agradecimiento a Rick, Yuri y a Sarah.

Los enlaces de estos volúmenes se han colocado en las página web oficial de REDUMATE: https://redumate.org/.

Esperamos que la publicación de estos trabajos contribuya al progreso de la Educación Matemática en América Central y El Caribe.

Saludos afectuosos

Ángel Ruiz
Presidente
Consejo Internacional
Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe
16 diciembre 2025

Enseñanza del Cálculo: Las rupturas epistemológicas y sus implicaciones

José Ramón **Jiménez** Rodríguez
Departamento de Matemáticas, Posgrado en Matemática Educativa, Universidad de Sonora
México
joseramon.jimenez@unison.mx

Resumen

Es ampliamente conocida la importancia del análisis epistemológico de los conceptos matemáticos para la didáctica: identificar concepciones y obstáculos ligados al desarrollo histórico del concepto; el análisis epistemológico también parece indispensable si se plantea el ambicioso objetivo de renovar o innovar el acercamiento didáctico al respectivo concepto. Como resultado parcial de una investigación documental, en este trabajo se presenta una síntesis preliminar de las rupturas epistemológicas que tuvieron lugar en la evolución histórica del Cálculo, y se esbozan sus implicaciones.

Palabras clave: Análisis epistemológico; Cálculo infinitesimal; Educación superior; Enseñanza del Cálculo; Ruptura epistemológica; Viraje epistemológico.

Introducción: de rupturas y virajes

Es ampliamente conocida la importancia del análisis epistemológico de los conceptos matemáticos para el diseño didáctico, particularmente cuando se plantea el ambicioso objetivo de renovar o innovar el acercamiento didáctico al respectivo concepto. Una de las herramientas que se suele emplear en dicho análisis es la noción de *ruptura epistemológica*, asociada con una visión no continuista ni lineal de la evolución del conocimiento científico, proceso marcado por momentos de crisis, retroceso, e incluso cambios drásticos de orientación (los llamados virajes epistemológicos). En las visiones más radicales, tales momentos constituyen efectivamente rupturas con el pasado de una disciplina científica, un deslinde sin posible reconciliación (Rovira y Carbonell, 2006). Así pues, el rasgo distintivo de una ruptura epistemológica es su irreversibilidad (Beliáiev y Pierminóv, 1981).

A diferencia de la noción de ruptura, la idea de "viraje epistemológico" es menos radical, de entrada, asume implícitamente cierta continuidad en el desarrollo del conocimiento científico: lo que ha ocurrido es simplemente un cambio de orientación o de perspectiva, pero siempre como consecuencia del desarrollo previo. El término "disonancia epistemológica" también tiene esta connotación continuista, aunque enfatiza el momento de crisis, tensión o desacuerdo entre visiones (teorizaciones) concurrentes al interior de una disciplina científica.

En un ámbito más particular, el problema de identificar, analizar y caracterizar las rupturas epistemológicas que han tenido lugar en la evolución de los conceptos y métodos fundamentales del Cálculo, hasta el momento, ha sido poco estudiado desde el punto de vista de la Educación Matemática, al igual que el problema, esencial para la didáctica, de entender las implicaciones que de dichas rupturas se derivarían para la enseñanza del Cálculo. En este trabajo pretendemos contribuir al estudio de tales cuestiones, con base en nuestro análisis de diferentes investigaciones –entre las que destaca la de Beliáiev y Pierminóv (1981)–, cuyas aportaciones han permanecido hasta el momento dispersas, sin un esfuerzo de sistematización y síntesis.

El contexto histórico

La invención del cálculo infinitesimal es resultado de un largo proceso de exploraciones e investigaciones parciales realizadas por muchos autores, y tuvo lugar durante los siglos XVII y XVIII, aunque algunas ideas germinales relacionadas con lo que en la actualidad se conoce como Cálculo se remontan a la antigüedad griega.

Grosso modo y de manera convencional, podemos ubicar cuatro grupos de problemas históricos que dieron origen e impulsaron al desarrollo del Cálculo (Kline, 1972; Katz, 1998). Se trata de los siguientes: a) el cálculo de la velocidad instantánea y de la aceleración de un cuerpo móvil, conocida la distancia que éste recorre en dependencia del tiempo, y viceversa, calcular la distancia recorrida por un móvil conociendo su aceleración o su velocidad variable a lo largo de su trayectoria; b) el trazado de tangentes a curvas arbitrarias, en tanto la tangente intuitivamente representaba la dirección instantánea del movimiento de un objeto, así como también permitía la determinación de las normales a las curvas, fundamental para la confección y el pulido de lentes ópticas; c) problemas de optimización de carácter práctico, relacionados con el lanzamiento de proyectiles (el ángulo que maximizara el alcance de una bala de cañón, así como la altura máxima de dicho proyectil bajo distintos ángulos de lanzamiento), la determinación de las trayectorias de los planetas (en especial, sus posiciones más cercanas y más lejanas al Sol), particularmente el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra; d) problemas formulados en el lenguaje geométrico, pero que estaban directamente relacionados con los problemas prácticos anteriormente enlistados: el cálculo de longitudes de curvas (la rectificación de curvas), el cálculo de áreas de figuras planas y de volúmenes de cuerpos sólidos, relacionados con el cálculo de la fuerza de atracción gravitatoria entre una masa puntual y un cuerpo sólido, o la determinación de los centros de masa y de gravedad de los cuerpos sólidos, la explicación del flujo de las mareas, etc.

Al abordar estos problemas, cada uno de los pensadores que lo hizo utilizó alguna versión adaptada del método de exhaución de los antiguos griegos. Esto los llevó a desarrollar la idea de cantidades infinitamente pequeñas o infinitesimales, y a recurrir en sus cálculos a la idea de infinito. Aunque problemáticos, la utilización de ambos conceptos hizo posible no solamente resolver estos problemas, sino también desarrollar un enfoque general para el estudio de las magnitudes variables en los fenómenos naturales, dando lugar de este modo al estudio de problemas sobre variación.

A pesar de hacer posible la resolución de problemas como los ya mencionados, y la obtención de resultados correctos en muchos otros, e incluso de permitir ganar cierta comprensión de las posibles causas de los fenómenos naturales, impulsando de este modo el avance científico, el nuevo aparato matemático creado adolecía de ciertas deficiencias e imprecisiones de carácter lógico. La primera de ellas concernía a la existencia misma de las cantidades infinitesimales. La segunda tenía que ver con el valor numérico de tales cantidades: ¿eran o no iguales a cero? La tercera generó una discusión acalorada en el seno de la comunidad científica, y estaba relacionada con la introducción de cantidades no arquimedeanas en el aparato matemático de la época. Los pensadores que habían desarrollado tal aparato, aunque advirtieron tales detalles, al principio no les dieron demasiada importancia, siendo conscientes de que se trataba de una herramienta demasiado potente como para descartarla, pero a medida que se iba ampliando el campo de aplicación del nuevo método, la tensión se hacía cada vez más evidente.

Ante este panorama, la comunidad matemática de aquellos tiempos quedó dividida en dos campos: unos se propusieron resolver los problemas lógicos relacionados con el sentido de los conceptos de “infinitesimal”, primeras y últimas razones, entre otros, dirigiendo sus esfuerzos a poner fundamentos rigurosos al método del Cálculo, y a demostrar por la vía deductiva las proposiciones fundamentales. Otros se lanzaron audazmente a explorar nuevas situaciones y problemas en los que podían utilizar el instrumental matemático de las cantidades infinitesimales, logrando resultados admirables en las aplicaciones prácticas del Cálculo y contribuyendo a la creación de nuevas áreas científicas. Es precisamente en este momento de la historia en el que podemos ubicar el origen de una de las tensiones que hoy en día nos ocupan en relación con la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo. Se trata de la tensión que surge entre el recurso a la intuición y las exigencias formales de rigor en el seno del conocimiento matemático.

Esta tensión formidable llevó a los matemáticos de aquella época a plantear el problema de fundamentar rigurosamente la aritmética de las cantidades infinitesimales. Este problema no fue resuelto de inmediato, sino como resultado de un largo proceso de desarrollo que se prolongó durante casi un siglo, y culminó con la construcción de los números reales, la definición formal de los conceptos de función y límite, y la consecuente exclusión de las cantidades infinitesimales del aparato conceptual del Cálculo. El concepto de límite permitió a los matemáticos entender por fin por qué los resultados válidos que habían sido obtenidos mediante recursos intuitivos y herramientas infinitesimales eran matemáticamente correctos. Sin embargo, en este proceso el Cálculo se fue transformando en una disciplina abstracta, casi por completo alejada de sus orígenes y aplicaciones primigenios. Tal transformación se refleja de manera elocuente en las diversas definiciones que de la noción de función se fueron formulando.

Las rupturas epistemológicas en el aparato conceptual del Cálculo primigenio

En el largo proceso de fundamentar lógicamente el Cálculo, los matemáticos debieron deshacerse de una serie de visiones filosóficas y metodológicas comunes en su época. Tales actos de renuncia consistieron en rupturas epistemológicas –o al menos en virajes notables– de la filosofía del Cálculo con respecto a sus orígenes intuitivos y prácticos, problemas-fuente y herramientas primigenias. Los más significativos de ellos, y que han sido consignados de manera separada y parcialmente analizados por diferentes autores (García Bacca, 1946; Grattan-Guinnes, 1970; Grabiner, 1981; Beliáiev y Pierminóv, 1981; Ferraro, 2004; Alemán, 2012), se describen a continuación.

Primera ruptura epistemológica: el rechazo de los argumentos metafísicos (naturales) para justificar las operaciones con las cantidades infinitesimales.

Las argumentaciones de carácter metafísico surgieron de manera natural en el Cálculo primigenio. Se trata de explicaciones causales formuladas a partir de ciertas esencias de la naturaleza, de la materia, de ciertas fuerzas universales, de la continuidad de las cosas y procesos, lo que correspondía con el estilo de pensar del siglo XVII, cuando todavía era dominante la idea de que la ciencia suprema es la filosofía, y de que todas las leyes específicas debían ser deducidas con base en ciertas interpretaciones filosóficas generales de la materia, del espacio, etcétera. Tal tendencia se manifestó también en los primeros intentos de fundamentación del Cálculo, y fue particularmente notable en la posición asumida por Leibniz (García Bacca, 1946). Al justificar las propiedades y operaciones con las cantidades infinitesimales, Leibniz consideraba un grano de arena en comparación con una montaña, o comparaba el diámetro de la Tierra con la distancia hasta las estrellas fijas, o el diámetro de una pequeña esfera que podemos sostener en nuestras manos, con el diámetro de la Tierra, y argumentos análogos (Beliáiev y Pierminóv, 1981).

A pesar de no abandonar completamente los argumentos de carácter metafísico, Euler representa la primera ruptura epistemológica del Cálculo primigenio con sus orígenes. Euler hizo importantes esfuerzos por liberar al Cálculo de su dependencia de la metafísica y su relación con la mecánica, y se propuso desarrollarlo como un campo autónomo. Esta idea le fue sugerida por las distintas soluciones que en aquél tiempo fueron planteadas al problema de la catenaria, y en las que no fue necesario utilizar argumentos de naturaleza metafísica (Palomo, 2016). Euler rechazó tajantemente todas las argumentaciones que, con base en analogías físicas, formulaban los matemáticos de la escuela leibniziana para justificar el cálculo con infinitésimos. Para Euler, un infinitésimo no es sino un cero absoluto. El error en que incurrían los seguidores de Leibniz, según Euler, era no distinguir las relaciones aritmética y geométrica entre ceros. La suma de dos ceros es igual a cero, pero el cociente de dos ceros puede ser igual a cualquier número, lo que depende del tipo de cantidades que se relacionan en el cociente, y que tienden a cero en su magnitud numérica. En otras palabras, lo que Euler afirmaba era que la igualdad $0 = 0$ no implica la igualdad $\frac{0}{0} = 1$ (Ferraro, 2004). Euler definió al Cálculo Diferencial como un “método para determinar cocientes de incrementos infinitesimales, los cuales se obtienen a partir de ciertas funciones, cuando a la cantidad variable de la cual dependen se le asigna un incremento infinitesimal” (citado de Belyáiev y Perminóv, 1981, p. 39). De este modo, transformó al Cálculo de las magnitudes variables en un álgebra de funciones, entendidas éstas como expresiones analíticas en las que figuran constantes y variables, relacionadas mediante una cantidad finita de operaciones elementales, sin que necesariamente dichas funciones fueran modelos de una relación entre cantidades involucradas en alguna realidad material. Euler “afirmó que el verdadero objeto del cálculo no eran los diferenciales, sino los coeficientes diferenciales, y que el algoritmo del cálculo no transformaba diferenciales en diferenciales, sino funciones en funciones" (Ferraro, 2004, p. 35). Esto, además, tuvo un efecto importante: despegar el cálculo de funciones del marco geométrico cartesiano en el que estaba inserto, y en el cual las expresiones analíticas estaban directamente relacionadas con curvas generadas de manera cinemática, es decir, por el movimiento de un punto en el plano.

Segunda ruptura epistemológica: el deslinde con la mecánica

Como hemos señalado, el Cálculo nació y creció estrechamente ligado a problemas de la física y la geometría. Newton consideraba al Cálculo Diferencial no como una teoría general de funciones, sino como cinemática teórica. Para Newton, Leibniz y muchos otros, resultaba natural pensar que toda función es continua y tiene derivada, ya que todo movimiento es fluido y tiene cierta velocidad, y también que toda aproximación a un límite es monótona, ya que el objeto en su movimiento puede aproximarse a un punto dado únicamente por un solo lado, desde una sola dirección. La evidencia intuitiva de la continuidad del movimiento, respaldada por la evidencia también intuitiva de la continuidad de su representación gráfica (la curva), fueron elementos básicos en las producciones científicas de los matemáticos de los siglos XVII y XVIII, e incluso de la segunda mitad del siglo XIX (Bergé y Sessa, 2003; Ausejo y Medrano, 2015).

Sólo de manera gradual empezó a abrirse camino la idea de que el cálculo no debería ser fundamentado con base en argumentos propios de la mecánica. Ya hemos consignado el esfuerzo que en esta dirección inició Euler. Una objeción más fundamental fue expuesta de manera contundente por Lagrange: el Cálculo es Matemática, no física (Grabiner, 1981). Incluir el movimiento en el aparato argumentativo del Cálculo implicaba introducir una idea totalmente extraña a él. Según Lagrange, el Cálculo Diferencial debía ser considerado como una teoría más fundamental que la mecánica y, por consiguiente, debía ser explicado y fundamentado con independencia de la mecánica y, en general, de cualesquier consideraciones empíricas y físicas (Belyáiev y Perminóv, 1981). Su objeto de estudio debían ser exclusivamente cantidades algebraicas.

¿Por qué se dio este viraje hacia el álgebra, luego de renunciar a la mecánica y en parte a la geometría? Grabiner (1981) lo explica de este modo.

> Los matemáticos del siglo XVIII basaban su fe en la generalidad y certeza del álgebra en la idea de que el álgebra era una "aritmética universal". En esa aritmética universal, las operaciones de la aritmética ordinaria se aplicaban a las literales; se entendía que ellas representaban cualquier número. Así, los matemáticos podían obtener relaciones simbólicas complicadas, que arrojaban resultados aritméticos válidos cuando las literales eran sustituidas por números. (…) Por lo general, en el siglo XVIII (e incluso en el XIX), la aritmética se consideraba bien fundamentada y, dado que el álgebra era simplemente una aritmética generalizada, se creía que la verdad de sus conclusiones estaba tan bien fundamentada como la verdad de la aritmética (p. 49).

Otro factor que influyó para que el álgebra fuera considerada una base pertinente para el Cálculo, especialmente por Lagrange, fue que las series infinitas y otras expresiones infinitas formaban parte del álgebra. La filosofía y la praxis del álgebra incluían, por tanto, procesos infinitos y finitos. La aceptación universal de las expansiones decimales infinitas, junto con la aritmética finita, proporcionó una analogía tentadora para el salto de las operaciones algebraicas finitas a las infinitas (Grabiner, 1981). Habiendo redefinido el objeto de estudio del Cálculo, el punto crucial de la argumentación de Lagrange consiste en la afirmación (falsa, como se comprendió posteriormente) de que es posible desarrollar cualquier función en una serie de potencias ascendentes de su incremento (Botazzini, 1986).

Lagrange representa la segunda ruptura epistemológica del Cálculo con sus orígenes. En virtud de esto, Lagrange puede ser considerado como precursor de una tendencia que se impondrá definitivamente a partir de Cauchy. Aunque el fundamento que propuso –el análisis algebraico de las cantidades finitas– resultó insuficiente, eventualmente empezó a prevalecer, alejando al Cálculo de todo recurso a la evidencia cinemática y/o geométrica, y encaminándolo a encontrar en el marco del análisis algebraico, y exclusivamente dentro de él, los fundamentos del cálculo infinitesimal (Botazzini, 1986). El título completo de una de las obras monumentales de Lagrange resume esta ruptura: "Teoría de las funciones analíticas, conteniendo los principios del cálculo diferencial, expurgados de toda consideración relativa a los infinitamente pequeños y límites, y reducidos al análisis algebraico de cantidades finitas".

Caben señalar dos cosas. Primeramente, la concepción lagrangiana no consideraba a las funciones como una correspondencia entre conjuntos numéricos, sino como una regla que vinculaba dos cantidades variables, y se plasmaba en una única expresión analítica (Ferraro, 2004). En segundo lugar, la principal consecuencia de esta ruptura fue la expulsión del tiempo newtoniano del aparato conceptual del Cálculo (Alemán, 2012).

Tercera ruptura epistemológica: el deslinde radical con la geometría

Es bien sabido que, desde la antigüedad clásica, el estudio de las magnitudes estuvo ligada a la geometría. La geometría se constituyó en el dominio natural de validación del trabajo con magnitudes continuas. Esta situación no cambió mucho con la emergencia y desarrollo del álgebra en la Edad Media. Los métodos primigenios desarrollados por los algebristas árabes para resolver ecuaciones cuadráticas, por ejemplo, tienen una clara connotación geométrica. De ellos conocemos el método de "completar el cuadrado". Aunque a partir de Lagrange y D'Alembert los matemáticos separaron al Cálculo de la mecánica, durante largo tiempo continuaron recurriendo a argumentos de carácter geométrico como algo obvio y legítimo, considerando la geometría como una ciencia empírica que estudia las propiedades del espacio "real". Con la incorporación del lenguaje algebraico, la geometría de Descartes llegó a ser considerada como fundamento obvio de todo proyecto de matematización (Bergé y Sessa, 2003).

Para la mayoría de los matemáticos del siglo XVIII, la existencia de la derivada y la integral se desprendía de manera evidente del análisis de una curva, de su tangente y del trapecio curvilíneo correspondiente, y por lo tanto el problema relativo a la existencia de estos objetos no se planteaba en el sentido analítico (Belyáiev y Perminóv, 1981). A medida que evolucionaba el Cálculo, y particularmente con la introducción de las funciones discontinuas, resultaba cada vez más clara la insuficiencia de la geometría como base para su fundamentación. A principios del siglo XIX, el filósofo y matemático checo Bernhard Bolzano formuló una crítica mordaz de las analogías (tanto físicas como geométricas) que se empleaban en la Matemática.

> …es evidente que se trata de una intolerable ofensa en contra del método correcto deducir verdades de la matemática pura (o general, es decir, la aritmética, el álgebra y el análisis) a partir de leyes que pertenecen únicamente a la parte aplicada (o particular) de ella. Una demostración auténticamente

> científica o una fundamentación objetiva de cierta verdad que es válida para cualesquier magnitudes, indiferentemente de si éstas se encuentran o no en el espacio, de ningún modo puede ser una verdad sólo para las magnitudes que se ubican en el espacio… (Belyáiev y Perminov, 1981, p. 44).

La renuncia categórica a utilizar argumentos de carácter geométrico para justificar las operaciones y conceptos del Cálculo fue decididamente impulsada por Bernard Bolzano (1781-1848). Para él todo debía reducirse al álgebra, sin apelar a los infinitesimales, a la geometría, a las ideas de espacio y tiempo o a cualquier otra idea intuitiva (Grabiner, 1981). Bolzano evitó deliberadamente el lenguaje del movimiento y el término infinitesimal. Cabe mencionar que Bolzano difería con la mayoría de sus contemporáneos; en un estudio al respecto se enfatizan "las dos líneas de pensamiento que separaban las ideas de Bolzano sobre el Análisis de las de sus coetáneos: el categórico rechazo de la idea de infinito en todas sus formas, y la estricta separación entre los conceptos aritméticos y geométricos, que a veces llegaba a la supresión de estos últimos" (Alemán, 2012).

Cuarta ruptura epistemológica: el rechazo categórico de las magnitudes variables (cantidades)

Desde tiempos antiguos, la cantidad era considerada como un ente que precede lógicamente al número, mientras que el número era visto como una herramienta para tratar la cantidad. El concepto de número como medida de la cantidad era algo común, al menos hasta el siglo XVIII. En algunas culturas el cero fue introducido simplemente como ausencia de cantidad; es el nombre que se da a "la nada" (Ferraro, 2004). Durante muchos siglos, esta visión de los números excluyó la posibilidad de vislumbrar que "los objetos matemáticos pudieran tener su origen en un acto libre de la voluntad, y exige que estén arraigados en la realidad, directa o indirectamente, como elementos de una teoría que pretenda interpretar lo real" (Ferraro, 2004).

Fue Richard Dedekind (1831-1916) quien puso punto final a este ciclo de rupturas, asentando la fundamentación del Cálculo sobre la noción de número, un objeto genuinamente matemático. Para ello, se apoyó en el trabajo de Hermann Hankel (1839-1873), quien propuso un cambio radical de visión sobre los números.

> Considero que el concepto de número es totalmente independiente de las nociones de espacio y tiempo [...] Los números son creaciones libres de la mente humana; sirven como un medio para aprehender más fácilmente y con más agudeza, la diversidad de las cosas [...] [incluso] para investigar nuestras nociones de espacio y tiempo, al relacionar estas últimas, con el dominio numérico creado en nuestra mente (citado en Ímaz y Moreno, 2010, pp. 48-49).

De este modo, los números no son descubiertos o percibidos a partir de la realidad, sino que son "inventados", son solo símbolos, "objetos intelectuales", para los cuales se definen operaciones y relaciones formales, con tal de que dichas relaciones y operaciones estén libres de contradicciones lógicas. Hankel y Dedekind representan el inicio de la cuarta y definitiva ruptura epistemológica del Cálculo con sus orígenes. Esta ruptura fue culminada por el alemán Karl Wilhelm Theodor Weierstrass (1815-1897), quien aritmetizó definitivamente el análisis, liberándolo de cualquier reminiscencia al cambio temporal o a proceso dinámico alguno en el seno de las operaciones matemáticas.

Las cuatro rupturas que hemos consignado tuvieron como resultado la transformación del Cálculo en una disciplina diferente, o más bien, la formación de una nueva disciplina: el Análisis Matemático. El Cálculo primigenio, con su visión intuitiva, física y dinámica, continuó siendo objeto de aplicación a las nuevas ramas del conocimiento científico y tecnológico que se iban desarrollando, en buena medida impulsadas por el Cálculo mismo. Éste continuó siendo usado, y lo es en la actualidad, como una Matemática práctica, mientras que el Análisis fue consolidando su estatus de Matemática pura.

Reflexiones finales

Como resultado de una investigación documental, hemos identificado y caracterizado brevemente cuatro rupturas epistemológicas, en el proceso histórico de constitución del Análisis Matemático a partir del Cálculo Infinitesimal. Resta aún identificar y caracterizar las implicaciones didácticas y curriculares que dichas rupturas podrían haber tenido en la constitución del currículo escolar de Cálculo y en su metodología de enseñanza, al igual que en su transposición a los libros de texto. Esto implica, además. un trabajo necesario para la Didáctica: profundizar en el estudio de los actos epistemológicos que se registran en los diferentes episodios de ruptura, en el proceso histórico de evolución del Cálculo al Análisis Matemático, así como de sus implicaciones cognitivas, didácticas y curriculares.

Referencias

Alemán Berenguer, R. A. (2012). Del cálculo diferencial al funcional: consideraciones epistemológicas sobre dos desarrollos históricos. Metatheoria, 2(2), 91-121. Disponible en RIDAA-UNQ Repositorio Institucional Digital de Acceso Abierto de la Universidad Nacional de Quilmes. Consulta 29 – 12- 2024 http://ridaa.unq.edu.ar/handle/20.500.11807/2412

Ausejo E., Medrano S. F. J. (2015) De Lacroix a Cauchy: la fundamentación del Cálculo Infinitesimal en Mariano José Vallejo (1807-1832). Asclepio. *Revista de Historia de la Medicina y de la Ciencia*, 67 (2), julio-diciembre 2015, pp. 113-145. ISSN-L:0210-4466, http://dx.doi.org/10.3989/asclepio.2015.31

Beliáev, Y. A., Pierminóv, V. Y. (1981). *Problemas filosóficos y metodológicos de la matemática*. Editorial de la Universidad de Moscú.

Bergé, A.; Sessa, C. (2003) Completitud y continuidad revisadas a través de 23 siglos. Aportes a una investigación didáctica. *Relim*e Vol. 6, Núm. 3, julio, 2003 pp. 163-197

Botazzini, U. (1986) *The Higher Calculus: A History of Real and Complex Analysis from Euler to Weierstrass*. Translated by Warren Van Egmond. Springer-Verlag New York Inc.

Ferraro, G. (2004) Differentials and differential coefficients in the Eulerian foundations of the calculus. *Historia Mathematica* 31 (2004) 34–61.

García Bacca, J. D. (1946) La posición histórica de Leibniz en la fundamentación filosófica y científica del cálculo infinitesimal*. Filosofía y Letras, Revista de la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Nacional de México*, Tomo XII, julio-septiembre 1946 Número 23, pp. 11-44.

Grabiner, J. V. (1981*) The Origins of Cauchy's Rigorous Calculus*, New York: Dover.

Grattan-Guinness, I. (1970) Bolzano, Cauchy and the 'New Analysis' of the Early Nineteenth Century, *Archive for History of Exact Sciences* 6 (5): 372-400.

Ímaz, C. y Moreno A., L. (2010). *La génesis y la enseñanza del cálculo. Las trampas del rigor*. México, Trillas.

Katz, V. (1998*). A history of mathematics, an introduction*. Addison-Wesley.

Kline, M. (1972) *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*. Madrid, Alianza Universidad.

Palomo M. (2016) ¿Supone el Cálculo Infinitesimal un abandono de la metafísica? *Revista Dissertatio de Filosofia*, 43 (S3), 351-369. DOI: 10.15210/dissertatio.v0i0.9787. Descargado el 02/12(2024 de https://periodicos.ufpel.edu.br › article › view

Rovira, J.; Carbonell, E. (2006) ¿Hubo ruptura epistemológica en la ciencia del siglo XIV? *Quaderns d'Italia*, N. 11, p. 99-109. DOI 10.5565/rev/qdi.158 <https://ddd.uab.cat/record/14428> [Consulta: 7 noviembre 2024].

Historia de la Matemática como recurso didáctico: Perspectiva de docentes en formación

Gilberto **Chavarría Arroyo**
Escuela de Matemática, Universidad Nacional
Costa Rica
gilberto.chavarria.arroyo@una.ac.cr

Resumen

El objetivo de esta investigación fue analizar las percepciones y experiencias de los estudiantes de la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática respecto al curso de Historia de la Matemática en la Universidad Nacional. La investigación se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, con un diseño descriptivo. Para la recolección de datos se aplicó un cuestionario al final de curso a los estudiantes participantes. Los resultados indican que un positivo cambio en la percepción de la Historia de la Matemática, pasándola de un enfoque teórico a una herramienta pedagógica eficaz para fomentar el interés y el aprendizaje en el aula. Para un abordaje pedagógico señalaron la necesidad de una planificación detallada y la inclusión de actividades interactivas que vayan más allá de la simple narración histórica. Los participantes destacaron que adquirieron una perspectiva más humana de las Matemáticas.

Palabras clave: Educación Matemática, Historia de la Matemática; Percepción de estudiantes; Profesores en formación; Recurso didáctico.

Introducción

Para investigadores como Jankvist (2009), la Historia de las Matemática puede entenderse de dos maneras: como un fin en sí misma o como una herramienta didáctica. La primera perspectiva se refiere al aprendizaje de la Historia de las Matemática como un objetivo en sí mismo, donde el enfoque principal es el conocimiento histórico en sí. En cambio, la segunda visión considera la Historia de las Matemática como un recurso que contribuye al aprendizaje de las Matemáticas, al desarrollo del conocimiento didáctico del contenido matemático o incluso a otros aspectos relacionados.

Este segundo enfoque ha sido también adoptado por Guacaneme (2012), quien posiciona la Historia de las Matemáticas como un elemento clave dentro de la estructura curricular, reafirmando la función de la Historia de las Matemática como herramienta, con un énfasis particular en su rol dentro de la formación de futuros docentes de Matemáticas. En esta misma línea, diversos investigadores coinciden en que la Historia de la Matemática constituye un recurso didáctico valioso para la enseñanza de las Matemáticas (Fauvel & Mannen, 2000; Lupiáñez, 2002; Puig, 2019; Sierra-Vázquez, 2000), por lo que su inclusión en la formación de futuros profesores de esta disciplina resulta indispensable, ya que permite no solo comprender la evolución de los conceptos matemáticos, sino también dotar a los docentes de herramientas pedagógicas que enriquecen la enseñanza y favorecen el aprendizaje de los estudiantes (Santágueda & Lorenzo-Valentín, 2019; Torres et al., 2014).

En este sentido, el análisis histórico de las Matemáticas permite a los futuros docentes de Matemáticas "conocer las cuestiones que dieron lugar a los diversos conceptos, las intuiciones e ideas de donde surgieron" (González-Urbaneja, 2004, p.18). Esto les puede ayudar a comprender las razones por las cuales ciertos conceptos matemáticos resultan complejos para los estudiantes y a partir de ello, adaptar sus estrategias de enseñanza. (López-Acosta & Romero, 2023). En esta línea, Guacaneme (2018) sostiene que la Historia de la Matemática puede llegar a tener un papel tan relevante en la formación docente como la propia disciplina o la Didáctica de la Matemática.

En coherencia con estos planteamientos, Fauvel & Mannen (2000) destacan que la Historia de la Matemática permite a los docentes desarrollar estrategias de enseñanza que favorecen el aprendizaje, proporcionando ideas para abordar diversos conceptos, procesos y algoritmos. Además, explican que la Historia de la Matemática muestra que esta disciplina está ligada a diferentes dinámicas sociales, lo que facilita la promoción de una actitud positiva hacia el conocimiento matemático y su enseñanza, evidenciando su relación con otras formas de expresión cultural, como el arte y la filosofía. En efecto, para autores como D'Ambrosio (2013) la Historia de la Matemática permite humanizar su aprendizaje, ya que ayuda a reconocer que esta disciplina no es solo un conjunto de reglas y procedimientos abstractos, sino una construcción cultural, histórica y social estrechamente vinculada a la experiencia humana, cargada de emociones, vivencias e identidad (Bishop, 2005).

En este contexto, la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, donde se enmarca este estudio, reconoce la importancia de la Historia de la Matemática y de la Historia de la Educación Matemática en la formación de docentes, e incluye en su Plan de Estudios de Bachillerato y Licenciatura de la Educación Matemática el curso Historia de la Matemática, ubicado en el nivel de Licenciatura. En este curso, se exploran dos vertientes de la Historia de la Matemática: una teórica, que destaca la importancia de comprender la evolución de los conceptos matemáticos, y otra, enfocada en su potencial como recurso didáctico.

En este panorama, la presente comunicación tiene como objetivo describir la perspectiva de profesores de Matemática en formación respecto al curso de Historia de la Matemática recibido en la Universidad Nacional en el 2024; con énfasis en los contenidos, metodología, evaluación y actividades propuestas.

Contexto y fundamentos teóricos del curso

En este curso, el rol del profesor es de guía y coordinador de las interacciones en clase. Proporciona material documental y audiovisual y plantea foros de discusión en una plataforma virtual. Las estrategias metodológicas principales del curso incluyen trabajo individual, grupal, colaborativo y cooperativo, con enfoque teórico-práctico y conversación heurística. El trabajo individual se realiza principalmente fuera del aula, con énfasis en la lectura, reflexión y análisis de documentos y videos. El estudiante, como docente en formación, desempeña un rol activo, comprometiéndose con su aprendizaje autónomo y aplicando el pensamiento crítico y creativo en la realización de las asignaciones.

Las áreas temáticas que se abordaron en el curso fueron: Historia de la Matemática en sus etapas cronológicas, desarrollo histórico de las Matemáticas en Latinoamérica y en Costa Rica, la Historia de la Educación Matemática en Costa Rica y usos de la Historia de la Matemática como recurso didáctico. Para abordar estas temáticas, se plantearon diversas actividades, cuya descripción y fundamentación teórica se describen a continuación.

Tomando en cuenta las afirmaciones de Fauvel & Mannen (2000), que enfatizan sobre la necesidad de interpretar los desarrollos matemáticos dentro de su contexto histórico y cultural mediante una visión crítica; el curso Historia de la Matemática incluyó foros de discusión en el aula virtual sobre las lecturas y videos asignados. En clase se promovieron mesas de debate para analizar los aportes de diversas civilizaciones y matemáticos a la disciplina, con el propósito de diseñar actividades didácticas que reflejaran la evolución del conocimiento matemático.

Otra de las actividades propuestas en el curso consistió en que los futuros docentes seleccionaran a un matemático cuyo legado o aportes les resultaran interesantes. Luego, debían exponer en primera persona (con vestuario de la época) su biografía y reflexionar sobre cómo podrían integrar algún aspecto de su historia en el aula.

Con la finalidad de que los profesores en formación realizaran un recurrido por la Historia de la Educación Matemática de Costa Rica, se les planteó el análisis de libros de texto correspondientes a diversos planes de estudio, para identificar diferencias y similitudes en el abordaje de los contenidos matemáticos en el sistema educativo formal. En esta misma temática y siguiendo la ideas de D’Ambrosio (2014), relacionadas con la importancia de analizar Historia de la Educación Matemática a partir de las narrativas de sus protagonistas; una de las asignaciones del curso consistió en entrevistar a profesores de Matemática jubilados con la finalidad de descubrir los múltiples cambios que se han dado en la Educación Matemática costarricense. Algunas conclusiones de esta actividad fueron reportadas por Chavarría & Gavarrete (2023).

Como proyecto final del curso de Historia de la Matemática, tomando en cuenta que Matemáticas han desempeñado un papel clave en el desarrollo cultural de distintas civilizaciones y grupos sociales (Salinas-Herrera & Adamuz-Povedano, 2011), los estudiantes investigaron un rasgo o elemento cultural cercano a su entorno que evocara un momento histórico o sociocultural y que tuviera potencial matemático, con el propósito de diseñar una unidad didáctica con problemas contextualizados.

Metodología

Esta investigación se desarrolla bajo un enfoque cualitativo, ya que busca comprender y describir las percepciones y experiencias de los estudiantes sobre el curso de Historia de la Matemática. En términos de diseño, se trata de un estudio descriptivo, el cual permite analizar las opiniones de los participantes sin modificar sus experiencias o intervenir en el proceso (Hernández et al., 2014).

La recolección de datos se realizó mediante un cuestionario de preguntas abiertas, aplicado al final del curso a los estudiantes, a través de Google Forms. Este permitió a los ocho participantes expresar de manera anónima sus percepciones sobre los contenidos, metodología, evaluación y actividades del curso. El análisis de los datos se realizó mediante un análisis de contenido (Bardin, 2012) organizando las respuestas en categorías temáticas emergentes. Se utilizó un proceso de codificación para identificar patrones y diferencias en las respuestas de los participantes.

Resultados

Para efectos del reporte de resultados, se describen las opiniones de los ocho estudiantes que participaron en el curso Historia de la Matemática en el año 2024. Todos cursaban el último ciclo de la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática.

Acercamiento previo de los estudiantes a la Historia de la Matemática

Al consultar a los profesores en formación si en algún curso anterior habían abordado temas de Historia de la Matemática, las respuestas muestran una tendencia general hacia un tratamiento superficial y ocasional del tema. Se identifican tres patrones principales: la ausencia o presencia esporádica del tema, un abordaje limitado sin aplicación en el aula y un tratamiento a través de actividades concretas.

En efecto, dos estudiantes indicaron que la Historia de la Matemática no fue abordada formalmente en su formación. Otros tres mencionaron que sí hubo referencias en ciertos cursos, pero de manera superficial, como la mención breve de matemáticos como L'Hôpital y Riemann en un curso de Análisis, aunque sin vinculación con estrategias didácticas para el aula. Por su parte, tres participantes señalaron que en algunos cursos se realizaron actividades específicas con un componente histórico, como la elaboración de videos sobre la historia de la geometría, la resolución de problemas con métodos antiguos en el curso de Principios de Matemática y el estudio de métodos de encriptación antiguos con reseñas históricas en el curso de Teoría de Números.

Posiblemente, debido al enfoque limitado de la Historia de la Matemática en cursos previos, seis de los ocho estudiantes indicaron que no la percibían como un recurso valioso para la enseñanza y, por ello, no la integraron en sus trabajos ni en su práctica a lo largo de la carrera.

Al consultar a los estudiantes sobre sus expectativas del curso, la mayoría indicó que esperaba una metodología basada en un enfoque teórico y lecturas extensas. Varios mencionaron que imaginaban un curso con una fuerte carga de contenido histórico, centrado en la biografía de matemáticos o en la exposición cronológica de las distintas ramas de la disciplina. Incluso, algunos anticipaban un curso monótono y poco atractivo. Al respecto, un estudiante expresó su sorpresa al señalar: "*al inicio pensé que iba a ser un curso el cual iba a ser muy aburrido, sin embargo, fue totalmente lo contrario, me hizo interesarme por el uso de esta para enseñar y crear interés en los estudiantes*".

Actividades significativas planteadas en el curso

Según lo expresado por los estudiantes respecto a las actividades que más disfrutaron en el curso y que les permitieron un aprendizaje más significativo, sus respuestas fueron integradas en tres subcategorías: experiencias lúdicas e inmersivas, asignaciones de investigación y análisis y prácticas matemáticas basadas en contextos históricos y socioculturales.

Dentro de las asignaciones más destacadas por los estudiantes fueron las relacionadas con estrategias didácticas que hicieron el aprendizaje más dinámico y atractivo, como la representación y exposición de personajes históricos. Sobre esta actividad un estudiante resaltó: *"Me gustó mucho la actividad de la exposición de la biografía de un matemático, pues al ir vestidos como el personaje hizo que fuera bastante entretenido"*, lo que evidencia el impacto positivo de esta experiencia en la motivación y el interés por la Historia de la Matemática. En esta misma línea, seis estudiantes valoraron positivamente experiencias lúdicas como la medición de proporciones corporales basada en el *Hombre de Vitruvio*, el uso de la calculadora inca *Yupana* para el conteo, juegos matemáticos con enfoque histórico como el *Mancala* y la lectura del libro *El Hombre que Calculaba*.

Con respecto a las asignaciones investigativas, cuatro estudiantes destacaron la indagación en textos antiguos de Matemáticas de Costa Rica. En palabras de un participante: "*el estudio de los textos antiguos permitió conocer sobre la evolución sociohistórica de la enseñanza de las Matemáticas, los contenidos y metodología utilizados a lo largo de los últimos 60 años*". En este mismo sentido, la asignación de entrevistar a un profesor jubilado resultó significativa, pues permitió conocer en voz de los protagonistas, los cambios en la Educación Matemática costarricense.

Además, la mitad de los participantes destacó de manera positiva la actividad referente a la investigación de signos culturales para elaborar problemas contextualizados. Al respecto, un estudiante expresó que "*esta experiencia nos permitió conocer más sobre actividades que se desarrollan en nuestros pueblos, su historia y desarrollo, para luego crear problemas cercanos a la realidad* de *los estudiantes*"

Principales conocimientos adquiridos en el curso de Historia de la Matemática

A los profesores en formación se les solicitó identificar los tres aspectos más relevantes que aprendieron en el curso de Historia de la Matemática. Sus respuestas se agruparon en cuatro subcategorías principales de aprendizaje: aporte de diversas civilizaciones y matemáticos a la disciplina, la Matemática como un constructo sociocultural, la Historia de la Matemática como un recurso didáctico y la visión humana de las Matemáticas. Seguidamente se detalla.

Al concluir el curso, seis estudiantes mencionaron que conocer la evolución de la Matemática permite comprender que los conceptos matemáticos no surgieron de manera aislada, sino en respuesta a necesidades históricas y culturales de diversas civilizaciones. En esta línea un estudiante explicó que "*la Historia de la Matemática permite dar trasfondo a la disciplina y que no parezca como un conjunto de ideas salidas de la nada, sino que es respuesta al momento histórico en el que se desarrolló*". Esto concuerda con las afirmaciones de González-Urbaneja (2004) que aboga por la necesidad de mostrar las Matemáticas como un proceso creativo, que incluye frustraciones y logros a través de un largo y arduo camino.

Asimismo, cuatro estudiantes señalaron que la historia ofrece una visión más humana de la Matemática, al mostrar que su desarrollo estuvo marcado por errores, exploraciones y el deseo de hacerla accesible a más personas. Estas afirmaciones van en consonancia con lo planteado por el MEP (2012), quien ve en la Historia de la Matemática un recurso sensibilizador y humanizante.

Los estudiantes lograron aprender acerca del desarrollo de áreas como geometría, álgebra y trigonometría en diversas civilizaciones occidentales, así como de los sistemas numéricos y otros conocimientos de culturas como los mayas y los incas. Este aprendizaje se vinculó con la idea de que la Matemática no es producto de una única época o cultura, sino de un proceso acumulativo en el que han intervenido diversas civilizaciones a lo largo de la historia.

Además, siete participantes enfatizaron el valor de la Historia de la Matemática como una herramienta didáctica en la enseñanza de la esta disciplina. Indicaron haber reconocido la importancia de diseñar estrategias que vayan más allá de la simple mención de biografías o eventos históricos, integrando actividades que permitan a los estudiantes conectar la historia con los conocimientos matemáticos del currículo. Estos resultados son consistentes con lo planteado por Guacaneme et al., (2019), quienes impulsan un abordaje pedagógico de la Historia de la Matemática como "plato fuerte", es decir, no como un simple complemento o introducción en la enseñanza de las Matemáticas, sino como un elemento central y sustancial en la formación matemática.

Transformación en la percepción de la Historia de la Matemática

Luego de recibir el curso, todos los profesores en formación concordaron en que sí incorporarían la Historia de la Matemática en su futura labor docente. Sus respuestas reflejaron distintos niveles de seguridad y estrategias para su implementación. Dentro de los participantes, seis manifestaron un fuerte compromiso con la integración de la historia en sus clases, como lo expresa un estudiante al señalar: *"No se trata de si podría o no, lo voy a hacer"*. Dos reconocieron que, si bien consideran viable su uso, es necesario evaluar cuidadosamente el momento y contenido adecuado para su aplicación en el aula.

En cuanto a la manera en que planean utilizar la Historia de la Matemática, cinco estudiantes destacaron su utilidad como estrategia pedagógica para hacer más amenas las clases o para mejorar el interés de los alumnos. Por ejemplo, un participante mencionó que la historia puede integrarse en forma de *"estrategias o datos curiosos en momentos que la clase sea pesada para mejorar el ambiente de clase"*. Otros estudiantes consideran necesario un trabajo más estructurado, señalando que su implementación no debe limitarse a breves reseñas históricas, sino que requiere planificación y adaptación al contenido.

Respecto a si el curso propició un cambio en la visión que tenían de la Historia de la Matemática, todos los estudiantes coincidieron que su percepción cambió de manera positiva. En esta dirección las respuestas de los participantes reflejan un alto nivel de disposición para integrar la Historia de la Matemática en su futura práctica docente. Indicaron que el curso les permitió ampliar su visión sobre el valor pedagógico de la historia, pasando de considerarla un simple complemento teórico a verla como una herramienta para mejorar la enseñanza.

Dentro de los aspectos más valorados se encuentran la posibilidad de motivar a los estudiantes a través de relatos históricos, la contextualización de conceptos matemáticos y el diseño de actividades didácticas con base en acontecimientos históricos. Todos los participantes destacaron que su percepción sobre la historia cambió gracias a la metodología del curso, como lo menciona un estudiante: *"mi percepción de la historia de la Matemática cambió, pues pensaba que era únicamente leer textos con vocabulario tan técnico que no se entiende nada, sin embargo, encontré un curso donde el profesor se sentía apasionado por la materia y hacía que las clases fueran muy dinámicas y entretenidas y me motiva a replicarlas en mi futuro trabajo"*.

Así, según las respuestas recogidas en el cuestionario, los estudiantes coinciden en que el curso logró movilizar no solo sus creencias sobre la naturaleza de la Matemática, sino también su percepción sobre el potencial didáctico de la historia. Este cambio se refleja en el progreso observado en sus trabajos a lo largo del curso, aunque dichos avances no se detallan en esta comunicación por no estar dentro del objetivo general.

Desafíos y propuestas de mejora

En general, según la opinión de los participantes, entre las acciones de mejora para el curso de Historia de la Matemática destaca la reducción de la cantidad de asignaciones, ya que el tiempo disponible es limitado para abordar en mayor profundidad las actividades propuestas. Además, la escasa exposición previa a la Historia de la Matemática en cursos anteriores dificultó la elaboración de intervenciones didácticas que vincularan contenidos históricos de las Matemáticas con contenidos escolares.

Conclusiones

Las percepciones de los profesores en formación respecto a la Historia de la Matemática experimentaron una transformación significativa tras su participación en el curso. Inicialmente, la mayoría concebía la historia como un contenido teórico y poco relevante para la enseñanza, influenciados por un abordaje superficial en su formación previa. Sin embargo, a lo largo del curso, los participantes reconocieron su valor como herramienta pedagógica, destacando su potencial para contextualizar conceptos matemáticos, fomentar el interés del estudiantado y generar experiencias de aprendizaje más significativas. Las actividades prácticas y lúdicas, así como las estrategias de mediación utilizadas en el curso, jugaron un papel clave en este cambio de percepción, permitiendo a los futuros docentes visualizar maneras csoncretas de integrar la historia en sus clases.

Dentro del aprendizaje que se adquirió en el curso, se destacó que la integración efectiva de la Historia de la Matemática en la enseñanza requiere planificación y una visión más allá de la simple narración de biografías o eventos históricos. Los participantes señalaron la importancia de diseñar actividades didácticas contextualizadas y de utilizar la historia como un recurso que conecte el desarrollo matemático con sus aplicaciones socioculturales. En este sentido, se destaca la necesidad de fortalecer la presencia de la Historia de la Matemática en la formación inicial docente, promoviendo enfoques metodológicos que permitan a los futuros profesores no solo conocer la evolución de la disciplina, sino también apropiarse de estrategias para incorporarla de manera efectiva en su práctica pedagógica.

Referencias

Bardin, L. (2012). *Análisis de contenido*. Akal Universitaria.

Bishop, A. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.

Chavarría, G., & Gavarrete, M. (2023). Investigación en la Historia de la Educación Matemática: experiencias en Costa Rica con personas docentes en formación. In M. Picado & Y. Morales (Eds.), *Memorias del VII Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática* (pp. 362–372).

D'Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemáticas: Entre las tradiciones y la modernidad*. Ediciones Díaz de Santos.

D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(2), 100–107.

Fauvel, J., & Mannen, J. (2000). *History in Mathematics Education: The ICMI study*. Kluwer Academic Publishers.

González-Urbaneja, P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma*, *45*, 17–28.

Guacaneme, E. (2012). ¿Qué tipo de Historia de las Matemáticas debe ser apropiada por un profesor? *Revista Virtual Educyt*, *2*(2), 136–148.

Guacaneme, E. (2018). La Historia de las Matemáticas como vector en la formación de profesores de Matemáticas. *Revista En Educación: Matemáticas, Ciencias Natuales y Sociales Del Caribe*, *1*(1), 5–10.

Guacaneme, E., Torres, L., & Arboleda, L. (2019). Estrategias curriculares de formación en Historia de las Matemáticas en licenciaturas en Matemáticas en Colombia. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, *46*, 57–80. https://doi.org/10.17227/ted.num46-10540

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. McGraw Hil.

Jankvist, U. (2009). A categorization of the "whys" and "hows" of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, *71*(3), 235–261.

López-Acosta, L., & Romero, F. (2023). Empleando elementos de la historia de las matemáticas en la formación de docentes de matemática. In J. Morales & M. Picado (Eds.), *Memorias del VII Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática* (pp. 244–256).

Lupiáñez, J. (2002). Reflexiones didácticas sobre la Historia de la Matemática. *SUMA*, *40*, 59–63.

MEP. (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Puig, L. (2019). Observaciones acerca de la historia de las matemáticas en la matemática educativa. In J. Marban, M. Arce, J. Maroto, A. Muñoz, & A. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII-SEIEM* (pp. 117–130).

Salinas-Herrera, J., & Adamuz-Povedano, N. (2011). Una experiencia de aula utilizando la historia de las matemáticas. *Epsilon - Revista de Educación Matemática*, *28*(1), 113–126.

Santágueda, M., & Lorenzo-Valentín, G. (2019). Historia de las matemáticas para la formación inicial de maestros. *Matemáticas, Educación y Sociedad MES*, *2*(2), 19–32.

Sierra-Vázquez, M. (2000). El papel de la historia de la matemática en la enseñanza. *Números: Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, *43*, 93–96.

Torres, L., Guacaneme, E., & Arboleda, L. (2014). La historia de las matematicas en la formación de profesores de Matemáticas. *Quipu, Revista Latinoamericana de Historia de Las Ciencias y La Tecnología*, *16*, 203–224.

La sucesión de Fibonacci: Una mirada histórica e interdisciplinar para el aula

Juliana Andrea **Marín** Mosquera
Universidad de Antioquia
Colombia
andrea.marin5@udea.edu.co
Juliana **Ramírez** Ramírez
Universidad de Antioquia
Colombia
juliana.ramirez7@udea.edu.co
Alejandra **Marín-Ríos**
Universidad de Antioquia
Colombia
alejandra.marinr@udea.edu.co

Resumen

Este trabajo presenta un estudio histórico de la sucesión de Fibonacci, recopilando algunos elementos, conceptos y situaciones que anteceden y contribuyen a la consolidación de dicha construcción como objeto matemático. A partir de los elementos de análisis de una práctica matemática, se analiza el problema de la reproducción de los conejos presente en el libro *Liber Abaci*, escrito por Fibonacci; y se comparten algunas propuestas para ser llevadas al aula, a través de las cuales se pueda generar procesos interdisciplinarios entre las áreas de Matemáticas y ciencias naturales.

Palabras clave: Educación secundaria; Investigación documental; Historia de las Matemáticas; Pensamiento numérico; Interdisciplinariedad; Práctica matemática.

Definición y relevancia del problema

La sucesión de Fibonacci, planteada en el siglo XIII por Leonardo de Pisa, es un objeto matemático relacionado con patrones en la naturaleza, el arte y la arquitectura. Por ello, esta sucesión puede considerarse un medio para promover la interdisciplinariedad entre las

Matemáticas y las ciencias naturales, pues le permite al maestro conectar los conceptos con aplicaciones del mundo real. Esto favorece una mayor receptividad y motivación en los estudiantes, ya que, como destacan Minnaard y Condesse (2005), la sucesión de Fibonacci es capaz de despertar interés, atención y admiración en los estudiantes, debido a su belleza y su relación con el entorno natural.

En este trabajo se realiza un análisis histórico de la sucesión de Fibonacci, algunas implicaciones para su enseñanza, y especialmente, su potencial para promover interdisciplinariedad entre las Matemáticas y las ciencias naturales. Estudiar la sucesión de Fibonacci desde la concepción de práctica matemática permite comprender acciones humanas, eventualidades e intereses que han contribuido a su construcción. El estudio histórico posibilita determinar elementos fundamentales para comprender la sucesión, sus aplicaciones y posibilidades para la enseñanza, con el fin de que los estudiantes perciban la Matemática como una disciplina viva, conectada con el medio y con diversos saberes (Córdoba, 2015).

Referencial teórico

Para alcanzar el objetivo del presente estudio, se parte de considerar la construcción de la sucesión de Fibonacci desde los elementos de análisis de una práctica matemática. Esta última es comprendida como el conjunto de acciones de los individuos que, en medio de sus actividades matemáticas, guían y orientan sus procesos de subjetivación y objetivación de la cantidad, la forma y la variación de una u otra (Obando, 2015). Por otra parte, Flores (2016) afirma que la práctica es fundamental en la creación matemática, lo que permite comprender la importancia del análisis de la práctica matemática; constituyendo no sólo un campo de estudio más amplio, considerando aspectos históricos, culturales y cognitivos que permite comprender la forma en la que ha cambiado la Matemática.

El análisis de la práctica matemática resulta importante en el estudio histórico de las Matemáticas, debido a que, a través de este, se logra aproximar cómo piensan los sujetos situados en un lugar y momento particular con diversas influencias. Además, las ideas teóricas que necesita acoger o desarrollar, así como las relaciones y representaciones que se establecen con los elementos tangibles (material físico) e intangibles (lenguaje) a los que se acude para elaborar una determinada construcción intelectual o ejecución de sus acciones.

En lo que respecta a la sucesión de Fibonacci se caracteriza por ser una sucesión recurrente de segundo orden, dado que cada elemento es construido con la suma de los dos anteriores (Markushévich, 1986). 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, … son algunos de sus términos. De esta manera, la definición formal de esta sucesión está dada por la expresión $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ para $n \geq 3$, y parte de dos términos predeterminados $a_1 = 1$ y $a_2 = 1$, siendo a el término de la sucesión en la posición n. Así pues, para $n = 3$, $a_3 = a_{3-1} + a_{3-2}$, es decir, $a_3 = a_2 + a_1$, por lo tanto, $a_3 = 1 + 1 = 2$. Consecuentemente, pueden ser determinados los demás términos de la sucesión utilizando dicho procedimiento. Este objeto matemático está caracterizado por la sencillez de su expresión y su reiterada aparición en patrones inmersos en la cotidianidad, entre ellos, la reproducción de algunos animales, los frutos, y el crecimiento armónico y la configuración de la estructura de diversas plantas; como en el caso de las flores, piñas, conchas de moluscos o de nautilus, semillas del girasol, entre otras (Viggiani, 2006).

Método y desarrollo conceptual

El estudio es de carácter histórico y se empleó la técnica de análisis de contenido. La fuente primaria utilizada es el *Liber Abaci,* escrito por Fibonacci, y su análisis se realizó a partir de los elementos constitutivos de una práctica matemática. Así pues, Obando et al. (2014) identifican varios elementos a tener en cuenta para el análisis de prácticas matemáticas, los cuales se pueden condensar en tres marcos principales e interrelacionados entre sí, basados en la propuesta de Ferreirós (2010):

- **Marco teórico**: relacionado con el objeto de conocimiento sobre el que se actúa, los conceptos ligados a este, el discurso o lenguaje a través del cual se le da soporte epistémico a la práctica matemática, el conjunto de estructuras y modelos teóricos que justifican su quehacer y los problemas planteados en función de su estructura y la forma de la actividad de los individuos.
- **Marco simbólico:** ligado a los instrumentos físicos y simbólicos y a los procedimientos formales e informales que les facilitan la acción matemática a los sujetos, así como las técnicas o métodos que permiten usar esos instrumentos.
- **Agencia:** relacionado con el sujeto, el contexto en el que está situado, las visiones metamatemáticas que orientan la toma de decisiones sobre la práctica matemática, las instituciones que inciden en su construcción, las cosmovisiones, las valoraciones y las posturas filosóficas y ontológicas.

Este estudio está enmarcado en la primera mitad del siglo XIII, periodo en el cual el italiano Leonardo de Pisa publicó su obra titulada *Liber Abaci*, traducida como *El libro del ábaco.* Dicho libro es uno de los textos matemáticos más importantes de la Edad Media, pues contribuyó a la expansión y difusión de los números indoarábigos y los algoritmos para realizar cálculos aritméticos con ellos (Sigler, 2002).

El libro está dividido en quince capítulos, en los que se presentan alrededor de 200 problemas relacionados con las actividades comerciales, económicas, mercantiles y cotidianas de aquella época en Europa (Falconi, 2012). El Liber Abaci posee dos versiones, una de ellas publicada en 1202, y otra en 1228 (Ugarte, 2011). En el presente trabajo se utiliza la segunda versión, tomando como referencia la traducción del latín al inglés moderno, realizada por Sigler (2002). La elección de dicho libro se debe a que, en el capítulo 12, se plantea un problema relacionado con la reproducción de una pareja de conejos, cuya solución emplea la conocida sucesión de Fibonacci.

Resultados

En este apartado se exponen los hallazgos encontrados a partir de los tres marcos de análisis de una práctica matemática (agencia, marco teórico y marco simbólico) y un apartado relacionado con las lecciones pedagógicas, en el que se presentan algunas propuestas para llevar al aula la interdisciplinariedad antes descrita.

Agencia

Leonardo de Pisa, conocido como Fibonacci, nació en Pisa alrededor del año 1175, en una familia de mercaderes. Su padre, Guglielmo Bonacci, fue nombrado cónsul de la comunidad de mercaderes pisanos en la ciudad argelina de Bugía alrededor de 1190, y se llevó a Leonardo junto a él para que se instruyera en el arte del cálculo. Leonardo recibió educación de maestros árabes, quienes le enseñaron el sistema de numeración indoarábigo y técnicas para operar con él. Además, le mostraron textos matemáticos árabes sobre álgebra como el *Hisâb al-jabr w'al-muqabalah* escrito por al-Khwarizmi (Koshy, 2001).

Posteriormente, viajó por Egipto, Siria, Grecia, Sicilia y Provenza para realizar negocios, donde amplió sus conocimientos matemáticos y estableció discusiones con eruditos locales. En 1200, regresó a Pisa y escribió el *Liber Abaci*, donde exaltó las ventajas del sistema de numeración indoarábigo y presentó algunos métodos aritméticos y geométricos para operar con este sistema. También, incluyó numerosos problemas sobre el comercio, tales como la conversión entre monedas e intereses, y situaciones relacionadas con el movimiento de barcos y animales.

El *Liber Abaci* marcó un hito en la forma en que muchos europeos utilizaban y operaban los números. Si bien, el sistema de numeración indoarábigo ya había llegado a España a través de los musulmanes, su uso aún era limitado y los números romanos seguían predominando en las prácticas matemáticas del continente. El problema de este sistema es que no permitía escribir las operaciones paso a paso en papel, y su cálculo era largo y tedioso.

A partir del siglo X, Europa comenzó a recuperarse económicamente tras la llamada Edad Oscura. El comercio jugó un rol importante, particularmente en las ciudades italianas de Venecia, Génova y Pisa (Ugarte, 2011). El uso de la Matemática era fundamental, por lo que utilizar un sistema numérico y un algoritmo más sencillo, les permitiría a los comerciantes realizar su trabajo de una manera más eficiente. Poco después de la muerte de Fibonacci en 1240, el sistema indoarábigo y los problemas del *Liber Abaci*, empezaron a apreciarse y a adoptarse gradualmente en actividades comerciales (Koshy, 2001).

Marco teórico

Uno de los problemas planteados en el capítulo 12 del *Liber Abaci* está relacionado con la reproducción de una pareja de conejos durante un año. Dicho problema versa así:

> Un hombre tenía un par de conejos en un lugar cerrado y deseaba saber cuántos pares se crean a partir de este par en un año, considerando que en un mes cada par da lugar a otro par, y al segundo mes, los nacidos comienzan también a reproducirse. (Sigler, 2002, p. 404)

La solución a dicho problema es de la siguiente manera: se parte de una pareja sin reproducirse; para el primer mes habrá dos pares dado que la pareja inicial tiene el primer par de crías; en el segundo mes habrá tres parejas, (las dos anteriores del primer mes y una nueva cría de la pareja inicial); en el tercer mes, dos parejas reproducirán dos parejas más para un total de cinco pares; en el cuarto mes se añaden tres pares más, pues hay tres parejas adultas que dan a luz a tres parejas jóvenes, para un total de ocho pares; en el quinto mes hay ocho parejas de las cuales cinco pueden reproducirse, por lo que habrá cinco pares de crías adicionales, para un total de trece parejas. Siguiendo el algoritmo anterior se determina la forma aditiva de reproducción de pares de conejos al cabo de un año, a los pares que se tienen, se suman los pares nacientes que corresponde, de igual manera, a la cantidad de parejas adultas en el mes anterior (ver Figura 1). Al finalizar la ejecución de los procedimientos para cada mes, se concluye que al cabo de un año se tendrá un total de 377 parejas.

Según Rincón (2004) la situación planteada parece ser una excusa para revelar la sucesión encontrada, en lugar de un estudio experimental. Las condiciones con las que es construida no incluyen la posibilidad de la muerte de los conejos, el sexo de las crías, la cantidad posible de crías por apareamiento, etc. Por lo que su uso como modelo de este fenómeno biológico es impreciso. Aunque Fibonacci no denomina el patrón como una secuencia recurrente, sí reconoce que existe un comportamiento regular entre los números y lo explica así: “puedes ver en el margen cómo operamos, es decir, que sumamos el primer número al segundo…el segundo al tercero, y el tercero al cuarto, y el cuarto al quinto, y así sucesivamente hasta que sumamos el décimo al undécimo” (Sigler, 2002, p. 405).

Growth of Rabbit Colony			
Months	Adult Pairs	Young Pairs	Total
1	1	1	2
2	2	1	3
3	3	2	5
4	5	3	8
5	8	5	13
6	13	8	21
7	21	13	34
8	34	21	55
9	55	34	89
10	89	55	144
11	144	89	233
12	233	144	377

Figura 1. Tabla que registra la reproducción de los conejos al cabo de un año (Burton, 2006).

En el prólogo del libro, Fibonacci declara su intención de mostrar “pruebas ciertas de casi todo lo que se incluyó” (Sigler, 2002, p. 404). Sin embargo, el problema de los conejos carece de una justificación similar a la de otros problemas del capítulo y del libro. Ninguno de los demás problemas presentes en el capítulo estaba relacionado con la sucesión; no obstante, dicho capítulo registra algunos problemas sobre el comercio, que refieren otras categorías de sucesiones, como las progresiones geométricas.

Fibonacci fundamentó su trabajo en diversas obras: las Matemáticas de Euclides, estudios árabes, estudios indios y egipcios, incluyendo la del matemático persa al-Khwarizmi y la teoría de números de Diofanto. Según Koshy (2001), no hay evidencia de que Fibonacci haya tenido acercamiento previo a la sucesión presentada en el problema de los conejos. No obstante, antes de la publicación del libro, los números de Fibonacci ya se encontraban en trabajos matemáticos indios como el Chandaḥśāstra, texto escrito por el matemático indio Pingala. Dicho texto es un tratado relacionado con la métrica poética de la poesía sánscrita, donde retrata un problema sobre las métricas poéticas que se forman para un cuarto de estrofa con un determinado número de matras o moras.

La matra es una unidad de medida que determina la duración de una sílaba o sonido, las sílabas pueden clasificarse en función de esto: la sílaba Laghu (corta) tiene una duración de una matra y la sílaba Guru (larga) una duración de dos matras. Pingala encontró que las posibles combinaciones de sílabas largas y cortas en un verso pueden modelarse matemáticamente

(Singh, 1985). Así es cómo Virahānka, a partir de este trabajo, desarrolló dicho modelo que permite calcular el número total de esas combinaciones M_n para un valor dado n de matras, y demostró que $M_n = 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \ldots$ para $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots$, lo cual corresponde con los números de Fibonacci que, según Dutta y Sriramb (2016), pueden estar inspirados por el trabajo de Pingala.

Marco simbólico

El problema citado presenta la cuestión de la reproducción y crecimiento de una población de conejos bajo un supuesto particular y muestra cómo se da la sucesión de Fibonacci en función de la cantidad de pares de conejos cada mes. Se utiliza el número de parejas de conejos como variable, representada con números indoarábigos, y los meses como unidad de medida de tiempo.

La descripción es secuencial y progresiva, de tal forma que el desarrollo del problema es ordenado y cuenta con un apoyo ilustrativo que sistematiza el desarrollo y solución del problema (ver Figura 2). Cuenta con un estilo retórico en el que se usa vocabulario coloquial que sugiere una intención pedagógica, pues se dirige a un público general. Además, no se utiliza simbología matemática que exprese el algoritmo para obtener los términos de la sucesión (Livio, 2016). En cuanto a la representación numérica, emplea el sistema de numeración indoarábigo en la notación de la época.

beginning	1
first	2
second	3
third	5
fourth	8
fifth	13
sixth	21
seventh	34
eighth	55
ninth	89
tenth	144
eleventh	233
end	377

Figura 2. Nota que apoya la solución del problema (Sigler, 2002).

Lecciones pedagógicas

La sucesión de Fibonacci tiene un gran potencial para ser llevado al aula, para lo cual debe definirse previamente su objetivo pedagógico. Una alternativa es el enfoque de las Matemáticas recreativas, entendidas como juegos y problemas diseñados para generar conocimiento a través del disfrute y la diversión (Bernuy, 2022). Según Ugarte (2011), los problemas del *Liber Abaci* pertenecen a este ámbito, así el problema de los conejos podría presentarse tal cual como lo plantea Fibonacci. Su solución fomenta el razonamiento lógico, el empleo de las sucesiones numéricas, la modelación y la generalización. En este sentido, su uso es valioso si el objetivo de aprendizaje es comprender la definición de ciertos casos de sucesiones recurrentes o crecimientos poblacionales.

Por otro lado, el problema de los conejos no tiene que aplicarse de manera literal, sino que puede servir como punto de partida para desarrollar otras estrategias que fomenten procesos interdisciplinarios. Aunque la sucesión de Fibonacci no modela con fidelidad la reproducción de conejos, esta situación puede inspirar a la creación de modelos matemáticos más realistas que consideren otras variables relevantes en algún tipo de población de conejos. Así que, desde un enfoque interdisciplinario, se podría realizar una modelación matemática que dé cuenta de la reproducción de cierto número de parejas de conejos, reconociendo factores como el tiempo en alcanzar la madurez sexual según la raza o el periodo de gestación, y buscando que los estudiantes realicen proyecciones e interpretaciones matemáticas a partir de la generalización del patrón encontrado en el fenómeno biológico.

Uribe (2008) señala que los números de la sucesión de Fibonacci están presentes en la disposición en espiral de las ramificaciones de los tallos de algunas plantas, lo que les permite optimizar su exposición al sol, la lluvia y el aire. Por ejemplo, cierta planta ha requerido de tres giros completos para atravesar ocho ramificaciones, obteniendo una razón filotáctica de 3/8, siendo el denominador el número de ramificaciones atravesadas, y el numerador indica la cantidad de giros completos; esta y demás razones que emergen del número de giros y ramificaciones suelen estar relacionadas con los términos alternos de la sucesión de Fibonacci (Livio, 2016).

Esta situación puede ser llevada al aula a través de una de las actividades enunciadas por Pallchisaca y Zhimnay (2019) que consiste en realizar un ejercicio exploratorio alrededor de la institución educativa, donde los estudiantes busquen tallos con ramificaciones. En primera instancia, se les enseña la sucesión de Fibonacci, su definición como sucesión recurrente, sus características y algunas de sus apariciones en la naturaleza. Luego, indicarán si la proporción filotáctica de las ramificaciones de la planta que encontraron en la exploración cumple o no con los números de la sucesión Fibonacci, además, pueden indagar información adicional sobre la planta.

Las aplicaciones mencionadas enriquecen el aprendizaje en el aula y promueven la relación de objetos y conceptos matemáticos con situaciones de diversos contextos, mostrando que las Matemáticas no son ajenas a la vida cotidiana, son una respuesta a la necesidad humana de identificar patrones, generar regularidades y estandarizar los eventos que ocurren alrededor de las prácticas sociales y culturales. De este modo, las Matemáticas surgen como un lenguaje que permite interpretar el entorno, comprender los fenómenos que en él se desarrollan y proyectar soluciones ante las problemáticas que surgen en la vida misma. La sucesión de Fibonacci resulta ser entonces un objeto matemático idóneo para transversalizar las Matemáticas con otras áreas del conocimiento, en particular, con las ciencias naturales. La exploración de los antecedentes históricos y los componentes de la práctica matemática alrededor de este objeto de estudio dan valor agregado al conocimiento del profesor de Matemáticas y ofrece distintas posibilidades para su enseñanza.

Conclusiones

La sucesión de Fibonacci es una sucesión recurrente de segundo orden que se popularizó en Europa durante el siglo XIII a través de un problema relacionado con la reproducción de un par de conejos, planteado en el *Liber Abaci*, un libro escrito por Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci. Aunque se le atribuye a él, esta sucesión ya era conocida siglos antes, por los hindúes, y era usada en la métrica poética de la poesía sánscrita. Sin embargo, esto no reduce la importancia que posee la publicación de Fibonacci para la historia de las Matemáticas, pues permitió su reconocimiento y fue el punto de partida para la realización de estudios posteriores que muestran la presencia de la sucesión en otros contextos.

El análisis de la sucesión de Fibonacci como práctica matemática permitió dar cuenta de ciertos elementos y actores sociales, geográficos, culturales, políticos y económicos que pudieron incidir en su construcción. Es a través del análisis de estos elementos que se encontró una notoria relación entre esta sucesión y demás ramas del conocimiento, lo cual puede ser llevado al aula para contribuir en la interdisciplinariedad, particularmente junto a ciencias naturales, procesos que se requieren en la educación básica y media colombiana. Así pues, la sucesión de Fibonacci puede ser utilizada en el aula tanto para trabajar su definición por recurrencia y su tipo de crecimiento, como para analizar su relación directa con patrones inmersos en la naturaleza. Esto permite a los estudiantes desarrollar procesos de modelación y generalización que, a su vez, les posibiliten comprender fenómenos como la reproducción de ciertos animales o las características filotácticas de diversas plantas.

Se sugiere continuar realizando estudios de carácter histórico que enriquezcan la Educación Matemática y ayuden a comprender el origen de los objetos matemáticos. Finalmente, se exhorta a la investigación de producciones históricas que permitan el desarrollo de procesos interdisciplinarios, un reto aún latente en Colombia, cuyo potenciamiento y expansión se espera alcanzar.

Referencias

Bernuy, M. Y. (2022). *La matemática recreativa* [Tesis de grado]. Universidad Nacional del Santa.

Burton, D. M. (2006). *The history of mathematics: An introduction* (6ª ed.). McGraw-Hill Science/Engineering/Math.

Córdoba, C. (2015). *La sucesión de Fibonacci y su aplicación didáctica en las matemáticas de la educación secundaria.* [Especialidad: matemáticas]. Universidad San Pablo.

Dutta, A. K., & Sriramb, M. S. (2016). *Mathematics and Astronomy in India before 300 BCE.*

Falconi, P. (2012). Liber Abaci Leonardo Pisano´ s Book of Calculation. *Perspectivas docentes*, (48), 65-67.

Feirrerós, J. (2010). Mathematical Knowledge and the Interplay of Practices EPSA Philosophical Issues in the Sciences. In M. Suárez, M. Dorato y M. Rédei (Eds.), *EPSA Philosophical Issues in the Sciences.* Dordrecht: Springer Netherlands.

Flores, E. (2016). Conocimiento de la práctica matemática (KPM). Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva, 30-34.

Koshy, T. (2001). *Fibonacci and Lucas numbers with applications*. John Wiley & Sons.

Livio, M. (2016). *La proporción áurea: La historia de Phi, el número más sorprendente del mundo*. Grupo Planeta (GBS).

Markushévich, A. I. (1986). *Sucesiones recurrentes* (C. Vega, Trad.). Editorial MIR. (Obra original publicada en ruso).

Minnaard, C., y Condesse, V. (2005). La sucesión de Fibonacci en los distintos campos conceptuales. *Revista Iberoamericana de Educación*, *37*(3), 1-6.

Obando, G. (2015). Sistemas de prácticas matemáticas en relación con la Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 3° y 4° de una institución educativa de la Educación Básica. Doctorado Interinstitucional en Educación, *Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Cali (Colombia).*

Obando, G., Arboleda, L. C., & Vasco, C. E. (2014). Filosofía, matemáticas y educación: una perspectiva histórico-cultural en educación matemática. *Revista Científica*, (20), 72-90.

Pallchisaca, S. A., y Zhimnay, E. O. (2019). E*strategia educativa para fomentar la interdisciplinariedad entre las asignaturas de matemática y ciencias naturales mediante la sucesión de fibonacci.* [Trabajo de grado]. Universidad Nacional de Educación.

Rincón, A. (2004). Fibonacci y el número áureo. *Manual formativo de ACTA*, (34), 73-81.

Sigler, L. (2002). *Fibonacci's Liber Abaci: a translation into modern English of Leonardo Pisano's book of calculation.* Springer Science & Business Media.

Singh, P. (1985). The so-called Fibonacci numbers in ancient and medieval India. *Historia Mathematica, 12*(3), 229-244.

Ugarte, A. (2011). *Fibonacci y los problemas del Liber Abaci*. Lulu. com.

Uribe, J. (2008). El pene áureo. La razón áurea y su relación con la anatomía interna del pene. *Urología Colombiana*, 4-6.

Viggiani, M. I. (2006). La sucesión de Fibonacci. *Revista de Educación Matemática, 21*(3).

La trayectoria de Víctor Samuel Albis González: Un análisis de su contribución multifacética

Diana Carolina **Pineda** Pérez
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Brasil
diana.perez@unesp.br

Resumen

Este estudio es parte de una investigación doctoral en curso que busca analizar a profundidad las contribuciones multifacéticas de Víctor Samuel Albis González. Desde un enfoque cualitativo basado en un análisis documental, se destaca su impacto en áreas como la etnomatemática, la historia de las matemáticas, el álgebra y su labor como docente, editor y administrador. Albis fue pionero en la etnomatemática en Colombia, promoviendo la relación entre las matemáticas académicas y las prácticas culturales indígenas. En historia de las matemáticas, lideró proyectos de recuperación del patrimonio matemático colombiano, impulsando bases de datos y publicaciones clave. En álgebra, investigó teoría de números y funciones algebraicas, formando nuevos investigadores. Como docente, impartió clases con rigurosidad y compromiso en diversas universidades. Además, su labor editorial en revistas especializadas y su gestión académica, fortalecieron la comunidad matemática del país.

Palabras clave: Víctor Albis; Historia de las matemáticas; Etnomatemática, Educación Matemática; Álgebra.

Definición y relevancia del problema

Estudiar la vida y obra de figuras clave como Víctor Samuel Albis González (1939-2017) permite comprender mejor el desarrollo de esta disciplina en el contexto colombiano y latinoamericano. Albis no solo fue un matemático destacado, sino también un pionero en la etnomatemática en el país. Su trabajo contribuyó a valorar el patrimonio científico y matemático de Colombia. Su trayectoria abarcó múltiples facetas, desde el álgebra y la teoría de números hasta la historia de las Matemáticas, la etnomatemática, la edición de revistas científicas y la administración académica.

Método y desarrollo conceptual

Esta investigación se lleva a cabo mediante un enfoque cualitativo, basado en un análisis documental exhaustivo de la trayectoria académica de Víctor Samuel Albis González. Para ello, se examinan en detalle diversas fuentes escritas, como libros, artículos, tesis, informes y archivos históricos, con el objetivo de recopilar información relevante sobre su vida y obra. Algunas de las fuentes consultadas son:

- Publicaciones de Víctor Albis, obtenidas de repositorios de bibliotecas universitarias en Colombia.
- Currículo Vitae de Víctor Albis.
- Obras de autores que lo referenciaron en diferentes campos de investigación.
- Obituarios y homenajes póstumos realizados por colegas y académicos.

Datos biográficos y familiares

Víctor Samuel Albis González nació en Sincelejo, Colombia, el 14 de noviembre de 1939 y falleció en Bogotá el 10 de junio de 2017. Sus padres, Víctor Hugo Albis Villalba (conocido como "Gerónimo Osiris") y Julieta González-Tapia Gómez, fueron figuras importantes en la educación y la cultura de Sucre. Su padre fue un escritor y periodista reconocido, y su madre fundó el Instituto de Cultura Femenina para señoritas. Sus padres, ambos educadores, tuvieron una influencia significativa en su vocación académica.

Los antecedentes familiares de Víctor nos brindan una visión de su entorno, el cual, sin duda, tuvo cierta influencia en la disciplina que se desarrolló durante su formación académica, así como en su constante dedicación.

Formación y trayectoria Académica

Víctor Albis realizó sus primeros estudios en Sincelejo y Bogotá. En 1957, culminó el bachillerato en filosofía y letras en el Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario en Bogotá. Posteriormente, en 1963, se graduó como matemático en la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Colombia, presentando la tesis *Potencia exterior topológica de un módulo*.

Mientras finalizaba sus estudios, entre 1962 y 1963, se destacó como Instructor Especial para los estudiantes de primer año de matemáticas. En 1964, recibió una beca para continuar su formación en París, donde estudió a cursos de matemática pura. Años más tarde, en 1972, obtuvo un doctorado en la Universidad de Colorado, Boulder, con la tesis *The maximal abelian extension of a local field as Kummerian extensión* (Sánchez, 2007, 2017).

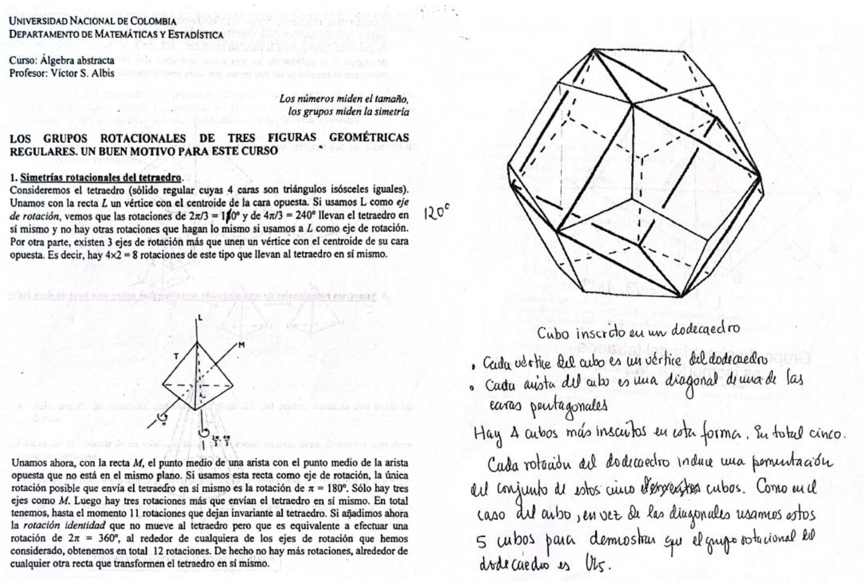
Labor Docente

A lo largo de su trayectoria académica como profesor, Albis dictó diversos cursos en el pregrado y posgrado de la Universidad Nacional de Colombia, así como en otras universidades nacionales e internacionales. Fue profesor en la Universidad Nacional de Colombia desde 1963 hasta 2017, desempeñando roles como instructor especial, profesor asistente, asociado y titular.

También fue profesor asistente en la Universidad de los Andes en 1964. Fue profesor visitante en la Universidad de Cincinnati (1974-1975), la Universidad de Panamá (1987-1988) y la Universidad del Valle (1999). Además, fue investigador visitante en el Núcleo de Estudos e Pesquisas sobre Espaço e Cultura (NEPEC) de la Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) en 1973.

Algunos de los cursos dictados por Víctor incluyen: Teoría de los números, Teoría de álgebras, Ecuaciones sobre cuerpos finitos, Teoría de Galois, Cuerpos de funciones algebraicas, Álgebra lineal, Álgebra abstracta, Variable compleja, Teoría de polinomios, Geometría algebraica, Teoría de números algebraicos, Aritmética de polinomios, Historia de la Matemática, Cálculo Avanzado, Cálculo para economistas, Cálculo II y Matemáticas generales.

En su labor como docente, Víctor Albis se distinguía por elaborar notas de clase para sus cursos, las cuales compartía con sus estudiantes. En la siguiente figura se pueden observar algunas de sus notas de clase sobre el curso de Álgebra Abstracta, impartido en 2001 en la Universidad Nacional de Colombia.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Curso: Álgebra abstracta
Profesor: Víctor S. Albis

Los números miden el tamaño,
los grupos miden la simetría

LOS GRUPOS ROTACIONALES DE TRES FIGURAS GEOMÉTRICAS REGULARES. UN BUEN MOTIVO PARA ESTE CURSO

1. Simetrías rotacionales del tetraedro.
Consideremos el tetraedro (sólido regular cuyas 4 caras son triángulos isósceles iguales). Unamos con la recta L un vértice con el centroide de la cara opuesta. Si usamos L como *eje de rotación*, vemos que las rotaciones de $2\pi/3 = 1\cancel{8}0°$ y de $4\pi/3 = 240°$ llevan el tetraedro en sí mismo y no hay otras rotaciones que hagan lo mismo si usamos a L como eje de rotación. Por otra parte, existen 3 ejes de rotación más que unen un vértice con el centroide de su cara opuesta. Es decir, hay $4 \times 2 = 8$ rotaciones de este tipo que llevan al tetraedro en sí mismo. 120°

Unamos ahora, con la recta M, el punto medio de una arista con el punto medio de la arista opuesta que no está en el mismo plano. Si usamos esta recta como eje de rotación, la única rotación posible que envía el tetraedro en sí mismo es la rotación de $\pi = 180°$. Sólo hay tres ejes como M. Luego hay tres rotaciones más que envían el tetraedro en sí mismo. En total tenemos, hasta el momento 11 rotaciones que dejan invariante al tetraedro. Si añadimos ahora la *rotación identidad* que no mueve al tetraedro pero que es equivalente a efectuar una rotación de $2\pi = 360°$, al rededor de cualquiera de los ejes de rotación que hemos considerado, obtenemos en total 12 rotaciones. De hecho no hay más rotaciones, alrededor de cualquier otra recta que transformen el tetraedro en sí mismo.

Cubo inscrito en un dodecaedro

- Cada vértice del cubo es un vértice del dodecaedro
- Cada arista del cubo es una diagonal de una de las caras pentagonales

Hay 4 cubos más inscritos en esta forma. En total cinco.

Cada rotación del dodecaedro induce una permutación del conjunto de estos cinco cubos. Como en el caso del cubo, en vez de las diagonales usamos estos 5 cubos para demostrar que el grupo rotacional del dodecaedro es $\mathfrak{A}_5$.

Figura 1. Notas de clase de Víctor del curso de Álgebra Abstracta en 2001. Tomado del Archivo personal del profesor Aldo Parra.

Estas notas reflejan su meticulosidad y rigor académico. Su escritura precisa y la formalidad con la que desarrollaba las demostraciones fueron rasgos distintivos de su trabajo docente. En la imagen de la derecha se observa que, cuando Víctor consideraba necesario ampliar sus apuntes, lo hacía a mano, cuidando cada detalle, tanto en la escritura como en las ilustraciones. Además, se tiene evidencia de que, en algunas ocasiones, utilizaba la historia de las matemáticas como introducción a los temas que abordaba, ya sea a través de sus notas de clase o durante sus lecciones.

Asimismo, se ha encontrado documentación que muestra su compromiso con la enseñanza, como la presentación de soluciones detalladas de los exámenes después de que sus estudiantes realizaban la prueba. Esto evidencia su interés en que comprendieran cada solución y reforzaran su aprendizaje. Más allá de las aulas, Víctor mantenía una relación cercana con sus estudiantes.

No solo los incentivaba a participar en sus seminarios y a publicar artículos, sino que también los motivaba a continuar con estudios de posgrado, ya fuera en Colombia o en el extranjero. En algunas ocasiones, les obsequiaba libros y los invitaba a su casa para discutir temas académicos, demostrando así su dedicación y apoyo a su formación profesional.

Historia de las Matemáticas

Víctor Albis se interesó por los libros antiguos de matemáticas y ciencia, realizando reseñas y publicándolas en la Revista de Matemáticas Elementales (RME). Su interés se materializó en el Programa de Investigaciones Históricas de la Matemática en Colombia, proyecto que fue apoyado por la SCM a Colciencias y fue aprobado desde 1974. Su labor en este campo incluyó la recuperación y valoración del patrimonio científico y matemático en el país (Sánchez, 2007).

En el ámbito de la historia de las matemáticas, el profesor Víctor trabajó en colaboración con la profesora Clara Helena Sánchez en diversos proyectos de investigación. Estas iniciativas, que contaron con financiamiento, dieron lugar a la publicación de artículos, trabajos de grado, tesis de maestría y doctorado, libros, folletos y una base de datos, entre otros aportes.

El primer proyecto, titulado *Historia de la matemática en Colombia*, comenzó en 1973 y fue "presentado con el apoyo de la Sociedad Colombiana de Matemáticas a Colciencias y aprobado en 1974, uno de los primeros avalados por la recién fundada institución" (Sánchez, 2007, p. 104). Víctor fungió como investigador principal, mientras que Clara Helena Sánchez y Luis Ignacio Soriano Lleras participaron como coinvestigadores. Aunque el proyecto finalizó oficialmente en 1976, sus resultados continuaron publicándose con el tiempo. Entre las publicaciones derivadas de este proyecto se encuentra el artículo *Las publicaciones periódicas de las matemáticas en Colombia*, escritas por Sánchez y Albis.

Otro de los proyectos desarrollados fue *Bibliografía Matemática Colombiana* – Fase I, en el que la profesora Clara Helena Sánchez participó como investigadora principal y el profesor Víctor Albis como coinvestigador. Este proyecto tuvo lugar entre 1989 y 1991 y fue financiado por la Universidad Nacional de Colombia. Posteriormente, entre 1992 y 1997, se llevó a cabo la segunda fase, *Bibliografía Matemática Colombiana* – Fase II. Como parte de sus resultados, se destacan dos artículos: *La Revista Colombiana de Matemáticas* y *Los tres famosos problemas de la geometría griega y su historia en Colombia.*

Además, otro de los proyectos importantes fue la *Conservación del patrimonio matemático colombiano*. El proyecto fue financiado por la Universidad Nacional de Colombia y como resultado se obtuvieron algunos trabajos de grado y fueron publicados varios artículos y libros. Entre estos artículos se destaca la *Conservación del patrimonio matemático nacional* publicado en Lecturas Matemáticas por Clara Helena y Víctor. Durante este proyecto se crearon algunas bases de datos con sistemas de información de la producción matemática colombiana para conservar el patrimonio, entre estas bases de datos tenemos: La Página WEB *Historia Matemática Colombiana* en la Página de la Academia colombiana de Ciencias; Página WEB Patrimonio Matemático Colombiano en la Página de la Academia Colombiana de Ciencias; y, la

Base de datos Bibliografía Matemática Colombiana en la Página de la Sociedad Colombiana de Matemáticas con aproximadamente 3000 registros.

Investigaciones en el Álgebra

Víctor también mostró interés por el álgebra y la teoría de números. Sus áreas de interés en la matemática incluyeron seminarios sobre teoría de números, artículos sobre extensiones abelianas, el estudio de problemas aritméticos en anillos de polinomios, y el análisis de la obra de Gauss, *Disquisitiones Arithmeticae*.

Este interés lo llevó a realizar diversos proyectos de investigación, entre ellos el proyecto titulado la *Teoría aritmética de polinomios y funciones algebraicas*, iniciado en 1985. Financiado por la Universidad Nacional de Colombia, este proyecto dio como resultado varios trabajos de grado, un trabajo de grado de especialización, tres tesis de maestría y la publicación de diversos artículos. Entre estos se destaca el artículo *Raíces primitivas en cuerpos aritméticos de funciones algebraicas*, escrito por Víctor y publicado en *Lecturas Matemáticas*.

También se realizó el proyecto denominado *Funciones zeta locales de Igusa. Racionalidad en característica positiva para ciertos tipos de polinomios* en conjunto con Wilson Zuñiga Galindo como coinvestigador y Víctor Albis como investigador principal. Comenzó en 1997 y finalizó en el año 2000. El proyecto fue financiado por la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (ACCEYN), la Universidad Nacional de Colombia y la Universidad Autónoma de Bucaramanga. De este Proyecto fueron publicados varios artículos, entre ellos *Una introducción elemental a la teoría de las funciones zeta locales de Igusa* publicado en Lecturas matemáticas por Wilson Zuñiga y Víctor.

Local zeta functions, Newton polyhedral and non degeneracy conditions fue otro proyecto realizado con Wilson Zuñiga como investigador principal, mientras que Víctor Albis y Marcelo Saia actuaron como coinvestigadores. El proyecto fue financiado por COLCIENCIAS, la Universidad Nacional de Colombia, Universidad Autónoma de Bucaramanga y la Universidad de Campinas, Brasil. Finalizó en 2002. El resultado de este proyecto se vio reflejado en un trabajo de grado, una tesis de maestría, una tesis doctoral y la publicación de diferentes artículos. Entre los artículos publicados se destaca el escrito por Pablo Acosta y Víctor titulado *Modular sums of squares.*

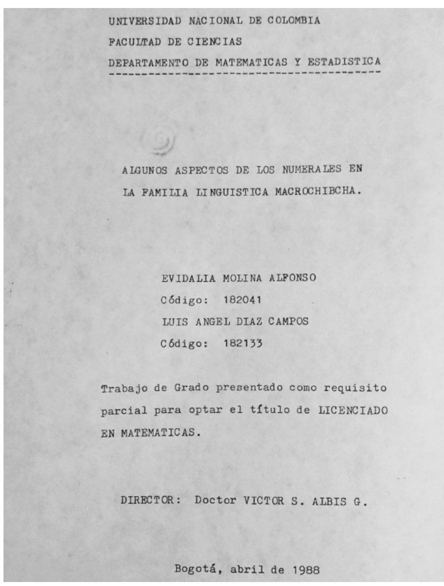
Adicionalmente, fue llevado a cabo el proyecto *Álgebra lineal y teoría de* representaciones. Este proyecto fue realizado en conjunto con Aleksandr Zavadskij, donde Víctor fungió como coinvestigador y Oleksandre como investigador principal. El proyecto fui iniciando en 2001 y financiado por la Universidad Nacional de Colombia. Como resultado de este proyecto se realizó la publicación *Tame equipped posets* por parte de Zavadskij.

Pionero de la Etnomatemática en Colombia

Las fuentes enfatizan el papel de Albis como el pionero de la etnomatemática en Colombia, investigando las relaciones entre las matemáticas académicas y las desarrolladas por comunidades indígenas.

De acuerdo con Blanco (2006) en la década del 80, tres investigadores desde las matemáticas y la antropología realizaron en el país los primeros estudios que relacionaban las matemáticas y la cultura, sin ser llamados como Etnomatemática, entre ellos estaba Víctor. Sus investigaciones fueron sobre las relaciones entre la matemática académica y la matemática desarrollada por comunidades indígenas. Por primera vez, en 1994 se habló formalmente de *Etnomatemática* en la conferencia de apertura de la Primera Jornada de Educación Matemática del profesor Ubiratan D'Ambrosio titulada "Matemáticas y Ciudadanía".

Adicionalmente, Blanco (2006) destaca que el primer trabajo de grado que realizó estudios de Etnomatemática en Colombia fue dirigido por el profesor Víctor Albis, y realizado por Evidalia Molina y Luis Ángel Díaz en 1988, para optar al título de Licenciados en Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia. Este trabajo fue titulado como *Algunos aspectos de los numerales en la familia lingüística Macrochibcha* y buscó identificar la existencia de corrientes culturales que en alguna época precolombina se separaron de la gran familia lingüística chibcha, mediante el estudio de los métodos de cuenta y las palabras numerales de sus respectivos dialectos. A continuación se presenta una imagen de la portada de este trabajo de grado:


UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS Y ESTADISTICA

ALGUNOS ASPECTOS DE LOS NUMERALES EN
LA FAMILIA LINGUISTICA MACROCHIBCHA.

EVIDALIA MOLINA ALFONSO
Código: 182041
LUIS ANGEL DIAZ CAMPOS
Código: 182133

Trabajo de Grado presentado como requisito
parcial para optar el título de LICENCIADO
EN MATEMATICAS.

DIRECTOR: Doctor VICTOR S. ALBIS G.

Bogotá, abril de 1988

Figura 2. Portada del primer trabajo de grado de Etnomatemática en Colombia. Tomado del Archivo personal del profesor Aldo Parra.

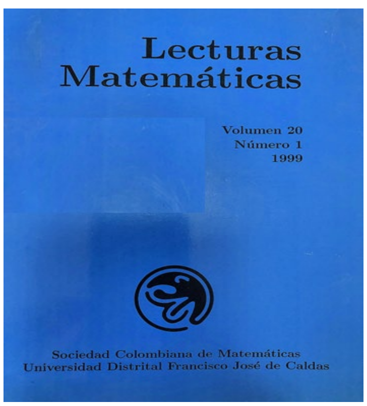
En el ámbito de la etnomatemática, Víctor desarrolló, en colaboración con el profesor Guillermo Páramo Rocha, dos proyectos de investigación: *Matemáticas y Antropología* – Fase I (1988) y *Matemáticas y Antropología* – Fase II (1994). Ambos proyectos fueron financiados por la Universidad Nacional de Colombia y dieron como resultado importantes contribuciones a la disciplina. Entre los logros más destacados se encuentra el primer trabajo de grado en etnomatemática previamente mencionado y la tesis de maestría *La simetría en la cerámica pintada de la Región Central de Panamá*. Además, estos proyectos derivaron en la publicación de artículos, libros y folletos, entre ellos el artículo *Antropología y Matemáticas*, escrito por Albis y Páramo.

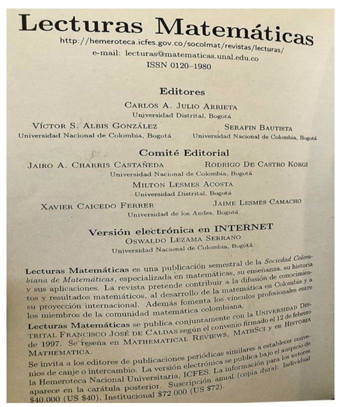
Teniendo en cuenta esto, Sánchez (2007, p. 105) menciona que el pionero de la etnomatemática en Latinoamérica es el brasileño Ubiratan D´Ambrosio, reconocido mundialmente por sus investigaciones en este campo, mientras que Víctor es el pionero en Colombia. Esto permite observar una relación entre el Ubiratan y Víctor. Este reconocimiento subraya la importancia del trabajo de Albis en el contexto regional y su contribución a la etnomatemática en Colombia. Además, este enfoque innovador contribuyó a valorar la diversidad cultural y a contextualizar la enseñanza de las matemáticas, reconociendo que el conocimiento matemático no es un producto aislado, sino que está intrínsecamente ligado a la cultura y la sociedad.

Editor

Víctor fue editor de diversas revistas matemáticas, incluyendo la Revista de Matemáticas Elementales, la Revista Colombiana de Matemáticas y Lecturas Matemáticas. Fue miembro de comités editoriales y revisor riguroso de trabajos científicos. Fue asesor editorial de la revista *International Commission of History of Mathematics*.

Su trabajo como editor de revistas científicas contribuyó a difundir el conocimiento matemático y a promover la investigación en Colombia y Latinoamérica. A continuación, se presenta la portada de uno de los volúmenes de *Lecturas Matemáticas*, en el que se evidencia la labor del profesor Víctor Albis como editor. Este es solo uno de los muchos volúmenes en los que realizó dicho rol.





Lecturas Matemáticas

http://hemeroteca.icfes.gov.co/socolmat/revistas/lecturas/

e-mail: lecturas@matematicas.unal.edu.co

ISSN 0120–1980

Editores

Carlos A. Julio Arrieta
Universidad Distrital, Bogotá

Víctor S. Albis González
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá

Serafin Bautista
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá

Comité Editorial

Jairo A. Charris Castañeda
Rodrigo De Castro Korgi
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá

Milton Lesmes Acosta
Universidad Distrital, Bogotá

Xavier Caicedo Ferrer
Jaime Lesmes Camacho
Universidad de los Andes, Bogotá

Versión electrónica en INTERNET

Oswaldo Lezama Serrano
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá

Lecturas Matemáticas es una publicación semestral de la *Sociedad Colombiana de Matemáticas*, especializada en matemáticas, su enseñanza, su historia y sus aplicaciones. La revista pretende contribuir a la difusión de conocimientos y resultados matemáticos, al desarrollo de la matemática en Colombia y a su proyección internacional. Además fomenta los vínculos profesionales entre los miembros de la comunidad matemática colombiana.

Lecturas Matemáticas se publica conjuntamente con la Universidad Distrital Francisco José de Caldas según el convenio firmado el 12 de febrero de 1997. Se reseña en Mathematical Reviews, MathSci y en Historia Mathematica.

Se invita a los editores de publicaciones periódicas similares a establecer convenios de canje o intercambio. La versión electrónica se publica bajo el auspicio de la Hemeroteca Nacional Universitaria, ICFES. La información para los autores aparece en la carátula posterior. Suscripción anual (copia dura): Individual $40.000 (US $40). Institucional $72.000 (US $72).

Figura 3. Víctor Albis como editor en *Lecturas Matemáticas*. Tomado del Archivo personal de la profesora Clara Helena Sánchez.

Cargos Administrativos

Albis fue el primer rector de la Universidad de Sucre (1978-1982), donde promovió el desarrollo académico y social de la región. Su labor en la Universidad de Sucre le valió distinciones como "Mejor Ejecutivo del Año" y la Orden "Mariscal Sucre". Además, Víctor ocupó diversos cargos administrativos en la Universidad Nacional de Colombia. Fue Secretario de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (1990-1992). Presidente de la Sociedad Colombiana de Matemáticas (1990-1993). Jefe de la Unidad de Investigación del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad Nacional de Colombia (1989 – 1990).

Consideraciones Finales

El profesor Albis desempeño un papel importante en la realización de diferentes proyectos de investigación que trajeron con sí otros investigadores, diferentes campos de investigación y otros temas de interés que no habían sido estudiados hasta el momento en el país. Estos proyectos abarcaron áreas como historia de la matemática, etnomatemática, teorsía de números y teoría de funciones algebraicas, de ahí a que sea considerado como un personaje multifacético que realizó contribuciones significativas en diversas áreas de las matemáticas en Colombia.

El trabajo de Víctor no solo aportó en el desarrollo de las matemáticas en el país, sino que también contribuyó a valorar la diversidad cultural y a promover una visión más amplia y contextualizada de esta disciplina. A través de su labor docente en diversas universidades, Albis formó a numerosas generaciones de matemáticos y educadores matemáticos en Colombia. Su trayectoria sirve de inspiración para futuras generaciones de matemáticos, educadores e investigadores en Colombia.

Sus contribuciones en la historia de las Matemáticas, la etnomatemática, la formación de jóvenes investigadores, así como su labor como administrador y editor, dejaron una huella perdurable en la comunidad matemática colombiana. Del mismo modo que se busca reconocer y valorar la vida y obra de Víctor, es fundamental destacar y apreciar el trabajo de otros matemáticos colombianos, para que también sea reconocido y valorado por la comunidad matemática colombiana y latinoamericana.

Referencias y bibliografía

Acosta, P., & Albis, V. S. (2001). Modular sums of squares. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 25*(977), 553–562.

Albis, V. S., & Zuñiga, W. (1999). Una introducción elemental a la teoría de las funciones zeta locales de Igusa. *Lecturas Matemáticas, 20*(1), 5-33.

Albis, V. S., & Sánchez, C. H. (1997). Conservación del patrimonio matemático nacional. *Lecturas Matemáticas, 18*(1), 83-93.

Albis, V. S. (1987). La Revista Colombiana de Matemáticas. *Revista Colombiana de Matemáticas, 21*, 1-3.

Albis, V. S. (1986). Raíces primitivas en cuerpos aritméticos de funciones algebraicas. *Lecturas Matemáticas, 7*(1-3).

Albis, V. S., & Sánchez, C. H. (1973). Las publicaciones periódicas de matemática en Colombia. *Boletín de Matemáticas, 7*(6), 325-330.

Blanco, H. (2006). La etnomatemática en Colombia: un programa en construcción. *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), 19*(26), 1–19.

Díaz, L., & Molina, E. (1988). *Algunos aspectos de los numerales en la familia lingüística macrochibcha* (Trabajo de pregrado en matemáticas). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

Páramo, G., & Albis, V. S. (1987). Antropología y matemáticas. *Mathesis, 3*(2), 163-167.

Sánchez, C. H., Arboleda, L. C., Páramo, G., Rodríguez, J., & Casas, O. (2017). Víctor Samuel Albis González (1939-2017). *Lecturas Matemáticas, 38*(2), 127-138.

Sánchez, C. H. (2017). Víctor Albis González (1939-2017). *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 41*(159), 255–257.

Sánchez, C. H. (2007). Forjadores del desarrollo de las matemáticas en Colombia: Víctor Albis González, Premio Nacional de Matemáticas 2007. *Lecturas Matemáticas, 28*(2), 99–108.

Sánchez, C. H. (1994). *Los tres famosos problemas de la geometría griega y su historia en Colombia*. Universidad Nacional de Colombia.

Valencia, J. (1989). *La simetría en la cerámica pintada de la Región Central de Panamá* (Tesis de maestría). Universidad de Panamá, Vicerrectoría de Investigación y Postgrado.

Zavadskij, A. (2003). Tame equipped posets. *Linear Algebra and Its Applications, 365*, 389-465.

Índice alfabético de autores

EDUCACIÓN MATEMÁTICA en América Central y El Caribe 2025

ISBN: 978-9945-30-199-1

www.redumate.org