EDUCACIÓN MATEMÁTICA en América Central y El Caribe 2025

Resolución de problemas y modelización en Educación Matemática

Volumen 7. *Memorias* IV CEMACYC
República Dominicana, 2025

Patrick Scott, Yuri Morales y Angel Ruiz
Editores

REDUMATE

© 2025
Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe (REDUMATE)
www.redumate.org

Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025
[Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]

Editado por Patrick Scott, Yuri Morales y Ćngel Ruiz. Colaboradora: Sarah Gonz§lez

Volumen 7: Resolución de problemas y modelización en Educación Matemática

ISBN Obra Completa: 978-9945-30-168-7 ISBN Volumen: 978-9945-30-200-4

Todos los materiales incluidos en esta publicación pertenecen a la Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe.

Estos materiales están bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.

En la reproducción de cualquier parte de este libro se deben consignar: los créditos a los autores y a la *Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe*.

Cada autor es responsable del contenido del documento que declara de su autoría o coautoría y libera a REDUMATE y editores de este libro de toda responsabilidad por contenido que pueda lesionar el derecho de terceros. Cada autor ha declarado que su trabajo no ha sido publicado previamente y que todos los datos y referencias a materiales publicados fueron debidamente identificados con su respectivo crédito e incluidos en las referencias bibliográficas.

Para citar la obra completa
Scott, P., Morales, Y. y Ruiz, A. (Eds.). (2025). *Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025* [Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]. Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe; Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra. https://redumate.org/memorias-iv-cemacyc

Ejemplo para citar un volumen
Scott, P., Morales, Y. y Ruiz, A. (Eds.). (2025). *Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025* [Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]: *Vol. 1. Trabajos invitados del IV CEMACYC*. Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe; Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra. https://redumate.org/memorias-iv-cemacyc-volumen-1

Ejemplo para citar un artículo
Artigue, M. (2025). La enseñanza de las Matemáticas frente a los retos del mundo actual. En P. Scott, Y. Morales y A. Ruiz (Eds.), *Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025* [Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]: *Vol. 1. Trabajos invitados del IV CEMACYC (*pp. 18-29). Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe; Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra. https://redumate.org/memorias-iv-cemacyc-volumen-1

Contenidos

Presentación i

Aprendizaje de conocimientos matemáticos mediante la modelación de artefactos culturales 1
Andrés Fernando Mosquera Díaz, Zaida Margot Santa-Ramírez, Walter F. Castro Gordillo

Estratégias de proposição de problemas: Procedimentos, processos cognitivos e produções matemáticas 9
Cristina de Jesus Teixeira, Geraldo Eustáquio Moreira

Estrategias para la resolución de problemas matemáticos básicos en medicina e ingeniería 18
Valery Dahian Liriano Cruz, Glory Bel Pérez Reyes

GeoGebra e a Teoria das Situações Didáticas no Ensino de Números Figurais: Uma Proposta para o Ensino Médio 24
Arnaldo Dias Ferreira, Antônio Marcos Justino Matias, Renata Sorah de Sousa e Silva, Maria José Costa dos Santos, Francisco Regis Vieira Alves, Solonildo Almeida da Silva

Historias de Mate Mundial: Integrando contextos culturales en el aula 32
Jorge Luis Gutiérrez Villegas, Saúl Eduardo Méndez Larios

Identificación de talentos matemáticos a través de tareas de invención de problemas 40
Johan Espinoza González, José Luis Lupiáñez Gómez

Metapesquisa sobre as práticas pedagógicas com Modelagem Matemática apresentadas nas Conferências Nacionais sobre Modelagem na Educação Matemática 48
Lilian Akemi Kato, Ana Carolina Castro

Proposição de problemas no desenvolvimento profissional de professores de Matemática 57
Flávia Sueli Fabiani Marcatto

Proyectos en modelización matemática: Experiencia exitosa en el Bachillerato Internacional de Costa Rica 65
Julio Marín Sánchez

Resolución y análisis de problemas matemáticos mediante el uso de la modelización y la programación 67
Rodrigo Yoel Combe, Ana Edith Varela, Quetzarilis Guardia

Resolviendo Derivadas: Un estudio sobre el desempeño estudiantil en problemas técnicos y aplicados 70
Carmen Rodríguez Poveda, Rodrigo Yoel Combe, Ana Edith Varela

Sequências numéricas: Um estudo alicerçado na criação de problemas sobre números figurados 73
José Antonio Salvador, Eleni Bisognin, Vanilde Bisognin

Transformando datos en decisiones: El papel de las Matemáticas contextualizadas en la administración 81
Vivian Libeth Uzuriaga-López, Alejandro Díaz-Llano

Um olhar para trabalhos acadêmicos que abordam a Educação Financeira segundo a Modelagem Matemática 89
Andréia Araújo de Farias Aquino, Lilian Akemi Kato

Índice alfabético de autores 98

Presentación

Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025 es el título de las *Memorias* del *IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe* (IV CEMACYC) que se llevó a cabo en Santo Domingo, República Dominicana, del 2 al 7 de noviembre de 2025.

Este congreso fue organizado por la *Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe* (REDUMATE) y la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra (PUCMM). Este cuarto congreso tuvo un gran éxito con más de 300 ponencias con ponentes de 29 países que decidieron venir a esta región. Esto duplica la cantidad de ponencias que se suelen presentar en los CEMACYC. Es ahora un congreso consolidado, con mucho prestigio. La comunidad internacional decidió integrarse a este evento. El impacto regional es impresionante.

El congreso tuvo casi 800 participantes. Más de 400 docentes de la República Dominicana se beneficiaron directamente de conferencias, talleres, comunicaciones, carteles, sesiones informativas, reuniones de grupo, exposiciones de libros.

Varias instituciones dominicanas, con lucidez, apoyaron a sus maestros (incluso de lugares alejados del país) y aprovecharon esta valiosa oportunidad. Esto constituye un impacto formidable para la educación local.

En 2013 REDUMATE y la PUCMM organizaron el I CEMACYC. Muchos docentes aún recuerdan con orgullo el primer congreso y agradecen haber estado también en este. Hay una relación estratégica entre REDUMATE y PUCMM. República Dominicana es un foco clave para apoyar los esfuerzos regionales.

Esos días de noviembre completaron un proceso de tres años de preparación internacional y local, con autores, revisores, coordinadores de temas, equipos de plataforma (casi 200 personas), que ha apoyado cuidadosamente el fortalecimiento de capacidades en esta región.

En los textos que recogemos aquí domina un gran nivel científico. Una de las características permanentes de los CEMACYC es, precisamente, su cultivo de la mayor calidad académica; la cual es producto de un diseño intelectual estratégico innovador y de grandes esfuerzos por individuos y equipos durante muchos meses antes del congreso. A diferencia de otros eventos, los CEMACYC piden las propuestas de ponencias de manera extensa y administra cuidadosamente la revisión por medio de una plataforma tecnológica (los textos aprobados pueden leerse y descargarse en nuestras plataformas varios meses antes del congreso).

Es una perspectiva de organización académica profesional muy seria. Por eso es por lo que, en primer lugar, deseo agradecer formalmente la labor comprometida del *Comité Científico Internacional* con un especial reconocimiento a los *Directores de tema*, y a los casi 200 *Revisores científicos*.

En esta oportunidad, dadas las condiciones de las plataformas tecnológicas libres disponibles, diseñamos una innovadora estrategia complementaria para la organización del congreso mediante dos sitios web: sitio oficial con toda la información y

articulación de la preparación del evento (usamos WordPress), y el sitio para ponencia con base en *Open Journal Systems*. Agradecemos el trabajo de la Dirección de estas plataformas.

Agradecemos el valioso patrocinio de la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI). Debe recordarse que REDUMATE nació en Costa Rica, en el año 2012, dentro del *Capacity and Networking Project* (CANP) de ICMI. Con ya cuatro congresos exitosos y múltiples acciones educativas en la región, de impacto internacional, esta Red CANP es un ejemplo y un modelo.

En el IV CEMACYC fueron esenciales los apoyos del *Comité Interamericano de Educación Matemática* y del *Proyecto Reforma Matemática* en Costa Rica en la organización científica y en la logística tecnológica del congreso.

El *Comité Organizador Local* en la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra, aparte de las acciones usuales, proporcionó un ambiente humano muy especial, con una gran hospitalidad. Nuestro agradecimiento a los colegas por haber asumido la logística multifacética de este congreso, que dejó recuerdos inolvidables en la comunidad de participantes.

Foto de grupo del IV CEMACYC

Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025 tiene 11 volúmenes con base en los temas del congreso:

1. Trabajos invitados del IV CEMACYC
2. Formación inicial de profesores
3. Formación continua y desarrollo profesional
4. Dimensiones culturales, políticas, económicas, y ambientales, de las Matemáticas y de la Educación Matemática
5. Currículo y evaluación
6. Historia y filosofía de las Matemáticas y de la Educación Matemática
7. Resolución de problemas y modelización en Educación Matemática
8. Uso de tecnologías digitales en la Educación Matemática
9. Investigación en Educación Matemática.
10. Estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Preescolar y Primaria
11. Estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Media y Educación Superior

Los textos de las ponencias invitadas (conferencias plenarias, conferencias paralelas, sesiones temáticas, mesa redonda, minicursos, homenaje a Eduardo Mancera) y ponencias abiertas (comunicaciones, talleres, pósteres en papel y digitales), presentadas efectivamente en el congreso, han sido incluidas en esta colección digital de volúmenes. *REDUMATE* desea agradecer a todos los autores que presentaron sus trabajos en el IV CEMACYC.

La organización detallada y la edición en sus diversas dimensiones fue realizada por Patrick Scott (Estados Unidos), con el apoyo de Yuri Morales (Costa Rica). Nuestra compañera Sarah González se encargó de tramitar su registro en República Dominicana (que contó con el respaldo de la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra). Expreso nuestro agradecimiento a Rick, Yuri y a Sarah.

Los enlaces de estos volúmenes se han colocado en las página web oficial de REDUMATE: https://redumate.org/.

Esperamos que la publicación de estos trabajos contribuya al progreso de la Educación Matemática en América Central y El Caribe.

Saludos afectuosos

Ángel Ruiz
Presidente
Consejo Internacional
Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe
16 diciembre 2025

Aprendizaje de conocimientos matemáticos mediante la modelación de artefactos culturales

Andrés Fernando **Mosquera** Díaz
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia
Colombia
afernando.mosquera@udea.edu.co
Zaida Margot **Santa-Ramírez**
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia
Colombia
zaida.santa@udea.edu.co
Walter Fernando **Castro** Gordillo
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia
Colombia
walter.castro@udea.edu.co

Resumen

La siguiente comunicación presenta los avances de una investigación doctoral en curso que pretende analizar cómo aprenden los estudiantes conocimientos matemáticos al modelar artefactos culturales. En este estudio, se entiende la modelación como la aplicación de conocimientos matemáticos para resolver problemas a partir del análisis de objetos utilizados en la comunidad, como el manduco, el tambor alegre y la choza. La investigación se desarrolla en una institución educativa rural del municipio de Apartadó, Antioquia, bajo un enfoque cualitativo, utilizando la Teoría Fundamentada. Se emplean observaciones, entrevistas, análisis de documentos y materiales audiovisuales para comprender los procesos de aprendizaje. Se espera que esta estrategia favorezca la articulación entre las Matemáticas y la cultura local, promoviendo un aprendizaje significativo y fortaleciendo la identidad cultural de los estudiantes.

Palabras clave: Aprendizaje; Artefactos culturales; Conocimientos matemáticos; Modelación matemática; Motivación.

Definición y relevancia del problema

El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) de la OCDE[1] mide la capacidad de estudiantes de 15 años para aplicar conocimientos de lectura, Matemáticas y ciencias a situaciones de la vida real. Los resultados en Matemáticas (OCDE, 2022), evidencian brechas significativas entre países. En Colombia, solo un 9% de los estudiantes alcanzó los niveles más altos de competencia, mientras que el 29% logró situarse al menos en el Segundo Nivel, muy por debajo del promedio de la OCDE (69%). Paralelamente, los resultados de las Pruebas SABER 11 en la Entidad Territorial Certificada de Apartadó (Colombia) reflejan un desempeño inferior al promedio nacional, con una tendencia a la baja entre 2017 y 2020. En particular, el 43% de los estudiantes de la institución educativa donde se realiza la investigación reportada aquí, se encuentra en el nivel más bajo de desempeño en Matemáticas, sin que ninguno alcance el nivel avanzado.

Por otro lado, la historia y la cultura de los afrodescendientes en la región del Urabá antioqueño (Colombia), específicamente en el corregimiento de Puerto Girón donde se desarrolla la investigación, se ha forjado a través de adaptaciones y desplazamientos desde tiempos coloniales. Esta comunidad, con una larga tradición en la agricultura y la minería, enfrenta desafíos económicos y sociales, debido a un desarrollo económico regional que está por debajo del promedio nacional (Escalante et al., 2020). A pesar de que el Ministerio de Educación Nacional (MEN) ofrece la posibilidad de adaptar el currículo a través del Proyecto Educativo Institucional (PEI) para responder a las necesidades locales, los desempeños en pruebas estandarizadas, como SABER, aún se encuentran por debajo del promedio nacional (Gil, 2021). Los análisis de pruebas diagnósticas y entrevistas con estudiantes, así como la revisión de estudios previos, resaltan la urgencia de explorar los conocimientos matemáticos que aprenden los estudiantes en sus entornos educativos, que puedan brindar el crecimiento social y económico a la comunidad (Rodríguez, 2016).

En consecuencia, los resultados reportados resaltan la necesidad de investigar los conocimientos matemáticos que los estudiantes aprenden cuando aquellos se presentan en el contexto de la modelación de artefactos. La literatura sugiere que el aprendizaje matemático mejora cuando se vincula con experiencias culturales y cotidianas (Vygotsky, 1978; D'Ambrosio, 2002). En este contexto, investigar el aprendizaje que recurre a la cultura de los estudiantes podría ofrecer estrategias para mejorar su desempeño y contribuir al desarrollo social y económico de la comunidad.

Así las cosas, la suposición de este estudio es que la modelación de artefactos culturales regulados por las Matemáticas escolares, en reconocimiento a la cultura del entorno social de la escuela, puede ser un elemento diferenciador entre Matemáticas sin contacto con la cultura y Matemáticas en contacto con la cultura; esta última forma de instrucción matemática ha sido reportada como efectiva para motivar a los estudiantes y para promover su formación matemática (Cai et al., 2014; Borromeo Ferri, 2006). Luego, se requiere indagar sobre estrategias que estimulen el pensamiento matemático, la resolución de problemas y la aplicación de conocimientos en situaciones reales (Zbiek y

[1] OCDE: Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos.

Conner, 2006). Esto no solo fortalece las habilidades de los estudiantes para enfrentar desafíos complejos, sino que, también, promueve un aprendizaje más significativo y aplicado (Boaler, 2016). Por lo tanto, este estudio propone investigar la siguiente pregunta: ¿cómo aprenden los estudiantes conocimientos matemáticos al modelar artefactos culturales?

Referencial teórico

La enseñanza de las Matemáticas ha evolucionado hacia una perspectiva más inclusiva y contextualizada, que considera los entornos culturales de los estudiantes como componente del proceso educativo. Desde este punto de vista, las Matemáticas, además de ser un conjunto de conocimientos abstractos, toma en cuenta los valores y creencias propias de cada comunidad (D'Ambrosio, 1985; Rosa y Orey, 2016). Incorporar elementos culturales en la enseñanza de las Matemáticas fortalece el proceso educativo, y promueve la comprensión. En este sentido, las Etnomatemáticas vinculan las Matemáticas escolares con los saberes locales, que valora las diversas formas de razonamiento matemático desarrolladas por diferentes culturas (Gerdes, 1985; Eglash, 1999). De acuerdo con la revisión de literatura para este estudio, emergieron cuatro aspectos asociados: artefactos culturales, cultura, aprendizaje matemático y modelación matemática; por lo tanto, a continuación, se abordarán algunas ideas generales sobre estos aspectos.

Artefactos culturales

Los artefactos culturales son objetos creados por grupos que transmiten significados y conocimientos, más allá de su materialidad (D'Ambrosio, 1993). En la enseñanza de las Matemáticas, su uso contextualiza el aprendizaje y mejora la comprensión, conectando las Matemáticas con las prácticas cotidianas, lo que favorece la resolución de problemas y el pensamiento crítico (Bishop, 1988; D'Ambrosio, 2006; Bonotto, 2010; Pradhan, 2020). Los artefactos en la Educación Matemática Realista (RME) son herramientas que estructuran el pensamiento matemático (Peck, 2015). Los etno-modelos, como artefactos culturales, también facilitan la comprensión de sistemas matemáticos propios de diversas culturas (Rosa y Orey, 2009, 2013). En este estudio, se considera el uso de tres artefactos culturales específicos: el manduco, la choza y el tambor alegre, para abordar conocimientos émico y ético (Rosa y Orey, 2013; D'Ambrosio, 2009).

Cultura

Las Etnomatemáticas reconocen y valoran los conocimientos matemáticos que emergen de diversas culturas y contextos históricos (D'Ambrosio, 2001; Rosa, 2008). Estos enfoques culturales no solo ofrecen una visión más amplia de las Matemáticas, sino que, también, buscan conectarlas con la realidad cotidiana de los estudiantes (Orey y Rosa, 2016). Se aclara que la investigación en Etnomatemáticas estudia los conocimientos émico y ético, que consideran las perspectivas internas y externas de una cultura, las cuales se complementan para comprender mejor las dinámicas culturales.

Las Etnomatemáticas se constituyen en un programa multidimensional que abarca dimensiones conceptuales, educativas, epistemológicas, históricas, cognitivas y políticas de las Matemáticas (D'Ambrosio, 2013). Con respecto a esto, Gavarrete (2013) precisa que es relevante comprender el desarrollo de estas seis dimensiones del programa de Etnomatemáticas, ya que tienen importantes implicaciones educativas. Estos esfuerzos contribuyen a profundizar en los aspectos cognitivos, políticos y educativos, para ofrecer orientación a los profesores de Matemáticas en diversos entornos educativos. En conjunto, estas dimensiones reflejan que las Etnomatemáticas ofrecen una visión amplia de las Matemáticas, relacionándolas con diferentes entornos culturales. Además, destaca la importancia de considerar el contexto sociocultural al enseñar y aprender Matemáticas. También, enfatiza el respeto y la promoción de la diversidad cultural en la Educación Matemática, lo que es significativo en una sociedad globalizada (Rosa y Orey, 2016).

Aprendizaje Matemático

Hiebert y Carpenter (1992) plantean que el conocimiento matemático se organiza en redes de relaciones conceptuales, en las que la conexión entre ideas es más importante que la acumulación de información aislada. Por su parte, Vygotsky (1978) señala que el conocimiento matemático es una construcción social que se desarrolla mediante la interacción y el lenguaje compartido dentro de una comunidad. Radford (2006) refuerza estas posturas al destacar que los procesos de significación, a través de símbolos y representaciones, son sustanciales para la comprensión matemática, sugiriendo que el conocimiento no es solo un proceso individual, sino una construcción conjunta que integra dimensiones cognitivas y sociales en interacción con herramientas culturales. En resumen, estas ideas precisan que el desarrollo del conocimiento matemático depende tanto de la estructura cognitiva como del contexto social y cultural del sujeto.

Así mismo, el concepto de conocimiento matemático también se puede abordar desde la perspectiva de la matematicidad inherente en las prácticas culturales, como sugiere D'Ambrosio (2001). En su enfoque de las Etnomatemáticas, el conocimiento matemático no está restringido a los modelos occidentales tradicionales, sino que abarca un rango amplio de saberes que emergen de la resolución de problemas en contextos específicos, integrando tanto el pensamiento lógico como el cultural.

Modelación Matemática

La clasificación de las perspectivas de modelación matemática ofrece un marco teórico amplio que permite analizar su integración en la Educación Matemática. Desde la distinción entre las corrientes pragmática y científico-humanista, identificadas por Kaiser-Meßmer (1986), hasta los enfoques socio-críticos y cognitivos propuestos por autores más recientes, se evidencia la diversidad de aproximaciones. Mientras que la perspectiva pragmática (Pollak, 1969) enfatiza la aplicación de las Matemáticas en problemas del mundo real, la científico-humanista (Freudenthal, 2012) busca una comprensión más profunda de su estructura teórica.

Por su parte, Kaiser y Sriraman (2006) identifican diversas perspectivas que responden a diferentes necesidades y contextos educativos, como la modelación realista, contextual,

educativa, socio-crítica, epistemológica y cognitiva. Estas perspectivas varían en sus objetivos, desde el desarrollo de competencias aplicadas hasta la reflexión sobre el papel social de las Matemáticas. En particular, la modelación socio-crítica se alinea con enfoques que integran la dimensión cultural en la enseñanza matemática, promoviendo un aprendizaje que no solo resuelve problemas, sino que también permite cuestionar el mundo a través de las Matemáticas. La combinación de estas perspectivas sugiere que la modelación matemática es un campo en constante evolución, donde la complementariedad entre enfoques teóricos y aplicados puede enriquecer la enseñanza y el aprendizaje en distintos niveles educativos.

Método y desarrollo conceptual

El marco metodológico de esta investigación se fundamenta en un enfoque cualitativo, toda vez que permite comprender los fenómenos en sus contextos naturales y desde la perspectiva de los participantes. Este enfoque, alineado con las ideas de Denzin y Lincoln (2012), es esencial para explorar cómo los estudiantes interactúan con artefactos culturales durante el aprendizaje matemático.

El paradigma cualitativo no se limita a ser un marco interpretativo, sino que se constituye en una postura investigativa integral que valora la perspectiva émica, el contexto social y cultural, y la co-construcción de significados en los procesos educativos. La elección de este enfoque está justificada por su capacidad para abordar la complejidad inherente a los procesos educativos estudiados, donde las relaciones entre los sujetos, los artefactos culturales y el conocimiento matemático se configuran de maneras únicas y situadas.

La Teoría Fundamentada se inscribe dentro del paradigma cualitativo y se ha consolidado como un método riguroso y valioso en las ciencias sociales y la educación (Creswell, 2007; Strauss, 2007; Denzin y Lincoln, 2012). Este método ofrece un análisis profundo y contextualizado de fenómenos educativos complejos, lo cual es relevante en una investigación centrada en el aprendizaje matemático a través de la modelación de artefactos culturales.

A través de métodos como observaciones, entrevistas y revisión de documentos, se busca obtener comprensión profunda de las dinámicas educativas en las que los estudiantes atribuyen significados a sus experiencias. Así, los participantes de esta investigación son estudiantes afrocolombianos de la región del Urabá antioqueño, con edades entre 11 y 17 años, quienes asisten a una institución educativa que integra elementos culturales en su currículo.

Resultados parciales

Dado que esta investigación está en su etapa de inicio de trabajo de campo, solamente se ha hecho una entrevista a los estudiantes, con el objetivo de reconocer su percepción de las Matemáticas, las dificultades en su enseñanza y aprendizaje, y si el uso de artefactos culturales, como recursos didácticos en la enseñanza de las Matemáticas, podría constituirse en una estrategia efectiva para involucrar a los estudiantes y facilitar su aprendizaje de conceptos abstractos.

Con respecto a las preguntas relacionadas con el uso de artefactos, uno de los estudiantes afirmó: "los juegos didácticos son una excelente manera de involucrar a los estudiantes, especialmente aquellos a los que no les gusta mucho la materia" (E1)[2]. El estudiante reconoce que algunos compañeros no sienten afinidad por las Matemáticas y que una forma de involucrarlos es mediante el uso de "juegos didácticos". Para algunos autores, los juegos didácticos o manipulables pueden contribuir a la motivación y al aprendizaje matemático (Bragg, 2007; Kilpatrick, Swafford y Findell, 2001). En esta investigación se avanza en la exploración de artefactos culturales (Bishop, 1988) que están arraigados en la cultura estudiantil y que pueden motivar a los estudiantes, en tanto pueden involucrar dimensiones afectivas y sociales en el aprendizaje (Findell et al., 2001; MEN, 2006).

Por otro lado, uno de los estudiantes destacó la relevancia de los artefactos culturales en la comprensión de conceptos matemáticos, al mencionar: "cuando usamos elementos del medio (contexto) en clase, siento que aprendo mejor porque entiendo cómo se relacionan las Matemáticas con lo que vivo" (E2). Este testimonio subraya cómo ciertos elementos del medio se pueden convertir en herramientas eficaces para conectar las Matemáticas con su contexto cultural, lo que facilita el aprendizaje de conceptos matemáticos. Según autores como Bishop (1988) y Boaler (2016), la manipulación de objetos culturales en el aula permite una mejor integración de los conocimientos previos de los estudiantes con los nuevos aprendizajes. En este sentido, esta investigación profundiza en la utilización de artefactos culturales para favorecer una enseñanza de las Matemáticas en contextos significativos (Pradhan, 2020; Rosa y Orey, 2013).

En relación con la aplicabilidad de las Matemáticas en la vida cotidiana, un estudiante señaló: "en trabajos como en una bananera[3], por ejemplo, los trabajadores deben calcular el peso de los racimos de plátano y cuántos caben en una caja. Eso requiere Matemáticas. También en la construcción, donde se calculan las medidas y el material necesario. Las Matemáticas están en todas partes de la vida cotidiana" (E3). Este testimonio evidencia cómo el conocimiento matemático es esencial en diversas actividades laborales y cómo su aplicación está integrada en las dinámicas productivas de muchas comunidades. En relación con lo anterior, D'Ambrosio (2001) sostiene que las Matemáticas no se limitan a su enseñanza formal, sino que emergen de las prácticas culturales y ocupacionales de los grupos sociales. En este sentido, el cálculo de pesos y volúmenes en actividades agrícolas o la determinación de medidas en la construcción representan ejemplos concretos de cómo el pensamiento matemático está arraigado en la cotidianidad. Investigaciones como las de Gerdes (1996) y Barton (2008) han mostrado que el reconocimiento de estas prácticas en el aula fortalece el aprendizaje y permiten a los estudiantes conectar el conocimiento escolar con su realidad.

Conclusiones iniciales

La falta de estrategias didácticas innovadoras es un factor recurrente en la enseñanza de las Matemáticas. En muchas instituciones, la metodología tradicional basada en la repetición de ejercicios y la memorización de fórmulas sigue siendo predominante, lo que puede generar desmotivación en los estudiantes. La ausencia de enfoques que fomenten la

[2] La notación E1 corresponde al estudiante 1; así para los demás estudiantes.

[3] Definición considerada por la Asociación de Academias de la Lengua Española como poblado de bananos o plátanos.

participación y el pensamiento crítico impide que los estudiantes desarrollen una comprensión profunda de los conceptos matemáticos, reduciendo su capacidad para aplicarlos en situaciones cotidianas y en otros campos del conocimiento.

En los testimonios de los estudiantes se resalta la desconexión entre las Matemáticas escolares y el entorno cotidiano de estos. Muchos de ellos expresan que los contenidos que se enseñan en el aula no parecen tener una aplicación práctica en su vida diaria, lo que dificulta su motivación y su interés por aprender. Esta desconexión puede ser especialmente marcada en contextos rurales, donde las experiencias y necesidades de los estudiantes pueden diferir significativamente de los ejemplos utilizados en los materiales didácticos tradicionales.

Por otro lado, a partir de las respuestas de los estudiantes, se identifican aspectos relacionados con la motivación, los métodos didácticos y la conexión entre los contenidos matemáticos y el contexto cultural de la comunidad. De hecho, se convierten en recomendaciones para el diseño de material que favorezca la modelación de artefactos culturales. En este sentido, es importante incorporar objetos y construcciones propias de la comunidad para ilustrar conceptos matemáticos, implementar estrategias lúdicas para fortalecer la motivación y la participación en clase, y adaptar estrategias de enseñanza para atender la diversidad de ritmos de aprendizaje.

Finalmente, el uso de artefactos culturales como recursos pedagógicos en la enseñanza de las Matemáticas ofrece un enfoque enriquecedor que conecta los contenidos matemáticos con el contexto cultural de los estudiantes. Los testimonios de los estudiantes evidencian cómo los artefactos culturales no solo podrían motivar a los estudiantes, sino que, también, les permitiría comprender los conceptos matemáticos de manera más significativa, al vincularlos con sus experiencias cotidianas. De esta forma, los artefactos culturales emergen como herramientas importantes para fomentar una enseñanza inclusiva y contextualizada, que favorece tanto el desarrollo cognitivo como el afectivo y social de los estudiantes.

Referencias

Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Kluwer Academic Publishers.

Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. Jossey-Bass.

Bonotto, C. (2010). Engaging students in mathematical modelling and problem posing activities. *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(3), 18-32.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 38*(2), 86-95.

Bragg, L. A. (2007). Students' conflicting attitudes towards games as a vehicle for learning mathematics: A methodological dilemma. *Mathematics Education Research Journal, 19*(1), 29-44.

Cai, J., Cirillo, M., Pelesko, J. A., Borromeo Ferri, R., Geiger, V., Stillman, G., & Kwon, O. (2014). Mathematical modeling in school education: Mathematical, cognitive, curricular, instructional, and teacher education perspectives. *Proceedings of the 38th meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 145-172). International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (2nd ed.). Sage Publications.

D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics, 5*(1), 44-48.
D'Ambrosio, U. (1993). *Etnomatemática: Cultura, matemática y educación matemática*. Editora Ática.
D'Ambrosio, U. (2001). *Etnomatemática: El arte o la técnica de explicar y conocer*. Autêntica Editora.
D'Ambrosio, U. (2002). *Mathematics and peace: A reflection on the basis of western civilization*. Plenary lecture at the International Congress of Mathematicians, Beijing, China.
D'Ambrosio, U. (2006). The role of mathematics in educational systems. *ZDM, 38*(3), 173-177.
Denzin, N. K. y Lincoln, Y. S. (2012). *The Sage handbook of qualitative research* (4th ed.). Sage Publications.
Eglash, R. (1999). *African fractals: Modern computing and indigenous design*. Rutgers University Press.
Freudenthal, H. (2012). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Springer Science & Business Media.
Gavarrete, M. E. (2013). Modelación matemática y Etnomatemática: Aportes para la enseñanza de la matemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 6*(2), 72-90.
Gerdes, P. (1985). Conditions and strategies for emancipatory mathematics education in underdeveloped countries. *Educational Studies in Mathematics, 16*(1), 99-129.
Gerdes, P. (1996). *Récréations géométriques d'Afrique: Géométrie et récréations*. Éditions L'Harmattan.
Gil, Y. (2021). La evaluación de las competencias matemáticas abordada desde lineamientos socio formativos basados en las evidencias. *Revista Boletín Redipe, 10*, 144-170. https://doi.org/10.36260/rbr.v10i4.1257
Hiebert, J. y Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). Macmillan.
Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modeling in mathematics education. *ZDM, 38*(3), 302-310.
Kilpatrick, J., Swafford, J. y Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academies Press.
MEN (Ministerio de Educación Nacional). (2006). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional de Colombia.
OCDE. (2022). *Resultados PISA 2022*. Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos.
Orey, D. C. y Rosa, M. (2016). Ethnomodelling as a methodology for ethnomathematics. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 9*(2), 54-77.
Peck, R. (2015). The role of realistic mathematics education in mathematical modeling: Theory and practice. *Educational Studies in Mathematics, 89*(1), 1-19.
Pollak, H. O. (1969). How can we teach applications of mathematics? *Educational Studies in Mathematics, 2*(1), 393-404.
Pradhan, M. (2020). Cultural artifacts and mathematical learning: An ethnographic approach. *Mathematics Education Research Journal, 32*(2), 111-126.
Radford, L. (2006). The semiotics of cognition and the cultural formation of knowledge. *Mathematical Thinking and Learning, 8*(1), 1-20.
Rodríguez, C. (2016). Desempeño en matemáticas en la educación secundaria en Colombia. *Revista de Educación y Sociedad, 14*(2), 85-102.
Rosa, M. (2008). The ethnomathematics program and culturally relevant pedagogy. *Journal of Mathematics and Culture, 3*(1), 57-78.
Rosa, M. y Orey, D. C. (2009). Ethnomathematics: The cultural aspects of mathematics. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 2*(1), 57-78.
Rosa, M. y Orey, D. C. (2013). The intersection of ethnomathematics and mathematical modeling. *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 1-14.
Rosa, M. y Orey, D. C. (2016). Ethnomodelling: A pedagogical action for mathematical modeling. *Educational Studies in Mathematics, 91*(1), 1-15.
Strauss, A. (2007). *Qualitative analysis for social scientists*. Cambridge University Press.
Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
Zbiek, R. M. y Conner, A. (2006). Beyond Motivation: Exploring Mathematical Modeling as a Context for Deepening Students' Understandings of Curricular Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 63(1), 89-112.

Estratégias de proposição de problemas: Procedimentos, processos cognitivos e produções matemáticas

Cristina de Jesus **Teixeira**
Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília
Brasil
cristina.j.teixeira@gmail.com
Geraldo Eustáquio **Moreira**
Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília
Brasil
geust2007@gmail.com

Resumo

A diferenciação dos procedimentos das estratégias de proposição de problemas pode constituir um ponto de partida teórico para a compreensão dos processos cognitivos envolvidos nessas estratégias e, com base nesta compreensão, favorecer melhores oportunidades de aprendizagem aos estudantes. Assim, este estudo objetivou diferenciar as estratégias de proposição de problemas: resolução, reformulação, elaboração e formulação de problemas. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, de natureza teórica, caracterizada como exploratória, com procedimentos bibliográficos, descritivo-interpretativos, fundamentados na Taxonomia Revisada de Bloom. A análise das produções com base nas teorias de representação de Duval e Vergnaud, foi de caráter somente ilustrativo. Os achados sugeriram que a proposição está associada a elevados níveis de complexidade cognitiva. Esse achado pode viabilizar a oferta diversificada de tarefas e fornecer subsídios iniciais para construções teóricas sobre os processos cognitivos envolvidos na proposição de problemas.

Palavras-chave: Proposição de problemas; Processos cognitivos; Taxonomia revisada de Bloom; Produção matemática; Teorias de representação; Brasil.

Ideias introdutórias

Com o objetivo de melhorar a aprendizagem da Matemática, nas últimas décadas, matemáticos e educadores matemáticos, como Pólya (1977), Kilpatrick (1987), Brown e Walter (2005), Silver (1994), Cai e Hwang (2020), passaram a explorar outras estratégias de uso de

problemas, além da resolução. Surge o termo *problem posing* (proposição de problemas), referindo tanto à criação de novos problemas quanto à modificação de problemas existentes (Silver, 1994).

Nesse período, as pesquisas aumentaram consideravelmente, especialmente associada à resolução. Sua importância tem sido destacada por um aumento nos estudos empíricos (Cai et al., 2022), principalmente no âmbito internacional (Brown & Walter, 2005; Kilpatrick, 1987; Silver, 1994), refletindo uma variedade de tópicos, incluindo os processos cognitivos (Cai et al., 2022).

Apesar do aumento na pesquisa e do interesse em integrar a proposição de problemas à sala de aula, a compreensão dos processos cognitivos nela envolvidos ainda é limitada. As pesquisas nesse âmbito estão em estágios iniciais (Cai et al., 2022), e as conceituações sobre o termo variam entre pesquisadores e educadores matemáticos, refletindo compreensões e práticas distintas. A ausência de definição e estrutura claras, destaca a necessidade de sistematização (Cai et al., 2022) e a importância de estabelecer uma base teórica e estrutura que possibilitem a distinção entre diferentes tipos e níveis de complexidade de tarefas de proposição de problemas (Cai & Hwang, 2020). Com o intuito de contribuir, este estudo concentrou-se em diferenciar as estratégias de proposição de problemas na perspectiva de Teixeira e Moreira (2022, 2023, 2024, 2025).

Percurso metodológico

A pesquisa qualitativa, de natureza teórica (Demo, 2012), caracterizada como exploratória, procedimentos bibliográficos e descritivo-interpretativos, teve como objetivo diferenciar as estratégias de proposição de problemas: resolução, reformulação, elaboração e formulação. A diferenciação foi realizada com base na: descrição dos procedimentos elementares exigidos em cada estratégia; identificação do processo cognitivo mais proeminente nesses procedimentos; e ilustração, por meio de uma produção matemática, das estratégias de proposição de problemas.

Quadro teórico

Este estudo, com foco no processo cognitivo das estratégias de proposição de problemas, foi fundamentado na Taxonomia Revisada de Bloom (TRB). A dimensão do processo cognitivo utilizada descreve o "como" desse processo e é estruturada em seis categorias: lembrar, entender, aplicar, analisar, avaliar e criar. A TRB fornece uma estrutura que pode ser utilizada para avaliar o nível de complexidade envolvido na proposição de problemas.

Além da análise do nível de complexidade das diferentes estratégias de proposição de problemas, foram apresentadas produções ilustrativas de cada uma dessas estratégias, a partir das quais foram feitas inferências pontuais, sem pretensão de análise aprofundada, com base em elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval (2012), e da Teoria das Representações para a Educação Matemática, de Vergnaud (1998).

A proposição de problemas é apresentada na perspectiva de Teixeira e Moreira (2022, 2023, 2024, 2025). A literatura especializada sobre a proposição de problemas também é abordada, tanto a internacional (1977; Brown & Walter, 2005; Kilpatrick, 1987; Silver, 1994;

Cai & Hwang, 2020; Cai et al., 2022) quanto a nacional (Andrade, 1998, 2017; Possamai & Allevato, 2023).

Pesquisas sobre processos cognitivos envolvidos na proposição de problemas

Em relação aos processos cognitivos envolvidos na proposição de problemas, poucos estudos abordaram essa temática, entre os quais se destacam Stickles (2011), Silver e Cai (1996), Zhang et al. (2022), Christou et al. (2005) e Teixeira e Moreira (2023, 2024, 2025).

Esses estudos identificaram processos cognitivos relacionados à proposição de problemas, mas são limitados os que diferenciam os processos cognitivos envolvidos nas estratégias de proposição de problemas. Christou et al. (2005) e Teixeira e Moreira (2023, 2024, 2025) acrescentam neste aspecto. Eles se assemelham na abordagem aos processos cognitivos, mas Christou et al. (2005) concentram-se em tarefas realizadas por estudantes, enquanto Teixeira e Moreira (2023, 2024) exploram os processos cognitivos envolvidos na proposição de problemas, foco deste estudo.

Quanto às pesquisas sobre a proposição de problemas no contexto nacional brasileiro, alguns autores adotam esse termo, destacando Andrade (1998, 2017), Possamai e Allevato (2023) e Teixeira e Moreira (2022, 2024, 2025). Embora atribuam funções e significados distintos à proposição, os autores se aproximam, especialmente no que se refere à importância de vincular a proposição de problemas à resolução. Na literatura nacional e internacional, exceto Teixeira e Moreira (2023, 2024, 2025) não foram encontradas pesquisas sobre diferenciação de procedimentos ou demanda cognitiva da proposição. Essa lacuna justifica o objeto investigado: a diferenciação das estratégias de proposição de problemas, abordada em sequência à concepção desses autores sobre a proposição de problemas.

Concepção sobre proposição de problemas adotada neste estudo

Para desmistificar o problema como tarefa cujo objetivo é apenas encontrar uma solução, emprega-se também *situação* ou *tarefa* orientada por uma estratégia. Uma estratégia pode ser concebida como um conjunto de procedimentos elementares que sustentam e estruturam as ações necessárias à realização de uma tarefa específica. A sinergia entre diferentes estratégias estrutura o que se denomina *proposição de problemas*: termo utilizado para referir ao uso do problema conforme uma estratégia, por exemplo: *resolução, reformulação, elaboração e formulação*.

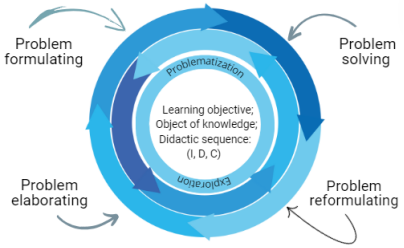


Figura 1. A proposição de problemas e suas estratégias
Fonte: Teixeira e Moreira (2024)

A diferenciação das estratégias de proposição não visa desassociá-las, mas possibilitar a compreensão dos princípios, procedimentos elementares que as estruturam e dos processos cognitivos envolvidos, visando à utilização e ao desenvolvimento integrado dessas estratégias.

As estratégias de proposição de problemas na perspectiva adotada neste estudo

Para cada estratégia de proposição de problemas, apresenta-se: (i) a descrição dos procedimentos elementares exigidos em cada uma delas; (ii) a identificação do processo cognitivo mais proeminente nesses procedimentos; e (iii) a ilustração por meio de uma produção matemática. A produção matemática objetiva evidenciar a descrição das estratégias, portanto, não foram realizadas análises do seu conteúdo. Para contextualizar, são apresentadas algumas inferências.

Estratégia resolução de problemas

A resolução pode ser ilustrada por uma representação (línguagem natural, numérica, algébrica, gráfica, figural) que traduz a compreensão da situação, bem como os conceitos, propriedades e relações do objeto matemático identificados, detalhando a abordagem utilizada no enfrentamento da situação, ou seja, o processo de resolução em si, que inclui uma ou mais soluções possíveis ou uma justificativa caso não haja solução. Portanto, a resolução ocorre a partir de uma situação matemática e pode envolver a identificação, seleção, manipulação, organização, aplicação ou implementação de conceitos e/ou procedimentos na construção de uma possível solução.

No início do processo de resolução, ocorre uma tomada de informações (identificação do objeto matemático, partes dele ou filiações abordadas na situação). Em seguida, localiza-se um procedimento adequado para *aplicar*. Caso não haja um disponível, é necessário a mobilização de conhecimentos, a partir dos quais se selecionam informações relevantes para *implementar* – adaptar ou criar – novos procedimentos que conduzam a uma possível solução. Esse último processo requer a compreensão tanto da situação quanto do procedimento de resolução. Assim, implementar pode envolver reformulações sucessivas (Brown & Walter, 2005; Pólya, 1977)

Os procedimentos realizados na resolução de problemas exigem processos de *aplicar* (realizar procedimentos em situação familiar) ou processos específicos de *implementar* (realizar procedimentos em situação pouco familiar ou desconhecida), sendo classificada no terceiro nível da dimensão do processo cognitivo (Anderson et al., 2001).

Produção referente à tarefa orientada pela estratégia resolução de problemas

Na resolução de problemas, os estudantes receberam uma situação em que precisavam decorar o contorno de um mural para a Semana da Hispanidade, utilizando uma corda de 12 metros. Deveriam calcular todas as possíveis medidas de comprimento e largura de um retângulo, com números naturais, sem sobrar corda. Em seguida, justificaram qual das combinações seria a mais adequada.

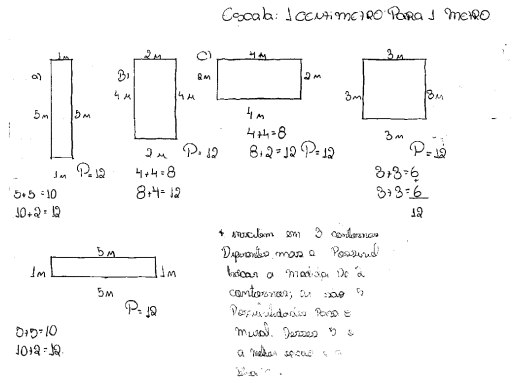


Figura 2. Produção a partir de um problema aberto e contextual

Os objetos matemáticos contemplados foram: grandeza geométrica: comprimento: largura, comprimento e perímetro; números naturais: campo aditivo. Esses objetos, suas propriedades e relações podem ser identificados nas representações da Figura 2, (Vergnaud, 1998).

Os registros de representação mobilizados foram: registro gráfico, numérico e em linguagem natural. A sequência de coordenação dos registros de representação foi: conversão da representação no registro em linguagem natural para o gráfico; conversão da representação do registro gráfico para o numérico. Problema aberto que exigiu o processo cognitivo "implementar".

Estratégia reformulação de problemas

Na reformulação, modificações são realizadas em um problema original (Pólya, 1977; Kilpatrick, 1987; Silver, 1994; Teixeira & Moreira, 2022, 2023, 2024) com o objetivo de gerar um problema secundário, ou seja, uma variação, a princípio, estrutural. Essa variação constitui uma reconstrução a partir da representação inicial, podendo diferir no procedimento de resolução, na solução, e na demanda cognitiva, mas mantendo o objeto matemático (Duval, 2012).

Ela consiste na decomposição do problema em elementos, com o objetivo de entender sua estrutura e realizar as modificações necessárias. Esse processo envolve a identificação dos componentes do problema, a classificação dos elementos (diferenciar), a verificação das relações entre eles, a descoberta dos princípios que os estruturam (organizar) e a seleção dos elementos adequados às modificações pretendidas (atribuir), a fim de gerar um problema secundário.

Os procedimentos realizados na reformulação exigem processos específicos de *analisar* (dividir o todo em partes e determinar como elas se relacionam entre si e com a estrutura geral), sendo classificada no quarto nível da dimensão do processo cognitivo (Anderson et al., 2001).

Produção referente à tarefa orientada pela estratégia reformulação de problemas

Na reformulação de problemas, os estudantes receberam um problema recortado em tiras, de uma relação do campo conceitual multiplicativo. Com as tiras, deveriam obter todas as reformulações possíveis. Em seguida, resolvê-los utilizando recursos didáticos e lápis e papel.

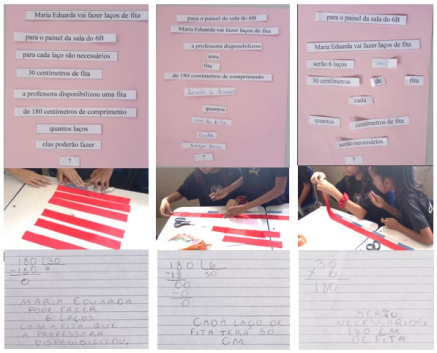


Figura 3. Produção a partir de um problema recortado em tiras

Os objetos contemplados na situação foram: grandeza geométrica: comprimento e números naturais: campo multiplicativo. Esses objetos, suas propriedades e relações podem ser identificados, integralmente ou parcialmente, nas representações (Vergnaud, 1998) da Figura 3.

Nesta tarefa houve dois tipos de representação: semióticas e auxiliares transitórias (Duval, 2012). Estas últimas, são recursos didáticos, pois não constituem um sistema semiótico. O uso desses recursos visou evidenciar o significado da divisão como medida de "quantas vezes cabe" e o que ocorreria na mudança de posição do elemento desconhecido, ou seja, na variação da situação. Os registros de representação semiótica mobilizados foram: registro numérico e registro em linguagem natural. O registro numérico complementado pelo registro em linguagem natural.

A sequência de coordenação dos registros de representação foi: conversão da representação no registro em linguagem natural para o numérico; conversão da representação no registro numérico para a língua natural. Essa conversão implicou maior esforço cognitivo. Os significados de situações nem sempre são claros, principalmente, o de divisão como medida, pouco desenvolvido na escola, ocasião em que o recurso didático auxiliou no processo de compreensão.

Estratégia elaboração de problemas

Na elaboração, realizam-se modificações em um problema existente para torná-lo mais compreensível em relação aos elementos internos e mais apresentável em termos dos elementos externos (Teixeira e Moreira, 2022, 2024, 2025), com base em "critérios estéticos para julgar a qualidade matemática dos problemas" (Crespo & Sinclair, 2008). Essas modificações podem afetar o processo de resolução e a demanda cognitiva, mas não alteram a solução, o significado ou o objeto de conhecimento. Assim, à medida que o estudante identifica deficiências e explora possibilidades, aprimora o problema, tornando-o mais detalhado e complexo (Guilford, 1956).

Ela ocorre a partir da detecção de excesso ou de precariedade de dado/informação ou incongruência/dissonância interna (detectar), ou se a situação tem partes mal estruturadas (monitorar) que precisam de ajustes (testar). Pode ocorrer a partir da crítica à situação ou elementos com base em critérios específicos (julgar/justificar). Além da melhoria na apresentação por inserção de representações mistas ou auxiliares, implicando na qualificação do problema.

Os procedimentos realizados na elaboração de problemas exigem processos como *verificar* (detectar, monitorar, testar) e *criticar* (julgar) específicos de/para *avaliar* (fazer julgamentos com base em critérios e/ou padrões), sendo classificada no quinto nível da dimensão do processo cognitivo (Anderson et al., 2001).

Produção referente à tarefa orientada pela estratégia elaboração de problemas

Na tarefa orientada pela estratégia elaboração, o elemento disparador foi um problema, sobre festa junina e dados de matrícula escolar, formulado anteriormente pela turma. Os estudantes resolveram o problema, seguido de uma discussão problematizadora. Depois, o examinaram em busca de identificar informações desnecessárias, incongruências e, se necessário, realizar modificações para adequá-lo, sem alterar o contexto, os dados essenciais ou a solução, e resolveram-no novamente.

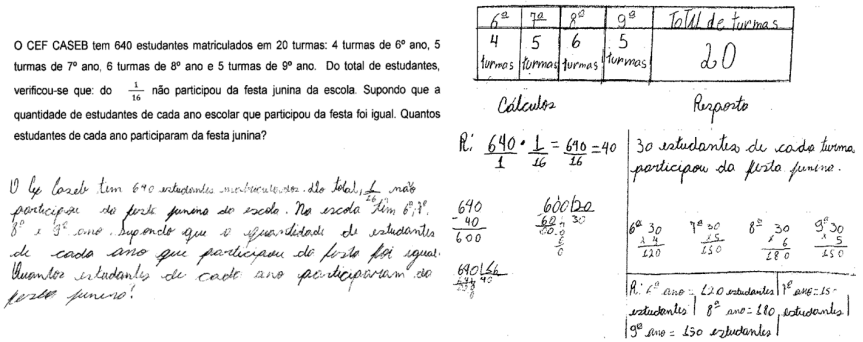


Figura 4. Produção a partir de um problema formulado pela turma

Os objetos matemáticos observados foram: números naturais: campo aditivo e multiplicativo. Números racionais: fração com significado parte/todo, cálculo da fração de um número natural; multiplicação de fração por um inteiro. Estatística: construção e organização de tabela com variáveis numéricas. Os objetos, seus conceitos, suas propriedades e relações podem ser identificados nas diferentes representações (Vergnaud, 1998), conforme mostrado na Figura 4.

Os registros de representação mobilizados foram: registro em linguagem natural complementado pelo registro gráfico e registro numérico complementado pela linguagem natural. São representações mistas, nas quais ocorre a mobilização simultânea de registros (Duval, 2012).

A sequência de coordenação dos registros de representação foi: conversão da representação no registro em linguagem natural complementado pelo gráfico para representação no registro numérico complementado pela linguagem natural. A inserção da representação gráfica visou auxiliar a compreensão, discriminando as descrições sobrepostas (registro em linguagem natural e numérico), tornando visíveis os dados quantitativos (Duval, 2012).

Estratégia formulação de problemas

A formulação deve gerar um novo problema — uma situação matemática que pode conter um texto-base e um enunciado — explicitada por algum tipo de representação. Esse processo se

inicia a partir de um artifício propulsor de ideias, um elemento disparador, projetado para estimular interesse e reflexão sobre um objeto, funcionando como ponto de partida para a formulação.

Ao suscitar os conhecimentos prévios, conduz-se à identificação do objeto ou de suas partes, iniciando o estabelecimento de relações por meio da seleção, diferenciação e integração do que for relevante e pertinente. Um movimento divergente, que exige que o conhecimento seja reorganizado, adaptado e transformado para ser sintetizado em uma estrutura coerente e funcional.

Os procedimentos realizados, exigem processos de *gerar* (apresentar suposições e possibilidades alternativas com base em critérios), *planejar* (projetar um procedimento para realizar uma tarefa) e *produzir* (integrar o conhecimento para construir novos conhecimentos). Todos específicos de *criar* (juntar elementos para formar um todo novo e coerente). Esses processos a classificam no sexto nível da dimensão do processo cognitivo (Anderson et al., 2001).

Produção referente à tarefa orientada pela estratégia formulação de problemas

A formulação foi estruturada a partir de um elemento disparador, que consistia em uma malha quadriculada representando um terreno vazio. A partir do qual os estudantes deveriam desenhar a planta baixa de suas casas. Com base nessa planta, formular e resolver um problema.

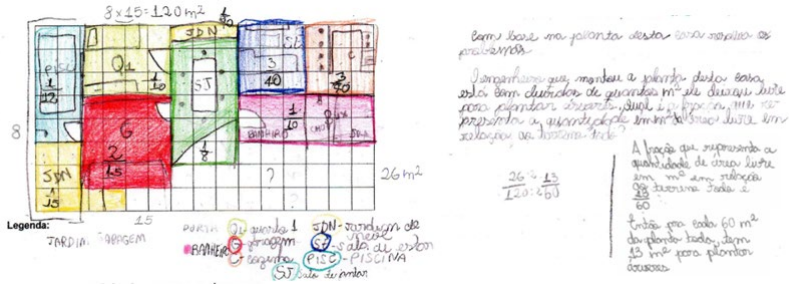


Figura 5. Produção a partir disparado temático – malha quadriculada

Os objetos contemplados na situação foram: grandeza geométrica área: quadros geométrico, da grandeza e numérico; Números racionais: fração: contagem, comparação e simplificação. Estes identificáveis nas diferentes representações (Vergnaud, 1998). Nesta produção ocorreu um multirregistro, ocasionado pelo problema ter sido formulado pelo estudante. A formulação envolveu descrições e mobilizou processos cognitivos de demanda complexa (Duval, 2012).

Os registros de representação mobilizados foram: registro gráfico complementado pelo simbólico, registro numérico e em linguagem natural. A primeira representação foi considerada mista, por haver mobilização simultânea de registros (Duval, 2012). A sequência de coordenação dos registros de representação foi: conversão da representação no registro gráfico para o numérico; conversão da representação no registro numérico para a linguagem natural; conversão da representação no registro em linguagem natural para o numérico. A primeira conversão, entre um registro monofuncional e um multifuncional, agregou complexidade à situação (Duval, 2012).

Considerações

A diferenciação das estratégias de proposição de problemas, discutida à luz da TRB permitiu associá-las a diferentes níveis de complexidade cognitiva. Tal diferenciação pode viabilizar a oferta diversificada de tarefas e fornecer subsídios iniciais para construções teóricas sobre os processos cognitivos envolvidos na proposição de problemas.

Agradecimentos

Ao Grupo de Pesquisa DIEM; à SEEDF; aos PPGE/UnB – Acadêmico e Profissional); à FAPDF, Edital 12/2022 Programa FAPDF Learning, e Edital 02/2025 Programa FAPDF Participa; e ao DPG da UnB - Edital n.º 01/2025.

Referências e bibliografia

Anderson et al. (2001). *A taxonomy for learning, teaching and assessing:* a revison of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives. Nova York: Addison Wesley Longman, 2001.

Andrade, S. (1998). *Ensino-aprendizagem de matemática via exploração de problemas, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula* [Dissertação de Mestrado, Unesp]

Brown, S. I., & Walter, M. (2005). *The art of problem posing* (3rd ed.). Lawrence Erlbaum Associates.

Cai, J. & Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, *102*.

Cai et al. (2022). In C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez, & N. Planas (Eds.), Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 119-145). PME.

Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *Zentralbatt für Didaktik der Mathematik*, *37*, 149–158.

Demo, P. (2012). *Pesquisa e informação qualitativa: aportes metodológicos* 5. ed. Papirus.

Duval, R. (2012). *Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento*. *Revemat*, *7*(2)

Guilford, J. P. (1956). The structure of intellect. *Psychological bulletin*, *53*(4), 267.

Kilpatrick, J. (1987). Problem Formulating: Where do good problems come from? En A. H. Schoenfeld (org.). *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123-147). Routledge.

Pólya, G. (1977). A arte de resolver problemas (H. L. Araújo, Trad.). Editora Interciência.

Possamai, J. P., & Allevato, N. S. G. (2022). Elaboração/Formulação/Proposição de Problemas em Matemática: percepções a partir de pesquisas envolvendo práticas de ensino. *Educação Matemática Debate*, *6*(12), 1–28.

Silver, E., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*, 521–539.

Stickles, P. R. (2011). An analysis of secondary and middle school teachers' mathematical problem posing. *Investigations in Mathematics Learning*, *3*(2), 1–34.

Teixeira, C. J., & Moreira, G. E. (2022). Ensino-Aprendizagem da matemática por meio da proposição de problemas: uma proposta metodológica. Revista RIDEMA, v. 6, n. 1.

Teixeira, C. J., & Moreira, G. E. (2023). A reformulação de problemas na perspectiva da proposição de problemas nas aulas de matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, *12*(27), 276–298.

Teixeira, C. J., & Moreira, G. E. (2024). The cognitive processes involved in problem posing. In: International Congress on Mathematical Education, 15., 2024, Sydney. *Anais* [...]. Sydney: Publisher. No prelo.

Teixeira, C. J., & Moreira, G. E. (2025). Proposição de Problemas: uma análise dos processos cognitivos à luz da Taxonomia Revisada de Bloom. In XV ENEM, Manaus, 2025. No prelo.

Vergnaud, G. (1998). A comprehensive theory of representation for Mathematics Education. *Journal of Mathematical Behavior*, *17*(2), 167-181.

Zhang, L., Cai, J., Song, N., Zhang, H., Chen, T., Zhang, Z., & Guo, F. (2022). Mathematical problem posing of elementary school students: the impact of task format and its relationship to problem solving. *ZDM Mathematics Education*, *54*(4).

Estrategias para la resolución de problemas matemáticos básicos en medicina e ingeniería

Valery Dahian **Liriano** Cruz
Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra
República Dominicana
vd.liriano@ce.pucmm.edu.do
Glory Bel **Pérez** Reyes
Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra
República Dominicana
gb.perez@ce.pucmm.edu.do

Resumen

La resolución de problemas matemáticos básicos, especialmente aquellos relacionados con álgebra, representa un desafío significativo para los estudiantes de medicina e ingeniería, particularmente para aquellos que no han recibido una formación sólida en Matemáticas. Este taller tiene como propósito analizar los errores más comunes en la interpretación y resolución problemas, ofreciendo estrategias eficaces para mejorar la comprensión lectora y la precisión en los cálculos. A través de metodologías activas y recursos prácticos, se fomentará un aprendizaje participativo que permita a los asistentes observar cómo es posible mejorar las habilidades matemáticas fundamentales en los estudiantes, facilitando su aplicación en contextos profesionales y académicos.

Palabras clave: Comprensión lectora; Educación Matemática; Educación Superior; Estrategias didácticas; Modelización matemática; República Dominicana; Resolución de problemas.

Introducción

En el quehacer de los docentes de Matemáticas desarrollar en los estudiantes habilidades para la resolución de problemas de aplicación ha sido y sigue siendo un área que representa grandes retos y dificultades. Esto se debe a que no basta con la enseñanza de conceptos y

procedimientos; es necesario fomentar el pensamiento crítico, la creatividad y la capacidad de enfrentar situaciones nuevas con estrategias y herramientas adecuadas.

Al impartir asignaturas de Matemáticas básicas dedicadas a carreras particulares es más evidente como los problemas no se presentan vinculados a algoritmos concretos, si no que se encuentran relacionados particularmente a la carrera en la que el estudiante se está formando.

La propia naturaleza de los problemas requiere que el estudiante posea conocimientos del área combinados con estrategias psicológicas como la concentración, confianza y creatividad.

Es importante reconocer que se transmiten estos conocimientos a los alumnos, no a partir de una fórmula mágica que aplica a todos los problemas, sino practicando las Matemáticas y observando cómo las practican otros. Así los estudiantes aprenden analizar los problemas desde una perspectiva objetiva y entusiasta. Trabajar con problemas clásicos y descubrir en qué medida pueden ayudarles a investigar sobre otros relacionados a su carrera. Aprender a no rendirse y a convertir los errores y fallos en nuevas oportunidades para seguir investigando es al fin y al cabo lo que debemos fomentar como docentes.

Definición y relevancia del tema a desarrollar en el taller

En las últimas décadas, uno de los principales objetivos de las instituciones de educación superior en el mundo ha sido desarrollar el pensamiento crítico en los estudiantes, es decir, formar alumnos capaces de argumentar sus ideas, evaluar lo expuesto por los otros y razonar con rigor científico en cualquier asignatura curricular, pero fundamentalmente capaces de tomar decisiones sólidas y resolver problemas de manera eficaz. Proyectos educativos particulares señalan abiertamente que la formación de los estudiantes universitarios debe estar orientada a desarrollar habilidades reflexivas, críticas y de investigación que fortalezcan su voluntad de indagar y conocer. (Alvarado, 2014)

Para Sternberg, Polyá, Pozo y Boisvert, citados por Laiton (2011: 56), la solución de problemas es un proceso organizado mentalmente que requiere, a su vez, de una elevada complejidad y profundidad en las etapas que inducen a la respuesta; las actividades mentales, conductuales y hasta afectivas están implicadas en el proceso; enseñar a resolver problemas implica dotar a los alumnos de destrezas y estrategias eficaces, así como la creación de hábitos y actitudes para encontrar la respuesta.

Woodworth y Schlosberg (1987) plantean que existe un problema cuando un individuo tiene un objetivo pero no tiene una visión clara para conseguirlo.

La resolución de problemas matemáticos implica una serie de procesos cognitivos que pueden verse afectados por diversos factores. Según Juidías y Rodrígiuez (2007), estos factores pueden ser relativos al problema, relativos al estudiante que resuelve el problema o relativos al contexto en que el alumno aprende y resuelve el problema matemático.

Entre los factores mencionados anteriormente es importante destacar los siguientes aspectos:

Comprensión del lenguaje en que se expresa el enunciado: el lenguaje matemático mantiene semejanzas y diferencias con el lenguaje cotidiano se diferencian principalmente en el hecho que el lenguaje matemático exige precisión a la hora de expresar los conceptos y en cuanto a la ausencia de expresiones personales y juicios de valor. En el lenguaje cotidiano, una misma idea puede expresarse de muchas formas, mientras que en Matemáticas los términos tienen un significado único y preciso. Si un estudiante no está familiarizado con el significado exacto de ciertos términos o símbolos, puede malinterpretar la pregunta o no saber qué se le está pidiendo.

El tipo de problema que hay que resolver: No todos los problemas suponen el mismo grado de dificultad a la hora de resolverlos, ya que su complejidad depende de varios factores, como la cantidad de conceptos involucrados, el nivel de abstracción requerido y la familiaridad del estudiante con el contexto del problema. Algunos problemas pueden resolverse aplicando directamente una fórmula conocida, mientras que otros requieren un análisis más profundo, descomposición en sub-problemas o la combinación de múltiples estrategias. Además, la presencia de datos irrelevantes, la formulación del enunciado o la necesidad de interpretar información en diferentes formatos (como gráficos, tablas o ecuaciones) pueden aumentar la dificultad.

Actitudes: Quiles (1993) define las actitudes como predisposiciones aprendidas que nos llevan a actuar de una forma determinada ante personas y situaciones. La actitud es un factor clave al momento de resolver un problema de aplicación porque influye directamente en la manera en que el estudiante enfrenta el desafío, busca estrategias y persiste hasta encontrar una solución.

Contexto sociocultural donde las Matemáticas se enseñan y aprenden: El día a día del estudiante afecta aquellos aspectos que el estudiante considera importantes o interesantes de resolver por ende afectará el nivel de esfuerzo que el estudiante dedicará a resolver el problema.

En este taller se busca analizar los errores comunes en la resolución de problemas matemáticos básicos en las áreas de medicina e ingeniería, presentar estrategias para solucionarlos para mejorar la comprensión lectora y la precisión en los cálculos, con el trabajo en grupos y foros de discusión.

Referencial teórico

Elementos conceptuales y metodológicos sobre problemas de aplicación

La didáctica de la Matemática en el contexto de las ciencias tiene como objetivo desarrollar la competencia matemática en los estudiantes, permitiéndoles resolver problemas en diversos ámbitos de su formación y vida profesional, destacando la importancia de aplicar el conocimiento matemático en otras áreas del saber.

Según Trejo, et al. (2013) el profesor puede evaluar los logros del estudiante al momento de resolver problemas de aplicación tomando en cuenta los siguientes aspectos:

- Pensar matemáticamente: Descubrir regularidades y Utilizar la inducción como estrategia de resolución de un problema.
- Plantear y resolver problemas matemáticos: Traducir al lenguaje algebraico los enunciados verbales de problemas, Interpretar el resultado de un problema en el contexto en que se enuncio, Perseverar en la búsqueda de soluciones y Comprobar la validez del resultado del problema.
- Utilizar los símbolos matemáticos: Expresar mediante el lenguaje algebraico una propiedad, relación o regularidad, Tránsito entre diferentes representaciones matemáticas, Aplicar las técnicas de manipulación de expresiones algebraicas.
- Comunicarse con las Matemáticas y comunicarse sobre Matemáticas: Precisión del lenguaje utilizado para expresar las estrategias y razonamientos utilizados en la resolución del problema.

Estrategias para mejorar las habilidades de resolución de problemas de aplicación

La resolución de problemas constituye una habilidad fundamental en el aprendizaje de las Matemáticas, especialmente en contextos donde se requiere aplicar conceptos teóricos a situaciones reales. Sin embargo, este proceso suele representar un desafío para muchos estudiantes debido a la complejidad de interpretar enunciados, seleccionar las herramientas matemáticas adecuadas y organizar de forma lógica sus procedimientos. Por esta razón, es crucial implementar estrategias didácticas que fortalezcan el razonamiento matemático, promuevan la comprensión profunda de los conceptos y faciliten el desarrollo de habilidades analíticas.

Algunas estrategias que es posible implementar en el aula de clases que tendrán un efecto notable y significativo en el progreso de los estudiantes son (Fuente propia del estudio):

- Estrategias para extraer información clave.
- Uso de organizadores gráficos y diagramas.
- Estrategias para evitar errores en cálculos y operaciones: importancia del orden de operaciones.
- Uso de estimaciones y verificaciones.

Estrategia para desarrollar el taller

Metodología

Trabajo en grupos y foro de discusión: Estas estrategias fomentan el aprendizaje colaborativo y permiten que los participantes compartan experiencias y estrategias efectivas.

Agenda del taller

Fase 1 (20 min): Presentación y contexto. Se introduce el objetivo del taller, destacando la importancia de la resolución de problemas en la Educación Matemática y las dificultades comunes que enfrentan los estudiantes. Se explican las razones por las cuales la comprensión de los enunciados y la correcta interpretación de los conceptos son fundamentales es esencial para

resolver problemas, así como las dificultades de lenguaje matemático, la actitud frente a los desafíos y las estrategias necesarias para superarlas. Se establece el propósito de analizar y mejorar estas habilidades, y se presenta un panorama general del taller, incluyendo los objetivos y las expectativas de participación de los asistentes.

Fase 2 (30 min): Análisis de casos y errores frecuentes. En esta fase, los participantes analizan diversos casos de problemas matemáticos, en los que se destacan los errores más comunes cometidos por los estudiantes. Se invita a los participantes a identificar estos errores, tales como la mala interpretación de los enunciados, el uso incorrecto del lenguaje matemático o la omisión de pasos clave en la resolución. A través de una discusión grupal, se reflexiona sobre las causas subyacentes de estos errores y se identifican las estrategias necesarias para evitarlos. La actividad busca sensibilizar a los participantes sobre la importancia de una comprensión profunda y precisa del problema antes de intentar resolverlo.

Ejemplo de las actividades por presentar en el taller:

Problema de aplicación

¿Cuántas onzas de una aleación de plata que cuesta $6 por onza se deben mezclar con 10 onzas de una aleación de plata que cuesta $8 por onza para preparar una mezcla que cuesta $6.50 por onza?

1.Convertir las palabras en algebra:

Cantidad de la aleación que cuesta $6:x
Cantidad de la aleación que cuesta $8: 10
Cantidad de la Mezcla que cuesta $6.50: $x + 10$

2. Identificar el/los conceptos matemáticos relacionados:

Construir la tabla, recordando la relación $AC = V$

Tabla 1
Ejemplo de las actividades por presentar en el taller.

Descripción	Cantidad	Costo unitario ($)	Valor ($)
Aleación de plata, $6	x	6	6x
Aleación de plata, $8	10	8	(10)(8)
Mezcla, $6.50	$x + 10$	6.50	$6.50(x + 10)$

Fuente: propia del estudio

$$\text{Cantidad del 1er ingrediente} + \text{Cantidad del 2do ingrediente} = \text{Cantidad de la mezcla}$$

$$V_1 + V_2 = V_M$$
$$6x + (10)(8) = 6.50(x + 10)$$
$$6x + 80 = 6.50x + 65$$

$$6x + 80 - 6.50x = 6.50x + 65 - 6.50x$$
$$80 - 0.5x = 65$$
$$80 - 0.5x - 80 = 65 - 80$$
$$-0.5x = -15$$
$$\frac{-0.5x}{-0.5} = \frac{-15}{-0.5}$$
$$x = 30$$

De la Aleación de plata que cuesta \$6, tenemos 30 onzas

$$x + 10 = 30 + 10 = 40$$

De la Mezcla que cuesta \$6.50, tenemos 40 onzas.

Fase 3 (40 min): Trabajo en grupos para resolver problemas y aplicar estrategias correctivas. Durante esta fase, los participantes trabajan en grupos para resolver una serie de problemas matemáticos, poniendo en práctica las estrategias correctivas aprendidas en la fase anterior. Se enfocan en la correcta extracción de información clave de los enunciados, el uso de organizadores gráficos para facilitar la comprensión y la verificación de los cálculos realizados. Además, se enfatiza la importancia de las estimaciones y la revisión de los resultados obtenidos. A lo largo de esta actividad, el facilitador ofrece asesoría personalizada a cada grupo, ayudando a corregir errores y reforzar las estrategias efectivas en la resolución de problemas.

Fase 4 (30 min): Discusión de resultados y conclusiones. Al finalizar los ejercicios prácticos, se dedica tiempo a una discusión grupal en la que cada equipo presenta sus soluciones y comparte las estrategias empleadas para abordar los problemas. Los participantes reflexionan sobre los desafíos enfrentados y las soluciones más efectivas, destacando las estrategias que mejoraron la comprensión y precisión en la resolución. El facilitador ofrece retroalimentación general y sugiere nuevas estrategias didácticas para fomentar el aprendizaje activo y la persistencia en los estudiantes. Finalmente, se cierra el taller con una reflexión sobre cómo aplicar las herramientas aprendidas en la práctica educativa diaria, promoviendo una enseñanza más efectiva de la resolución de problemas matemáticos.

Referencias y bibliografía

Alvarado Tovar, P. E. (2014). El desarrollo del pensamiento crítico: Una necesidad en la formación de los estudiantes universitarios. *Didac*, 64, 10-17.

Aufmann, R. N., Lockwood, V. C., & Nation, D. A. (2013). *Álgebra elemental* (8ª ed.). Cengage Learning.

Juidías Barroso, J., & Rodríguez Ortiz, I. R. (2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación*, 342, 257-286.

Laiton Poveda, I. (2011). ¿Es posible desarrollar el pensamiento crítico a través de la resolución de problemas en física mecánica? *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 8(1), 54-70.

Quiles, M. A. N. (1993). Actitudes matemáticas y rendimiento escolar. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 5(18), 115-125. https://doi.org/10.1080/02147033.1993.10821078

Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2012). *Precálculo: Matemáticas para el cálculo* (6ª ed.). Cengage Learning. ISBN 978-607-481-777-5.

Trejo Trejo, E., Camarena Gallardo, P., & Trejo Trejo, N. (2013). Las matemáticas en la formación de un ingeniero: una propuesta metodológica. *Revista de Docencia Universitaria*, 11(Especial), 397-424. Recuperado de http://red-u.net

Woodworth, R. S., & Schlosberg, H. (1987). *Experimental psychology* (Edición revisada). Holt, Rinehart and Winston.

GeoGebra e a Teoria das Situações Didáticas no Ensino de Números Figurais: Uma Proposta para o Ensino Médio

Arnaldo Dias **Ferreira**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE
Brasil
adias.matematica@gmail.com
Antônio Marcos Justino **Matias**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE
Brasil
marcosjust@gmail.com
Renata Sorah de Sousa e **Silva**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE
Brasil
renata.renatafalcao@gmail.com
Maria José Costa dos **Santos**
Universidade Federal do Ceará - UFC
Brasil
mazeautomatic@gmail.com
Francisco Regis Vieira **Alves**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE
Brasil
fregis@ifce.edu.br
Solonildo Almeida da **Silva**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE
Brasil
solonildo@ifce.edu.br

Resumo

Este estudo propõe uma abordagem para o ensino de Números Figurais (NF) 2D e 3D no Ensino Médio, combinando a Teoria das Situações Didáticas (TSD) com o uso do *software* GeoGebra. O objetivo é apresentar o ensino-aprendizagem de NF 2D e 3D no Ensino Médio por meio da TSD e do *software* GeoGebra com a finalidade da

superação do ensino baseado em memorização de fórmulas, promovendo o desenvolvimento do pensamento crítico e a autonomia de professores e alunos. A metodologia utilizada é a Engenharia Didática (ED), com foco nas fases de Análises Preliminares e Concepção e Análise *a Priori*. A pesquisa explora a construção histórica dos NF, suas aplicações no Ensino Médio, funções geradoras e relações de recorrência. O GeoGebra é utilizado para visualizar a recorrência dos NF em 2D e 3D, facilitando a compreensão. Espera-se que esta proposta contribua para superar os desafios no ensino de NF, promovendo uma melhor aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento crítico. Em pesquisas futuras, pretende-se aplicar esta proposta em sala de aula para verificar sua eficácia.

Palavras-chave: Números Figurais; Aprendizagem Matemática; Teoria das Situações Didáticas; *Software* GeoGebra; Pensamento crítico.

Introdução

O ensino de Matemática no Ensino Médio frequentemente se depara com o desafio de aprofundar conteúdos historicamente complexos, como o estudo dos Números Figurais (NF), cujas representações podem se dar a partir dos vértices de uma figura geométrica. Embora reconhecidos por sua relevância histórica e potencial para enriquecer as práticas docentes, os NF ainda são pouco explorados nesse nível de ensino, conforme apontam Alves, Borges Neto e Maia (2012). Essa lacuna se estende à formação inicial dos professores, que muitas vezes reproduzem em sua prática docente as experiências vivenciadas enquanto estudantes, limitando o repertório de abordagens e metodologias para o ensino dos NF

Diante dessa problemática, esta pesquisa se propõe a analisar como os desafios enfrentados por professores no ensino de NF 2D e 3D podem ser superados por meio da Teoria das Situações Didáticas (TSD) com o suporte tecnológico do GeoGebra. A escolha por essa temática se justifica pela necessidade de se promover uma aprendizagem mais significativa da Matemática, que ultrapasse a memorização e reprodução de fórmulas e que permita aos alunos desenvolverem competências essenciais para o século XXI, como o pensamento crítico, a resolução de problemas e a criatividade. Nessa perspectiva, surge o seguinte questionamento: como a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e o uso do GeoGebra podem contribuir para superar os desafios do ensino dos Números Figurais no Ensino Médio, promovendo um ensino-aprendizagem significativo?

A pesquisa objetiva apresentar o ensino-aprendizagem de NF 2D e 3D no Ensino Médio por meio da TSD e do *software* GeoGebra com a finalidade da superação do ensino baseado em memorização de fórmulas, promovendo o desenvolvimento do pensamento crítico e a autonomia de professores e alunos. Baseia-se principalmente na Teoria das Situações Didáticas (TSD) para propor uma abordagem pedagógica que estimule o pensamento crítico e a autonomia dos alunos. Adotou-se a Engenharia Didática (ED) como metodologia desta pesquisa, que possui em seu escopo quatro fases, porém devido ao caráter puramente teórico deste trabalho, apresentaremos apenas duas dessas fases, a saber: Análises preliminares, a Concepção e Análise *a Priori.*

Aborda-se, nas análises preliminares os NF 2D e 3D, com foco em sua vivência no Ensino Médio, a construção histórica desses números, desde a Grécia Antiga até as contribuições contemporâneas, com ênfase nas funções geradoras e nas relações de recorrência. Utilizar-se-á o *software* GeoGebra para visualizar os NF e tornar o aprendizado mais significativo, como a seguir nas fases 1 e 2.

Fase 1: Análises preliminares

Os NF são estudados desde os tempos mais remotos da Grécia e embasados principalmente nos estudos de Popper (1972), Alves (2012). Popper faz um resgate histórico-epistemológico e filosófico em que os denominados pitagóricos davam aos estudos dos números que podiam ser representados por formas geométricas, originando assim o conceito referente a esses números. Essa constatação é possível ao observar manuscritos medievais encontrados documentando registros de representação geométrica de números. Embora os gregos não dispusessem de recursos tecnológicos que permitissem registrar os NF numa perspectiva 3D, nos estudos de Alves (2012) baseado em autores como Koshy (2007), Estrada *et al.* (2000), Popper (1972), Alves, Borges Neto e Maia (2012) dentre outros conceituam os Números Sólidos (NS) ou cúbicos, partindo dos NF 2D para os NF 3D.

Atualmente, no contexto do ensino mediado por tecnologia, contam-se com recursos como o *software* GeoGebra que permite uma visualização detalhada dessas representações, embora muitos professores ainda não se utilizem desse recurso devido à falta de conhecimento, já que o seu estudo não faz parte de muitos currículos na formação inicial desses profissionais. Como é possível verificar a seguir na Figuras 1, sobre os Números Triangulares (NT) numa perspectiva geométrica 2D.

Na figura 1, percebe-se a possibilidade de visualização proporcionada pela utilização do *software* nas perspectivas 2D e 3D dos NF, permitindo ao estudante observar e manipular a figura em busca do próximo número da sequência. Observa-se também o 7º número da sequência, e o aluno poderá movimentar o controle deslizante e interagir com o *software* em busca de outros números. Nesse caso para n=7, temos que $T_7 = 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$, onde n: índice do número triangular e T_n : número triangular. Ao movimentar o controle deslizante, alterando o valor de n, o estudante poderá interagir com os próximos números da sequência e inferir o termo geral que se dá por: $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$.

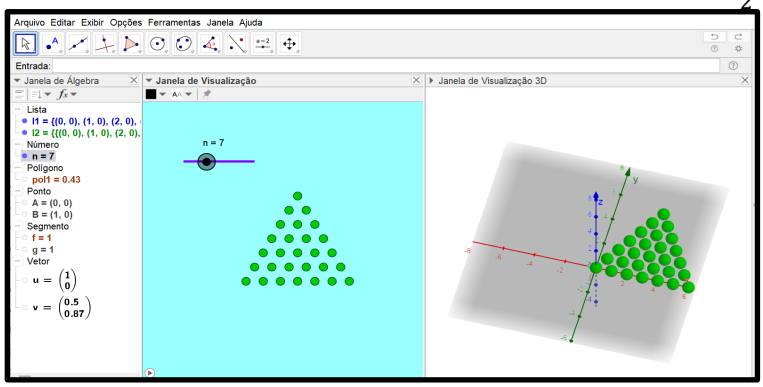


Figura 1: Representação do NF no GeoGebra

Essa mesma abordagem poderá ser estendida para outros NF, como os Números Quadrados (NQ), os Números Pentagonais (NP) e assim por diante, conforme definição apresentada por autores como Nobre e Rocha (2018) por exemplo. Os Números Figurais "podem ser representados por uma construção geométrica de pontos equidistantes" Nobre e Rocha (2018, p. 35). Ao considerar essa definição, pode-se inferir que essa representação gera a ideia de um polígono regular e pode ser nomeado como Números Poligonais. Assim, destacam-se os estudos de números como os triangulares, os quadrados, os pentagonais e os hexagonais que focam apenas nos números 2D, abordando o estudo pelo viés das sequências de ordem superior.

Há outras abordagens sobre os NF que ocorrem em torno das funções geradoras de sequências e as recorrências. Os autores Barro e Alves (2020) vão além e apresentam as funções geradoras e as recorrências para outros números poligonais bem como os números tetraédricos e hipertetraédricos na perspectiva 3D. Tais abordagens evidenciam a importância desse tema, no entanto a grande maioria dos estudos desses componentes são direcionados para o nível de Ensino Superior, o que é motivo para se escolher a temática voltada para o Ensino Médio.

Os autores partiram do princípio de que uma função geradora de uma sequência infinita de inteiros deve ser definida da seguinte forma: seja $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_mx^m$ e $g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + ... + b_nx^n$, com $m<n$, daí se fizermos o quociente $f(x)g(x)$ resultaria numa função $t(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + ... + c_mx^m + ... + c_nx^n + ...$, estabelecendo assim a função $t(x)$ como a geradora da sequência $(c_0, c_1, c_2, ... , c_m, ... , c_n, ...)$, Barros e Alves (2020, p. 50), ou seja, $f(x) = g(x) . t(x)$, possibilitando assim determinarmos o valor para cada $a_i \in f$ e $i \geq n$.

As funções geradoras, como evidenciado por Barros e Alves (2020), revelam-se como uma ferramenta poderosa para o estudo dos NF, permitindo a obtenção de fórmulas para os termos de diversas sequências e o estabelecimento de relação entre diferentes tipos de números. Ao explorar essa perspectiva, esse trabalho busca oferecer aos professores do Ensino Médio uma nova ferramenta para o ensino dos NF e com a utilização da ferramenta GeoGebra é possível representar graficamente as funções geradoras, a ser tratado a *posteriori* em outro trabalho, permitindo a visualização gráfica da relação entre os coeficientes da função e os termos da sequência.

Fase 2:Análise à *Priori*

Nesta seção, abordar-se-á a TSD baseada em Brousseau (1986), que divide o processo de ensino e aprendizagem em quatro fases: 1) **Ação -** nessa etapa, o aluno é um ator ativo, experimentando e interagindo com o objeto de conhecimento, buscando soluções por tentativa e erro. 2) **Formulação -** a partir de suas ações, o aluno começa a formular hipóteses e conjecturas sobre o problema. Ele verbaliza suas ideias, utilizando a linguagem matemática para expressar seu pensamento. 3) **Validação -** nesta fase, o aluno e seus colegas discutem as diferentes soluções propostas, buscando justificar suas respostas e convencer os outros da validade de suas ideias e 4) **Institucionalização -** o professor intervém para sistematizar os conhecimentos construídos pelos alunos, explicitando os conceitos matemáticos envolvidos e relacionando-os com os saberes escolares. Ele também pode propor novas situações para consolidar a aprendizagem.

Ao referenciar Barros e Alves (2020), abordar-se-á a demonstração da fórmula para encontrar o próximo Número Triangular (NT) a partir do anterior. Eles concluem que: $x.h(x) = x\frac{f(x)}{g(x)} = x(1-x)^3 = 1x + 3x^2 + 6x^3 + \ldots + S_n(n)x^n$ é a função geradora para os números triangulares 2D.

Essa etapa marca a fase de ação da TSD, que segundo Almouloud (2007) está centralizada na tomada de decisões, ou seja, diante do problema os sujeitos procuram a compreensão na tentativa de chegar a solução. Analogamente, os autores definem a função geradora dos Números Quadrados (1, 4, 9, 16, 25, 36...) que indicaremos como a função $q(x) = x^2$, $x \in N$, fazendo a relação de recorrência homogênea teremos:

q(1) = 1

q(2) = 4 = 1 + 3 = q(1) + 2q(1) +1

q(3) = 9 = 4 + 5 = q(2) + 2q(2) + 1

.....

q(n+1) = q(n) + 2n + 1 $\Longrightarrow$ [I] assim, podemos inferir que:

q(n+2) = q(n+1) +2(n+1) + 1 $\Longrightarrow$ [II], fazendo [II] – [I] temos: q(n+2) – q(n+1) = q(n+1) – q(n) + 2 $\Longrightarrow$ q(n + 2) = 2q(n+1) – q(n) + 2, analogamente, para q(n+3), podemos realizar a diferença q(n+3) – q(n+2) e concluímos que q(n+3) = 3q(n+2) – 3q(n+1) + q(n), logo ao continuarmos notaremos que q(n+3) – 3q(n+2) + 3q(n+1) – q(n) = 0, Barros e Alves (2020). Para ilustrarmos a visualização do Número Quadrado (NQ) 2D de valor n = 4 no GeoGebra, mostraremos a Figura2.

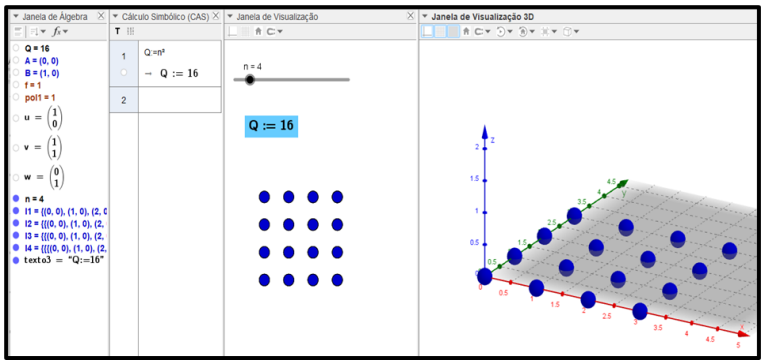


Figura 2. Visualização do NQ 16 em 2D.

A recorrência de ordem 3 que produz a função geradora dos NQ é originada da mesma fórmula canônica já discutida acima $\frac{f(x)}{g(x)} = q(x)$, onde os valores $g_i(x)$ não se alteram em relação aos NT, mudando apenas os valores iniciais $c_0 = 1$, $c_1 = 4$, $c_2 = 9$, $c_3 = 16$ e assim por diante, levando ao entendimento de que a função será definida por $x\frac{(1+x)}{(1-x)^3} = 1x + 4x^2 + 9x^3 + 16x^4 + \ldots + q(n)x^n$, tal que x<1 Barros e Alves (2020). Nessa fase, os sujeitos buscam realizar a formulação, que marca uma intensa troca de saberes prévios entre si, diálogos que visam à formulação das propostas de soluções.

A terceira fase da TSD marca a validação, onde os sujeitos apresentam as soluções cuja verificação e organização do conhecimento produzido por eles se consolida. A utilização do GeoGebra nessa fase torna-se essencial, já que o uso do *software* permite a visualização dos NF no formato 3D. Na perspectiva dos NF 3D, pode-se observar a definição dada em Barros e Alves (2020) para os Números Tetraédricos também denominados de Números Piramidais que em síntese tratam da soma de Números Triangulares e, segundo os autores, "são formados a partir do empilhamento dos n primeiros números triangulares ou seja, o terceiro número tetraédrico é a soma dos três primeiros números triangulares" Barros e Alves (2020, p. 59). A fim de ilustrar essa definição, segue a Figura 3 com a visualização do quarto Número Piramidal no GeoGebra.

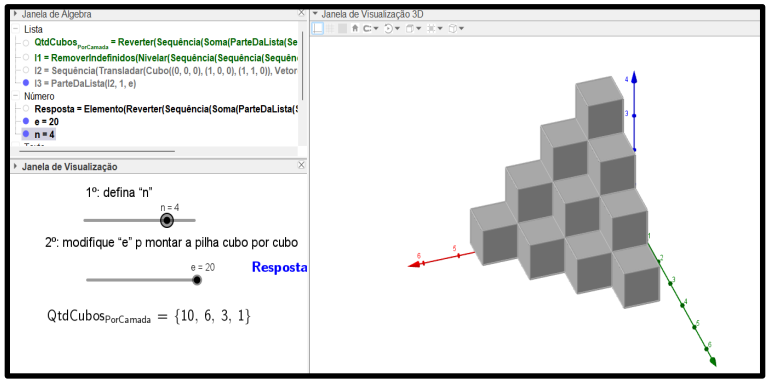


Figura 3. Visualização do Número Piramidal 20 em 3D

Na figura acima, pode-se destacar que o quarto número em questão é a soma da quantidade de cubos da Janela de Visualização 3D do GeoGebra em que a quarta camada tem 10 cubos, a terceira tem 6, a segunda tem 3 e a primeira tem 1, tal que o Número Piramidal é dado por 10 + 6 + 3 + 1 = 20. Essa fase marca a institucionalização, onde o professor assumindo o controle da situação formalizando o saber construído com os alunos, ou seja, para n variando de 1 até 4 teremos que: $T_1 = 1, T_2 = 3, T_3 = 6\ e\ T_4 = 10$, dessa forma o número piramidal será a soma de $T_1 + T_2 + T_3 + T_4$.

Em relação ao objeto de estudo, essa proposta apresenta a definição e a demonstração da fórmula para encontrar o próximo Número Triangular (NT) a partir do anterior, utilizando a função geradora. Em seguida, o mesmo processo é aplicado aos Números Quadrados (NQ), demonstrando a recorrência da ordem 3 para a função geradora. Essa proposta também destaca a importância do GeoGebra na fase de validação da TSD, pois o *software* permite a visualização dos NF em 3D. É apresentado um exemplo de visualização do quarto Número Piramidal (20) no GeoGebra, mostrando como ele é formado pela soma dos cubos das camadas.

Nesse caso, foi apresentado o ensino-aprendizagem de Números Figurais com o GeoGebra, destacando o potencial do *software* para a visualização e interação com sequências numéricas em 2D e 3D. A ferramenta facilita a compreensão de conceitos complexos, como os Números Piramidais, e auxilia na validação da Teoria das Situações Didáticas (TSD), que divide o processo de ensino e aprendizagem em quatro fases: ação, formulação, validação e institucionalização. O professor atua como mediador, incentivando a participação ativa dos alunos na construção do conhecimento, enquanto o GeoGebra proporciona um ambiente de

aprendizagem dinâmico e propício à investigação e formulação de hipóteses. No entanto, ressalta-se a necessidade de investir na formação de professores para que possam explorar o potencial do GeoGebra no ensino de matemática. A seguir temos as considerações finais.

Conclusões

Esta comunicação científica apresenta uma proposta didática para o professor do Ensino Médio trabalhar os Números Figurais (NF) em sua sala, por meio da Teoria das Situações Didáticas (TSD) com o aporte tecnológico do GeoGebra.

A abordagem utilizada trouxe uma nova perspectiva de ensinar os NF a partir do *software* GeoGebra por meio da interação do aprendente com os controles deslizantes, visualizando o fenômeno da recorrência desses números na perspectiva 2D e 3D.

Diante do exposto, conclui-se que o objetivo foi alcançado pois a proposta pedagógica envolve o aluno no processo ensino-aprendizagem, incentivando a experimentação, a formulação de hipóteses e a validação de soluções. A utilização do GeoGebra como ferramenta de apoio permite a visualização dos NF em 3D, facilitando a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos.

Portanto, essa abordagem pedagógica de ensino de NF combinado com a TSD e utilização do GeoGebra possibilita maior compreensão sobre o assunto e corrobora para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Espera-se que os resultados contribuam para a superação dos desafios no processo de no ensino-aprendizagem de Números Figurais, promovendo uma aprendizagem mais significativa e o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos.

Referências e bibliografia

Almouloud, S. *Fundamentos da Didática da Matemática*. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

Alves, F. R. V. História da Matemática: os Números Figurais em 2D e 3D. *Conexões - Ciência e Tecnologia*, [S. l.], v. 6, n. 2, 2012. DOI: 10.21439/conexoes.v6i2.477. Disponível em: https://conexoes.ifce.edu.br/index.php/conexoes/article/view/477. Acesso em: 9 ago. 2024.

Alves, F. R. V. Situação Didática Olímpica (SDO): aplicações da teoria das situações didáticas para o ensino de olimpíadas. *Revista Contexto & Educação*, v. 36, n. 113, p. 116–142, 2021.

Alves, F. R. V. Situações didáticas olímpicas (SDOs): ensino de olimpíadas de matemática com arrimo no software GeoGebra como recurso na visualização. Alexandria: *Revista de Educação em Ciência e Tecnologia,* v. 13, n. 1, p. 319-349, 2020.

Alves, F. R. V. Transição interna do cálculo: uma discussão do uso do geogebra no contexto do cálculo a várias variáveis. *Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo*, v. 1, n. 2, p. 5-19, 2012.

Alves, F. R. V; Catarino, P. M. M. C. Uma proposta de investigação histórico-epistemológica sobre sequências recorrentes de 2ª ordem. *Paradigma,* n. 2, p. 404-426, 2020.

Alves, F. R. V; Dias, M. A; Lima, M.V. , M. de. Sobre o Ensino de Integrais Generalizadas (IG): um Contributo da Engenharia Didática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, [S. l.], v. 11, n. 2, p. 130–144, 2018. DOI: 10.17921/2176-5634.2018v11n2p130-144. Disponível em: https://jieem.pgsscogna.com.br/jieem/article/view/4999. Acesso em: 9 ago. 2024.

Artigue, M. Ingeniería Didática. In: Artigue, M.; Douady, R.; Moreno, Gomez, P. *Ingeniería didáctica en Educación Matemática*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995, cap. 4, p. 33-59.

Barros, F. E; Alves, F. R. V. Funções geradoras dos números poligonais e dos números hipertetraédricos k-dimensionais. CQD-*Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, 2020.

Brousseau, G. Théorie des situations didactiques (pp. 115-160). Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998.

Lima, M. L. O. Situações didáticas olímpicas para o ensino de sequências numéricas: um contributo da engenharia didática. 2019. 87 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

Nobre, J. F. F.; Rocha, R. A. Progressões aritméticas de ordem superior. *Professor de Matemática Online*, v. 1, n. 5, 2018.

Santos, M. J. C; Bezerra, A. L. Contributions of Figures Numbers in the Development of Geometric Thought. Disponível em: ResearchGate. Acesso em: 12 de agosto de 2024.

Historias de Mate Mundial: Integrando contextos culturales en el aula

Jorge Luis **Gutiérrez** Villegas
Mathkind Global
Ecuador
jorge@mathkind.org
Saúl Eduardo **Méndez** Larios
Mathkind Global
Guatemala
saul@mathkind.org

Resumen

Mathkind Global es una organización sin fines de lucro comprometida con el fortalecimiento de la enseñanza de las Matemáticas, promoviendo una educación equitativa y culturalmente relevante. Para ello, desarrolla programas y recursos, como las *Historias de Mate Mundial*, diseñadas para ayudar a docentes a vincular los contenidos matemáticos con experiencias del mundo real, tradiciones culturales y perspectivas globales.

En este taller podremos modelar cómo el uso de las Historias de Mate Mundial, pueden fomentar la exploración de contextos culturales como *Espejos y Ventanas*, garantizando que los estudiantes se vean reflejados en su aprendizaje y también puedan explorar otras perspectivas. Descubramos juntos cómo las Historias de Mate Mundial representan una herramienta poderosa para transformar la enseñanza, acercando las matemáticas a la realidad y diversidad de los estudiantes.

Palabras clave: Educación; Educación Matemática; Aprendizaje; Pedagogía culturalmente relevante; Espejos y ventanas; Pensamiento crítico; Historias de mate mundial.

Introducción

Mathkind Global es una organización sin fines de lucro que fue fundada en 2014. Su misión es desarrollar programas de Educación Matemática de alta calidad mediante la colaboración con alianzas que busquen promover una mayor justicia social. La organización se dedica a trabajar con escuelas y comunidades que desean ofrecer Educación Matemática de excelencia, pero que enfrentan desafíos sistémicos. Los programas de base que implementa Mathkind son elaborados en conjunto con las instituciones locales, respondiendo a las necesidades expresadas por ellas. Cada uno de estos programas se enfoca en tres componentes esenciales: apoyo educativo, recursos de calidad y ambientes colaborativos.

Los programas de formación que la organización ofrece valoran la capacidad de los y las docentes para dirigir su propio aprendizaje. Las sesiones de desarrollo profesional utilizan los Principios de Enseñanza Eficaz de Mathkind (PEE), que son una compilación de ideas recogidas de varios de los autores que crearon "De los Principios a la Acción" (NCTM, 2015), con el apoyo y la revisión del equipo de educación de la organización. Abarcan prácticas diseñadas para funcionar en diversos contextos y brindan formas alternativas de comprender y resolver tareas matemáticas.

Definición y relevancia del tema a desarrollar en el taller

Historias de Mate Mundial (Global Math Stories)

Las *Historias de Mate Mundial* son un recurso gratuito de Mathkind Global, disponible en: https://mathkind.org/mate-mundial/, que permite poder viajar a través de la lectura ilustradas por fotografías de distintas partes del mundo, acompañadas de propuestas de actividades de aprendizaje, están diseñadas para servir de ayuda a los docentes de Matemática de distintos niveles educativos a comprender conceptos matemáticos, establecer conexiones culturales, fomentar el razonamiento crítico y garantizar una participación equitativa en el aula.

Están propuestas para ser utilizadas por cualquier educador en cualquier nivel que considere oportuno y constantemente son incluidas como recursos dentro de los programas que desarrolla la organización. Por ejemplo, en el Club de Niñas (Girls STEAM Club), programa dirigido a niñas entre 8 y 12 años de edad o en el encuentro anual denominado Maratón de Mate, dirigido a docentes y líderes educativos de igual manera en la Conferencia Anual de Matemáticas en Guatemala. La experiencia adquirida en estos programas nos ha permitido observar que independientemente de la edad de los participantes, las Historias de Mate Mundial contribuyen a promover la colaboración y el pensamiento lógico, además que permiten trabajar contenidos matemáticos desde una perspectiva culturalmente relevante.

Encuentro Historias de Mate Mundial (Global Math Stories)

El Encuentro Global de Historias de Mate Mundial (GMS por su sigla en inglés) realizado en el 2023 se propuso fortalecer la red global de Mathkind a través de una experiencia de

aprendizaje colaborativo entre idiomas y culturas que apoya la construcción de creencias productivas para la enseñanza de las matemáticas, arraigado en recursos de calidad (GMS) y destacando uno de los Principios de Enseñanza Eficaz de Mathkind (Tareas matemáticas desafiantes). Este programa virtual contó con la participación de 200 docentes registrados de Ecuador, Guatemala y Estados Unidos con un total de 6 sesiones totalmente bilingües con interpretación simultánea y un total de 20 docentes cumplieron las metas de aprendizaje propuestas.

Al participar en el encuentro, los profesores exploraron cómo la enseñanza con "Historias de Mate Mundial" apoya prácticas de enseñanza equitativas y basadas en investigaciones. Planificaron tareas matemáticas enriquecedoras desde un contexto global para facilitarlas a sus estudiantes y conectarse con sus compañeros en una comunidad educativa de Matemáticas global, bilingüe y en línea.

Referencial teórico

Pedagogía culturalmente relevante

Gloria Ladson-Billings (1995) enfatiza que la enseñanza debe conectar con las experiencias culturales y sociales de los estudiantes: *"*Una pedagogía culturalmente relevante empodera a los estudiantes intelectual, social, emocional y políticamente al usar referencias culturales para impartir conocimientos, habilidades y actitudes*"* (p. 469).

Las Historias de Mate Mundial utilizan contextos globales o tradiciones culturales de diferentes países para presentar problemas matemáticos. Estas conexiones se alinean directamente con la idea de que los estudiantes aprenden mejor cuando el contenido tiene relevancia cultural y personal. Además, cuando los estudiantes perciben las Matemáticas como un lenguaje común que enlaza diversas culturas e historias, el aprendizaje se transforma en una experiencia más significativa (Boaler, 2016).

Espejos y Ventanas

La teoría de *espejos y ventanas* es una metáfora educativa que enfatiza la importancia de proporcionar a los estudiantes experiencias de aprendizaje que reflejen tanto su propia identidad (espejos) como la oportunidad de explorar otras perspectivas culturales y sociales (ventanas). Esta teoría, originalmente planteada en el ámbito de la literatura infantil por Emily Style (1988), ha sido adoptada y ampliada en otros campos de la educación, incluyendo la enseñanza de Matemáticas, como una herramienta para construir un aprendizaje inclusivo, culturalmente relevante y socialmente consciente. Srinivasan (2002) sostiene que el uso de múltiples perspectivas culturales en la enseñanza de las Matemáticas ayuda a los estudiantes a ver las Matemáticas como una disciplina global y a conectar sus propios conocimientos con los de otras culturas. A continuación, se describe cómo esta teoría se conecta con las Historias de Mate Mundial y cómo éstas pueden ser utilizadas para crear experiencias significativas de aprendizaje matemático.

Las Historias de Mate Mundial sirven como *espejos* al incluir contextos culturales que representan a diferentes comunidades y sus contribuciones matemáticas y actúan como *ventanas* al presentar problemas matemáticos que exploran contextos globales y culturales diversos.

Estrategia para desarrollar el taller

Actividad Rompehielo (10 minutos):

Se invita a los participantes a formar parejas, y a buscar formas de "celebrar el error" juntos mediante la actividad llamada 1,2,3.

Introducción ¿Quiénes somos? (5 minutos):

Presentación de la organización Mathkind Global su modelo y su misión, destacando la importancia de cómo su labor conecta a educadores locales e internacionales en la búsqueda por transformar la enseñanza de las Matemáticas.

Historias de Mate Mundial

A continuación, se comparten dos Historias de Mate Mundial que los y las docentes podrían utilizar como ejemplo para comprender cómo este recurso podría enriquecer sus actividades matemáticas, en cada historia se abordarán contenidos matemáticos conectados con los currículos de Guatemala y Ecuador.

Historia Nro.1: El edificio más alto del mundo (30min)

Escrito por Adrián Rodríguez - Salt Lake City, UT, Estados Unidos

Para conocer la historia completa visita: https://mathkind.org/matemundial/emiratos-arabes-unidos/

Se modelará el uso de la historia en el aula utilizando un recurso de "storytelling" (narración de historias) basado en imágenes y preguntas guiadas. Los contenidos matemáticos y las competencias de área correspondientes al nivel primario (1ro a 6to grado) del currículo de Guatemala que se abordarán son los siguientes:

Contenidos: Formas y figuras geométricas, simetría y patrones, proporcionalidad.

Competencia del área de Matemática para el nivel primario en el Curriculum Nacional Base (CNB): 4. Aplica la información que obtiene de las formas geométricas para su utilización en la resolución de problemas.

La narrativa de la historia inicia con aproximaciones en la distancia a la que estamos de Dubai, ciudad en la que se encuentra el edificio más alto del mundo hasta ahora. El siguiente

ejercicio será “Observo y me pregunto” con dos imágenes del paisaje y la ciudad para identificar el entorno y los edificios según su posición podría indicar cuál es el más alto y estimar la altura del mismo.

Imagen 1. Centro de Dubai.

Luego de descubrir patrones en el diseño del edificio, la altura y otros datos numéricos explorarán la base de la construcción para identificar figuras geométricas que es la apertura a la actividad “manos a la obra” donde formando grupos y trabajando en colaboración van a seguir los siguientes pasos para construir “La torre más alta”.

Durante la actividad en equipo explorarán formas y figuras geométricas en estructuras, aplicarán conceptos de estabilidad y altura agregando su creatividad, pensamiento crítico. Se mostrarán más imágenes de la estructura del Burj Khalifa, abordaremos brevemente conceptos de estabilidad y como las formas influyen en esto. El primer paso será diseñar en una hoja el modelo de la torre a construir, definiendo la forma de la base (cuadrada, circular, triangular, etc.) mientras hacen una distribución del peso y escriben sus notas del porqué eligieron o cambiaron sus diseños.

Al finalizar el tiempo se registrará con la ayuda de un metro la altura de cada torre y se hará dos pruebas de estabilidad: movimiento leve y viento simulado. Las reflexiones se basarán en ¿Cuáles fueron las formas geométricas que funcionaron mejor? ¿Cómo la distribución del peso influyó en la estabilidad (columnas, altura de cada piso, etc.)? Discusión de qué diseños fueron más altos y cuáles fueron más estables y ¿Porqué?

Historia Nro. 2: Pescando en Zancos (20min)

Escrita por Chadd McGlone - Chapel Hill, NC, Estados Unidos

Para conocer la historia completa visita: https://mathkind.org/matemundial/sri-lanka/

Se modelará el uso de la historia en el aula utilizando un recurso de "storytelling" (narración de historias) basado en imágenes y preguntas guiadas. Los contenidos matemáticos y las destrezas con criterio de desempeño en el área de matemática correspondientes al nivel de básica media (5to, 6to y 7mo grado de Educación General Básica) del currículo de Ecuador que se abordarán son los siguientes:

Contenidos: Unidades de medidas de longitud, la circunferencia y sus elementos, el triángulo y sus tipos.

Destrezas con criterio de desempeño:

- M.3.2.5. Clasificar triángulos, por sus lados (en equiláteros, isósceles y escalenos) y por sus ángulos (en rectángulos, acutángulos y obtusángulos).

- M.3.2.12. Estudiar cuerpos de revolución (esfera) de acuerdo a sus características y elementos.

- M.3.2.14. Realizar conversiones simples de medidas de longitud del metro, múltiplos y submúltiplos en la resolución de problemas.

Los participantes, empezarán su viaje por la historia ubicando en un globo terráqueo la población de Sri Lanka y establecerán estimaciones con respecto a su ubicación y la ubicación actual de los participantes, estableciendo distancias en kilómetros y en metros, así cómo también comparando las distancias desde otros países como Guatemala y Ecuador. Además, se establecerá un dialogo entre los participantes acerca de las rutas para acceder y cómo influye la forma esférica de la tierra en el establecimiento de esas rutas.

Luego de indagar y conversar sobre lo anterior, se continuará con otras preguntas relacionadas con la actividad económica, en este caso la pesca: ¿has pescado alguna vez? ¿qué técnica has usado? ¿Has observado algunas técnicas diferentes? Después de unos minutos de preguntar y escuchar, la sesión continúa mostrando la imagen siguiente:

Imagen 2. Pescadores en Sri Lanka.

A partir de la imagen interior se continuará la sesión a partir de preguntas como: ¿Qué observas en la imagen? ¿Cómo crees que funciona? ¿Has visto esta forma de pescar antes? ¿Por qué usar un triángulo? ¿Qué tipo de triángulo crees que es, y por qué? De esta forma preguntando y escuchando podemos explorar matemáticas a partir de un vistazo a esta historia.

Se finalizará con una pregunta de reflexión acerca de las condiciones actuales en las que se realiza la pesca en Sri Lanka ¿se hace por tradición o sólo para obtener ingresos a partir del turismo?

Mediante la exploración de las historias anteriores, se busca evidenciar cómo las matemáticas están profundamente arraigadas en la arquitectura y las tradiciones de diversas culturas, en este caso del continente asiático. Al llevar estas narrativas al aula, los docentes pueden despertar la curiosidad, promover el pensamiento crítico y resaltar la relevancia de las matemáticas en el mundo real.

Dinámica de Reflexión (15 minutos)

Una vez exploradas ambas historias y modelados dos ejemplos de aplicación en el aula de clase se procederá a realizar una reflexión utilizando la estrategia "Think-Pair-Share" (Piensa-Dialoga-Comparte) en la que los participantes pensarán individualmente en situaciones o tradiciones que para ellos pueden parecer cotidianas pero que para otros pueden parecer extraordinarias. Dialogarán en grupos pequeños y seleccionan una de las tradiciones y seleccionan una imagen que la represente. Compartirán con los otros grupos sobre la historia seleccionada y el ¿por qué?

Cierre (10 minutos)

Cómo actividad de cierre los participantes llenarán un boleto de salida o "exit ticket" en el que responderán las siguientes preguntas: ¿Qué cosas aprendí hoy?, ¿Qué preguntas tengo todavía?¿Cómo puedo adaptar y aplicar las historias en mi aula de clase?

Referencias y bibliografía

Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. Jossey-Bass.

Ladson-Billings, G. (1995). Toward a theory of culturally relevant pedagogy. *American Educational Research Journal, 32*(3), 465-491. https://doi.org/10.3102/00028312032003465

Mathkind Global (2022). Principios de Enseñanza Eficaz. Recuperado de: https://mathkind.org/wp-content/uploads/2022/03/PET_Mar2022_ESP_Landscape.pdf

McGlone, J. (2018) *Pescando en zancos*. Mathkind Global. Recuperado de: https://mathkind.org/matemundial/sri-lanka/

Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Currículo de Matemática para Educación General Básica y Bachillerato General Unificado*. Quito: Ministerio de Educación. Recuperado de https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/MATE_COMPLETO.pdf

Ministerio de Educación de Guatemala. (2016). *Curriculum Nacional Base Sexto Grado Nivel Primario*. Recuperado de https://drive.google.com/file/d/1IMf70hSqujaj2jdfh7o37mBq0oEhPmdw/view

National Council of Teachers of Mathematics. (2015). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all.* NCTM.

Rodríguez, A. (2018). *El edificio más alto del mundo*. Mathkind Global. Recuperado de: https://mathkind.org/matemundial/emiratos-arabes-unidos/

Srinivasan, M. (2002). A global perspective in the mathematics classroom: Connecting cultures through mathematics. *Mathematics Teacher*, 95(5), 374-379.

Style, E. (1988). Curriculum as window and mirror. National SEED Project.

Identificación de talentos matemáticos a través de tareas de invención de problemas

Johan **Espinoza** González
Universidad Nacional
Costa Rica
jespinoza@una.ac.cr
José Luis **Lupiáñez** Gómez
Universidad de Granada
España
lupi@ugr.es

Resumen

El estudio se centra en analizar el uso de tareas de invención de problemas como mecanismo de identificación del talento matemático. Para ello se aplicó un cuestionario de invención de problemas a dos grupos de estudiantes, uno considerado con talento matemático y otro de un colegio público normal, con el propósito de contrastar sus producciones con base en 12 variables de estudio que fueron organizadas en tres categorías de análisis. El estudio concluye sobre las potencialidades de la invención de problemas en el proceso de identificación del talento matemático, ya que las producciones de los estudiantes con talento matemático fueron más complejas, tanto en términos sintácticos como matemáticos y requirieron una mayor demanda cognitiva. Además, mostraron un nivel superior de fluidez, flexibilidad y originalidad en sus planteamientos, estableciendo más conexiones y formulando problemas con mayor riqueza en comparación con sus compañeros del colegio público normal.

Palabras clave: Educación Matemática; Educación secundaria; Invención de problemas; Resolución de problemas; Talento matemático.

Introducción

La invención de problemas es una actividad significativa en el aprendizaje de las Matemáticas, ya que fomenta tanto el pensamiento matemático como el creativo, reduce la

ansiedad hacia la asignatura, mejora las estrategias de resolución de problemas y fortalece la actitud positiva de los estudiantes hacia esta disciplina (Ayllón y Gomez, 2014). Además, se considera que es una tarea cognitivamente más exigente que resolver problemas, pues implica alcanzar niveles avanzados de reflexión, demostrando conocimientos previos, habilidades y experiencias matemáticas adquiridas (Mestre, 2002; citado por Kaba y Şengül, 2016).

En relación con el talento matemático, la literatura menciona que este tipo de estudiantes tienen aptitudes y destrezas hacia las Matemáticas que los diferencian de los sujetos con inteligencia media y que les permite realizar con mayor éxito tareas en esta disciplina. Además, se coincide en la necesidad de una identificación y caracterización de estudiantes con talento, que aporte información para una respuesta educativa pertinente a sus necesidades específicas.

Considerando las habilidades, el conocimiento y el nivel de reflexión involucrados en la invención de problemas matemáticos, junto con la necesidad de profundizar en el estudio del talento matemático, surge la siguiente cuestión de investigación: ¿pueden emplearse las tareas de invención de problemas para identificar estudiantes con talento matemático? Para responder a esta pregunta, se aplicó un instrumento que pedía a los estudiantes inventar problemas matemáticos a partir de distintos reactivos. Luego, se analizaron sus respuestas can base en 12 variables organizadas en tres categorías de estudio, con el objetivo de identificar diferencias significativas. Este análisis permitió encontrar ciertos elementos que sugieren que este tipo de actividades podría ser útil para detectar el talento matemático.

Marco Teórico

La actividad de inventar problemas no es nueva, sino que forma parte de la resolución de problemas desde hace ya varios años (Singer, et al., 2013). Para Koichu y Kontorovich (2013) es el proceso en el que se construyen interpretaciones personales de situaciones concretas y se formulan como problemas matemáticos con significado. Ayllón, Castro y Molina (2011) la conceptualizan como la acción de producir un enunciado que presente un planteamiento o historia a partir del cual se formulan una o más preguntas que son contestadas a partir ciertos datos. En este trabajo adoptamos la concepción de Espinoza et al. (2016), quienes señalan que es un proceso matemático complejo, en el que se formulan enunciados a partir de la interpretación personal o significado que le da un sujeto a una situación concreta o a un problema dado.

Con respecto al talento, se conceptualiza como un conjunto de habilidades y destrezas que permiten a una persona sobresalir en un área específica del conocimiento (Prieto et al., 2000). Clark (1997, citado en Díaz et al., 2013) refuerza esta idea, señalando que una persona talentosa demuestra un alto desempeño en un campo concreto, como la música, las artes o las Matemáticas. Centrándonos en el talento matemático, una de sus definiciones más simples es aquella que lo describe como la capacidad matemática significativamente superior al promedio (Pasarín et al., 2004). En esta investigación se adopta la definición de Leikin (2018), quien considera que un estudiante con talento matemático es aquel que demuestra un desempeño matemático sobresaliente en comparación con su grupo de referencia y tiene la capacidad de generar nuevas ideas matemáticas de acuerdo con su trayectoria educativa.

En relación con las estrategias empleadas en la identificación, Ureña, Beltrán-Menu y Ramírez (2024), mencionan que algunas de ellas generan controversia, pudiéndose encontrar en

la práctica test de inteligencia, test de rendimiento y de habilidad matemática y test de creatividad. El problema de algunos de éstos es que podría suceder que niños muy capaces no sean identificados o que suceda lo contrario, niños que no son talentosos puedan ser identificados como tal (Benavides, 2008). Ante esta problemática, algunos autores sugieren que la invención de problemas podría ser una herramienta útil en la identificación de estudiantes con talento matemático (Ellerton, 1986, Kesan et al., 2010), ya que esta tarea permite observar los conocimientos y habilidades matemáticas, así como la creatividad de niños considerados con talento matemático (Krutetskii, 1976). Además, autores como Getzels y Jackson (1962; citado en Silver, 1994) y Balka (1974) han empleado actividades de invención de problemas en el proceso de identificar individuos creativos.

Metodología

A continuación, se describe la metodología empleada en este estudio describiendo el tipo de investigación, los sujetos de estudio, el instrumento y las categorías de análisis empleadas.

Tipo de investigación

El estudio se basa en un enfoque mixto que integra elementos tanto de metodologías cuantitativas como cualitativas. Se trata de una investigación descriptiva transversal (Cohen et al., 2007), que busca ampliar el conocimiento sobre estudiantes con talento matemático, a través del análisis de los problemas que estos inventan en un momento específico, utilizando tanto descripciones cualitativas como análisis cuantitativos.

Sujetos de estudio

Se seleccionaron dos grupos de estudiantes. El primero, denominado grupo talento, conformado por 23 estudiantes del Colegio Científico de Costa Rica, sede Universidad Nacional, Región Brunca, con edades entre 16 y 17 años. Aunque este centro emplea un proceso de selección, el método utilizado no está validado para identificar talento matemático. Ante esto, se aplicó el test de Matrices Progresivas de Raven (Raven et al., 1993), resultando que todos obtuvieron puntuaciones superiores al percentil 75, por lo que se considera una muestra representativa de estudiantes con talento (Benavides, 2008). El segundo grupo, denominado grupo estándar, lo conforman 22 estudiantes de un colegio público estándar de la misma región, con edades entre los 16 y los 17 años. Se seleccionó este grupo como representación de estudiantes típicos de un colegio público regular, sin identificación previa de talento matemático.

Instrumento de invención de problemas

Para la investigación se diseñó un instrumento compuesto por cuatro cuestionarios con distintas modalidades de invención de problemas. El cuestionario 1 contiene dos tareas que pedía crear un problema a partir de un enunciado textual. El cuestionario 2 incluye dos tareas que solicitaban inventar un problema basándose en una imagen o recorte de periódico. El cuestionario 3 presenta una tarea en la que los estudiantes primero resuelven un problema y luego crean uno nuevo modificando datos, información o preguntas. El cuestionario 4 consta de dos tareas de invención libre, en las que los participantes deben formular y reformular un problema sin restricciones.

Categorías de análisis

A continuación, se describen las categorías y variables empleadas en el estudio. En Espinoza (2018) se presenta con mayor detalle la descripción de cada una de ellas.

Complejidad del problema

La complejidad del problema inventado se estudió a partir de ocho variables de estudio organizadas en dos categorías: complejidad sintáctica y complejidad matemática. La primera examina la habilidad para formular problemas bien estructurados y organizados en términos lingüísticos y simbólicos (Puig y Cerdán, 1990). En ésta se analizaron cuatro variables: longitud del enunciado, coherencia del enunciado, flexibilidad numérica y tipo de pregunta. En la segunda, complejidad matemática, se evalúa el nivel de dificultad cognitiva que implica la tarea al inventar problemas complejos desde el punto de vista matemático. Se estudió a partir de cuatro variables: cantidad de pasos necesarios para resolver el problema, inclusión de ideas matemáticas complejas, nivel de dificultad según PISA y demanda cognitiva. Se establecieron indicadores específicos para medir estas variables, excepto en la cantidad de pasos para la resolución.

Pensamiento divergente

De acuerdo con González y Domigues (2015), una persona con pensamiento divergente añade a partir de una sola idea varios y diversos pensamientos relacionados con la misma. Por tanto, para estudiarla se analizaron: fluidez de ideas, creatividad y conexión entre los hechos.

Riqueza en la formulación de problemas

Un problema matemático es rico si presenta características que lo convierten en un desafío significativo para los estudiantes. Por tanto, se considera que un problema matemático es rico si presenta las siguientes características: el enunciado es extenso, emplea diferentes tipos de números, implica varios pasos para ser resuelto, incluye varios campos de conocimiento, presenta un alto nivel de complejidad según la clasificación de PISA, requiere una alta demanda cognitiva, evidencia control metacognitivo, evidencia principios de autocorrección en la resolubilidad del problema y presenta fluidez de ideas. Estas variables fueron elegidas a posteriori, ya que los análisis estadísticos confirmaron diferencias significativas entre grupos.

Para valorar la riqueza del problema se empleó una rúbrica que establecía, en cada una de las variables citadas anteriormente, criterios con puntuaciones ordenadas de forma ascendente. Así, la calificación de la riqueza de un problema podría oscilar entre 9 y 22 puntos, valor que se obtenía sumando el puntaje obtenido en cada uno de los criterios definidos, de modo que a mayor puntuación mayor riqueza en el problema planteado. Para evaluar la riqueza general de cada estudiante, se calcula el promedio de riqueza en los problemas que inventó. Por último, se definieron tres niveles de riqueza general con base en el análisis de las puntuaciones obtenidas: bajo (7-11), medio (12-15) y alto (16-22). En Espinoza (2018) se presenta con mayor detalle la rúbrica empleada para valorar la riqueza de un problema matemático.

Resultados

A continuación, se presentan los resultados obtenidos con base en las tres categorías de análisis definidas. Cabe señalar que se analizaron 303 problemas matemáticos de 315 posibles (96,19%), de los cuales 154 los inventaron el grupo talento y 149 el grupo estándar.

Análisis según la complejidad del problema

A continuación, se presentan los resultados obtenidos a partir de las subcategorías: complejidad sintáctica y complejidad matemática

Complejidad sintáctica

Con respecto a la longitud del enunciado, resultó que el grupo talento inventó problemas con un promedio de 5,55 proposiciones; mientras que el grupo estándar registró un promedio de 4,00. Al realizar el análisis estadístico mediante el contraste de hipótesis de Kolmogórov-Smirnov se concluye que los datos no se distribuyen de forma normal (p=.0). Por tanto, mediante la prueba de Mann-Whitney se verificó que existen diferencias significativas entre la cantidad media de proposiciones que contienen los problemas de ambos grupos (p=0.00).

En relación con la coherencia del enunciado, el 97% de los problemas de ambos grupos fueron evaluados como coherentes. De igual forma resulto con la variable flexibilidad numérica, ya que ambos grupos emplearon números naturales (97,42% grupo talento y 99,33 grupo estándar). Sin embargo, el grupo talento empleó más números racionales (19,33%) que el grupo estándar (9,4%). Con respecto al tipo de pregunta, predominaron las preguntas de asignación en ambos grupos (76,77% en el grupo talento y 84,56% en el grupo estándar).

Complejidad matemática

Los resultados muestran que los problemas del grupo talento requirieron un promedio de 4,23 pasos para resolverse, frente a los 2,32 pasos del grupo estándar. Al realizar la prueba de hipótesis de Kolmogórov-Smirnov se concluye que los datos no se distribuyen de forma normal (p=0.00). Por tanto, al aplicar la prueba Mann-Whitney se verificó que existen diferencias significativas entre las medias de ambos grupos (p=0.00). También resultó que ningún estudiante del grupo estándar incorporó ideas complejas en sus problemas y que solo el 8,44% de los problemas del grupo talento contienen al menos una idea compleja (13 enunciados).

En cuanto al nivel de complejidad según PISA, se encontró que el grupo talento formuló mayormente problemas de conexión (65,58%), que implican varias ideas o conceptos matemáticos, así como varios pasos para ser resueltos; mientras que el grupo estándar se inclinó por problemas de reproducción (79,19%), que suelen requerir un único procedimiento para resolverse. Además, ambos grupos propusieron pocos problemas de reflexión; aunque el grupo talento planteó una mayor cantidad de éstos. Al realizar el análisis estadístico se encontraron diferencias significativas en esta variable por grupos ($\text{Chi} - \text{cuadrado} = 105{,}91$, gl=2, p<0,00).

Con respecto a la demanda cognitiva, se encontró que el 55,84% de los problemas del grupo talento fueron clasificados como de algoritmo con conexión y el 12,99% como haciendo Matemática, lo que indica una alta demanda cognitiva. En el grupo estándar, el 93,96% se catalogaron de baja demanda cognitiva, centrados en la memorización o la aplicación de algoritmos sin conexión. Al realizar el análisis estadístico se encontraron diferencias significativas en esta variable por grupos ($\text{Chi} - \text{cuadrado} = 135,06, \text{gl} = 3, \text{p} < 0,00$).

Análisis según el pensamiento divergente

La fluidez de ideas se estudió de acuerdo con la cantidad de proposiciones (Espinoza et al., 2016) no semejantes presentes en el enunciado del problema. Los resultados mostraron que el grupo talento tuvo un promedio mayor (3,64) que el grupo estándar (2,42). Al realizar la prueba de hipótesis de Kolmogórov-Smirnov se concluye que los datos no se distribuyen de forma normal (p=0.00). Por tanto, al aplicar la prueba de Mann-Whitney resultó que existen diferencias significativas entre las medias de ambos grupos (p=0.00).

3

La creatividad se analizó en función de fluidez, flexibilidad y originalidad (Kontorovich et al., 2011), pidiendo a los estudiantes que inventaran tres problemas a partir de la tarea 1 del cuestionario 2 que presentaba la imagen de tres niños corriendo alrededor de una plaza circular. En este análisis se valoraron 130 problemas de 135 posibles (65 por cada grupo). En cuanto a la fluidez, resultó ambos grupos crearon los tres problemas requeridos (91,3% grupo talento y 95,45% grupo estándar). En relación con la flexibilidad, que consiste en estudiar la capacidad de inventar tres tipos diferentes de problemas, resultó que el grupo talento generó una mayor variedad de problemas (63,33%) en comparación con el grupo estándar (40,9%). Por último, el 50% de los problemas del grupo talento fueron originales (enunciados que no son comunes con respecto a los demás) frente al 22,73% del grupo estándar

En relación con la conexión entre los hechos, se encontró que la mayoría de los enunciados del grupo talento presentan al menos una conexión (55,2%); mientras que el 34,23% de los problemas del grupo estándar presentan esta característica. Al realizar el análisis estadístico, se observan diferencias significativas, lo que evidencia que el grupo talento prefiere plantear problemas con al menos una conexión entre los hechos (Chi-cuadrado=12,66, gl=2, p<0,02).

Análisis según la riqueza en la formulación de problemas

Se encontró que las puntuaciones oscilaron entre 11 y 19 en el grupo talento y entre 8 y 13 en el grupo estándar. Estas diferencias también se observaron en la media de la riqueza general en ambos grupos, ya que la media del grupo talento (14,92) fue significativamente mayor que la del grupo estándar (10,73). Al realizar el contraste de hipótesis mediante la prueba de Kolmogórov-Smirnov para determinar normalidad se concluye que los datos no se distribuyen de forma normal (p=0.00). Por tanto, mediante el contraste de hipótesis de Mann-Whitney se verificó que existen diferencias significativas entre las medias citadas (p=0.00).

También resultó que el 95,65% de los estudiantes del grupo talento obtuvieron una puntuación mayor o igual a 11,57 (percentil 75), mientras que el 25% del grupo estándar alcanzó ese puntaje. Por tanto, si consideramos con talento matemáticos a los estudiantes con

puntuaciones mayores al percentil 75 (Benavides, 2008), entonces el 95,65% del grupo talento (22 de 23 estudiantes) hubiesen sido identificados como tal. Por último, con respecto al nivel de riqueza general, resultó que el 87,10% del grupo talento formuló problemas con riqueza media o alta, mientras que el 68,5% del grupo estándar inventó problemas de riqueza baja. Estas diferencias fueron estadísticamente significativas (Chi-cuadrado=118,9 gl=2, p<.0).

Conclusiones

El estudio evidencia que el grupo talento mostró características distintivas, en cuanto a su capacidad de invención de problemas, en comparación con sus compañeros del grupo estándar, ya que presentaron una mayor complejidad sintáctica y matemática, así como una demanda cognitiva más elevada. Además, demostraron una mayor fluidez, flexibilidad, originalidad y conexión en sus problemas, así como una formulación más rica en comparación con el grupo estándar. Este resultado coincide con Ruiz-Socolado y Lupiáñez (2022), quienes concluyen que las producciones de los sujetos con talento matemático tienden a ser más ricas, originales y complejas respecto a su nivel curricular. Es importante mencionar que estas diferencias no solo se reflejaron en la estructura de los problemas creados, sino también en la percepción de dificultad que generan, ya que sus problemas suelen requerir un mayor esfuerzo cognitivo para resolverlos.

Otro aspecto relevante es el resultado de las puntuaciones de riqueza general, ya que al tomar el grupo estándar como control e identificar con talento matemático a los estudiantes con puntuaciones superiores al percentil 75 de riqueza general, resultó que el 95,65% de los estudiantes del grupo talento hubiesen sido identificados como tal. Este resultado es importante, porque el estudio logró asignar un puntaje a las producciones de los estudiantes con el propósito de catalogarlos en diferentes niveles e identificar a chicos con talento matemático.

Por lo tanto, el uso de la invención de problemas como estrategia para identificar talento matemático representa un enfoque innovador y efectivo dentro de la Educación Matemática. Esta metodología evidencia algunas limitaciones de los test tradicionales de identificación del talento matemático, que usualmente se centran en medir habilidades matemáticas desde una perspectiva lógico-verbal y algorítmica; mientras que las tareas de invención de problemas permiten observar no solo el dominio conceptual de los estudiantes, sino también su pensamiento creativo, analítico y razonamiento lógico-matemático, que son aspectos fundamentales del talento matemático. De hecho, las tareas propuestas les permitieron a los estudiantes demostrar sus capacidades y habilidades en Matemáticas de manera efectiva, con una alta tasa de respuesta y una diversidad notable de problemas creados, lo que respalda la inclusión de este tipo de actividades en el proceso de identificación del talento matemático, en concordancia con investigaciones previas como las de Ellerton (1986), Kesan et al. (2010) y Krutetskii (1976).

Referencias

Ayllón, M. F., Castro, E. y Molina, M. (2011). Invención de problemas y tipificación de problema difícil por alumnos de educación primaria. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco, y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 277–286). SEIEM.

Ayllón, M. F. y Gómez, I. (2014). La invención de problemas como tarea escolar. *Escuela Abierta, 17*, 29–40.

Balka, D. S. (1974). Creative ability in mathematics. *Arithmetic Teacher, 21,* 633-636.

Benavides, M. (2008). *Caracterización de sujetos con talento en resolución de problemas de estructura multiplicativa* (Tesis doctoral, Universidad de Granada). Repositorio Institucional de la Universidad de Granada.

Cohen, L. M., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education*, (6th ed). Rougtledge Falmer.

Díaz, E., Aleman, H. y Hernández, C. (2013). Un modelo pedagógico para desarrollar el potencial de estudiantes talentosos en matemática en Costa Rica. *Uniciencia*, *27*, 51–66.

Ellerton, N. (1986). Children´s made-up mathematics problems: A new perspectiveon talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics, 17*(3), 261–271.

Espinoza, J., Lupiáñez, J. L. y Segovia, I. (2016). La invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 14*(39), 368–392.

Espinoza, J. (2018). *Caracterización de estudiantes con talento matemáticos mediante tareas de invención de problemas*. (Tesis doctoral, Universidad de Granada). Repositorio Institucional de la Universidad de Granada.

González, M. y Domingues, F. S. (2015). ¿Existen indicadores para identificar el talento? *Aula*, *21*, 21–32.

Kaba, Y. & Şengül, S. (2016). Developing the Rubric for Evaluating Problem Posing (REPP). *International Online Journal of Educational Sciences*, *8*(1), 8–25.

Kesan, C., Kaya, D., & Güvercin, S. (2010). The Effect of Problem Posing Approach to the Gifted Student's *Mathematical Abilities, 2*(3), 677–687.

Kontorovich, I., Koichu, B., Leikin, R., & Berman, A. (2011). Indicators of creativity in mathematical problem posing: How indicative are the? En M. Avotina, D. Bonka, H. Meissner, L. Ramaña, L. Sheffield, y E. Velikova (Eds.), *proceedings of the 6th International Conference: Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students* (pp. 120–125). Latvia University.

Koichu, B., y Kontorovich, I. (2013). Dissecting success stories on mathematical problem posing: A case of the Billiard Task. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 71–86. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9431-9

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Universidad de Chicago Press.

Leikin, R. (2018). Giftedness and high ability in mathematics. En S. Lerman (Eds.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_65-4

Pasarín, M. J., Feijoo, M., Díaz, O. y Rodríguez, L. (2004). Evaluación del talento matemático en educación secundaria. *FAISCA: Revista de Altas Capacidades*, 11, 83-102

Prieto, M. D., Bermejo, M. R y López, O. (2000). Procedimientos de evaluación e identificación de los alumnos superdotados. En M. D Prieto y J. L Castejon (Eds), *Los superdotados: Esos alumnos excepcionales* (pp. 45-75). Ediciones Aljibe.

Puig, L. y Cerdán, F. (1990). La estructura de los problemas aritméticos de varias operaciones combinadas. *Cuarta Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*, 8–10. http://www.uv.es/puigl/acapulco90.pdf

Raven, J. C., Court, J. H. y Raven, J. (1993). *Test de matrices progresivas*. *Escalas Coloreadas, General y Avanzadas*. Paidós.

Ruiz-Socolado, G. R y Lupiáñez, J. L (2022). Análisis de una tarea de invención de problemas realizada por alumnos con talento matemático. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 519-527). SEIEM.

Singer, F. M., Ellerton, N. & Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: New questions and directions. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 1–7. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9478-2.

Silver, E. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics, 14*(1), 19–28.

Ureña, J., Beltrán-Meneu, M. J. y Ramírez, R. (2024). Rasgos de talento matemático en estudiantes de secundaria. Generalización en un contexto funcional. *PNA, 19*(1), 53-79. http://doi.org/10.30827/pna.v19i1.28279.

Metapesquisa sobre as práticas pedagógicas com modelagem matemática apresentadas nas conferências nacionais sobre modelagem na Educação Matemática

Lilian Akemi **Kato**
Universidade Estadual de Maringá
Brasil
lilianakemikato@gmail.com
Ana Carolina **Castro**
anacarolinabatista2001@gmail.com
Universidade Estadual de Maringá
Brasil

Resumo

Este estudo propõe-se a olhar para as práticas pedagógicas com Modelagem Matemática que foram desenvolvidas e relatadas nas Conferências Nacionais sobre Modelagem na Educação Matemática - CNMEM. Por meio da metapesquisa buscamos mapear as práticas que descrevem sobre a implementação de atividades de Modelagem Matemática a fim de identificar aspectos relevantes que contribuam para o debate sobre a inclusão desta tendência nos ambientes educacionais. Num movimento metainterpretativo trazemos considerações que revelam características quanto aos sujeitos envolvidos, as regiões e instituições do Brasil que mais se destacam nos relatos considerados e, a abrangência dos temas de investigação.

Palavras-chave: Atividades de Modelagem Matemática; CNMEM; Educação Matemática; Ensino de Matemática; Implementação.

Definição e relevância do problema

A preocupação com os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, nos diversos níveis educacionais, tem sido alvo das atenções políticas e sociais, no cenário das avaliações de desempenho dos estudantes em provas de Matemática. Dentre alguns argumentos e propostas para a melhoria da qualidade da aprendizagem, destaca-se a adoção de práticas

pedagógicas que aproximem o estudante de situações do contexto real, tornando-o protagonista do processo de aprendizagem.

A Modelagem Matemática na Educação Matemática, doravante traduzida por MM, oportuniza aos envolvidos, o questionamento de situações reais por meio da Matemática possibilitando respostas que implicam em interpretações do fenômeno, condizentes ao conceito matemático utilizado. Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2017) a MM vem se configurando como uma maneira de se "fazer Matemática" na sala de aula ou fora dela.

A adoção da MM como uma estratégia de ensino nas aulas de Matemática, traz benefícios para os processos de ensino e de aprendizagem conforme apontado nos estudos de Blum e Ferri (2009), por exemplo e, ainda, potencializa a aplicabilidade aos conceitos matemáticos provocando debates sobre o papel da Matemática na sociedade (Bueno, 2011).

No entanto, ainda é um grande desafio para os professores trabalhar com os três polos que estão envolvidos diretamente na MM: cotidiano, escola e Ciência, pois em geral, as afirmações e a própria linguagem utilizada para descrever problemas do cotidiano são diferentes da forma imposta pelas Ciências e pela escola (Pais, 2006).

O questionamento que apontamos, refere-se à melhor forma de organizar e conduzir as atividades que envolvem a MM, nesse viés, estudos sobre a MM, suportam uma bagagem de investigações e pesquisas muito bem delineadas na literatura e nos eventos científicos específicos desta tendência, dentre esses destacamos a CNMEM.

Tendo sua primeira edição realizada em novembro de 1999, promovida pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP/Rio Claro-SP com o tema "Modelagem no Ensino de Matemática", esse encontro caracterizou-se como a primeira iniciativa de reunir os envolvidos com a pesquisa em MM no Brasil. Desde então consolidou-se como um espaço próprio de discussão sobre o tema com periodicidade de dois anos, tendo ocorrido em 2023 a XII edição na UFRGS em Porto Alegre no estado do Rio Grande do Sul no Brasil.

Motivados por esse questionamento, este trabalho debruçou-se especificamente sobre os relatos de experiência apresentados nas doze edições da CNMEM buscando mapear as práticas pedagógicas que descrevem sobre a implementação de atividades de MM a fim de identificar aspectos relevantes que contribuam para o debate sobre a inclusão desta tendência nos ambientes educacionais.

Procedimentos teórico-metodológicos

Ao buscarmos olhar para as práticas de MM publicadas nos anais das doze edições da CNMEM, a pesquisa foi desenvolvida segundo uma abordagem quantitativa, uma vez que "[...] vale-se do levantamento de dados para provar hipóteses baseadas na medida numérica, bem como da análise estatística para estabelecer padrões de comportamento" (Marconi & Lakatos, 2022, p. 327) e, assume uma abordagem descritiva ao buscar identificar características e/ou relações entre as variáveis em foco nessa metapesquisa.

Por metapesquisa, assumimos um processo que reúne informações possibilitando desenhar um cenário sobre determinado assunto por meio do que chamamos de metainterpretação (Wottrich e Rosário, 2022). Nessa trajetória, ao reunirmos um compilado de dados de práticas pedagógicas com MM, tomamos consciência do território para delinearmos possíveis regularidades.

Na Tabela 1 trazemos um resumo do levantamento realizado nos anais disponíveis, das conferências, uma vez que a II CNMEM não produziu esse material. Desses anais foram lidos todos os relatos de experiência que descreviam práticas pedagógicas de atividades de MM realizadas, em qualquer nível de ensino, constituindo como *corpus* a(s) prática(s) descrita(s) nos relatos. Nessa contabilidade, podemos ter mais do que uma prática pedagógica a ser considerada num mesmo relato portanto, o número de práticas pedagógicas a serem consideradas nas análises é sempre maior ou, no mínimo, igual ao número de relatos considerados. Em relação aos relatos desconsiderados na pesquisa esses foram os que não descreviam sobre a realização de uma atividade de MM, ou cuja proposta de atividade não suportava as informações necessárias para nesse levantamento.

Tabela 1
Trabalhos levantados

CNMEM	Total de Relatos	Relatos Desconsiderados	Relatos Considerados	Práticas pedagógicas consideradas
I	15	15	0	0
III	4	3	1	1
IV	12	5	7	7
V	15	6	9	15
VI	31	9	22	25
VII	33	5	28	38
VIII	20	1	19	26
IX	22	3	19	29
X	46	5	41	52
XI	42	5	37	44
XII	31	6	25	28
Total	271	63	208	265

Fonte: os autores, 2025.

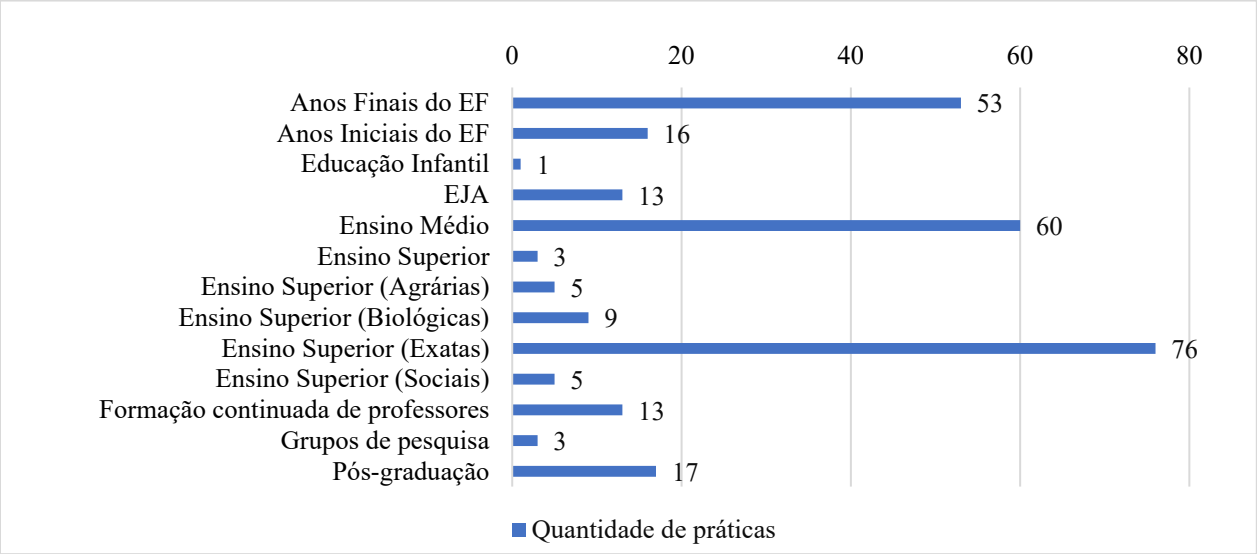
Como base nesses critérios, de seleção e exclusão, chegou-se em duzentos e sessenta e cinco práticas pedagógicas (265) extraídas de duzentos e oito (208) relatos de experiências que fizeram parte da CNMEM no período de 1999 até 2023.

No próximo passo deu-se a leitura detalhadas das práticas pedagógicas, que resultou num fichamento, por meio de planilhas eletrônicas, extraindo os seguintes dados: nível de ensino, região, instituição e tema referente a prática desenvolvida.

Em relação ao nível de ensino

Nas nossas análises considerou-se, por nível de ensino, as particularidades de escolarização dos sujeitos que desenvolveram as práticas pedagógicas, no caso em que uma mesma prática foi desenvolvida com grupos distintos de escolarização ou particularidade acadêmica, foram consideradas cada grupo como práticas distintas, o que resultou em 274 práticas pedagógicas decorrentes do *corpus* inicial de 265 práticas. Nesse viés foram identificados treze (13) níveis, ou etapas de ensino: Educação Infantil; Anos Iniciais do Ensino Fundamental; Anos Finais do Ensino Fundamental; Ensino Médio; Educação de Jovens e Adultos; Ensino Superior (cursos não especificados); Ensino Superior (área de Ciências Exatas); Ensino Superior (área de Ciências Biológicas); Ensino Superior (área de Ciências Sociais); Ensino Superior (área de Ciências Agrárias); Formação continuada de professores; Grupos de pesquisa e Pós-graduação, conforme quantificado no Gráfico 1.

Gráfico 1
Quantitativo de práticas pedagógicas desenvolvidas em diferentes níveis de ensino



Fonte: os autores, 2025.

Na constituição do Gráfico 1, o quantitativo de práticas desenvolvidas com acadêmicos do ensino superior, demandou uma nova subclassificação por áreas de conhecimento, indicando que outras áreas além das exatas vêm adotando a MM como recurso metodológico para o ensino e aprendizagem da Matemática.

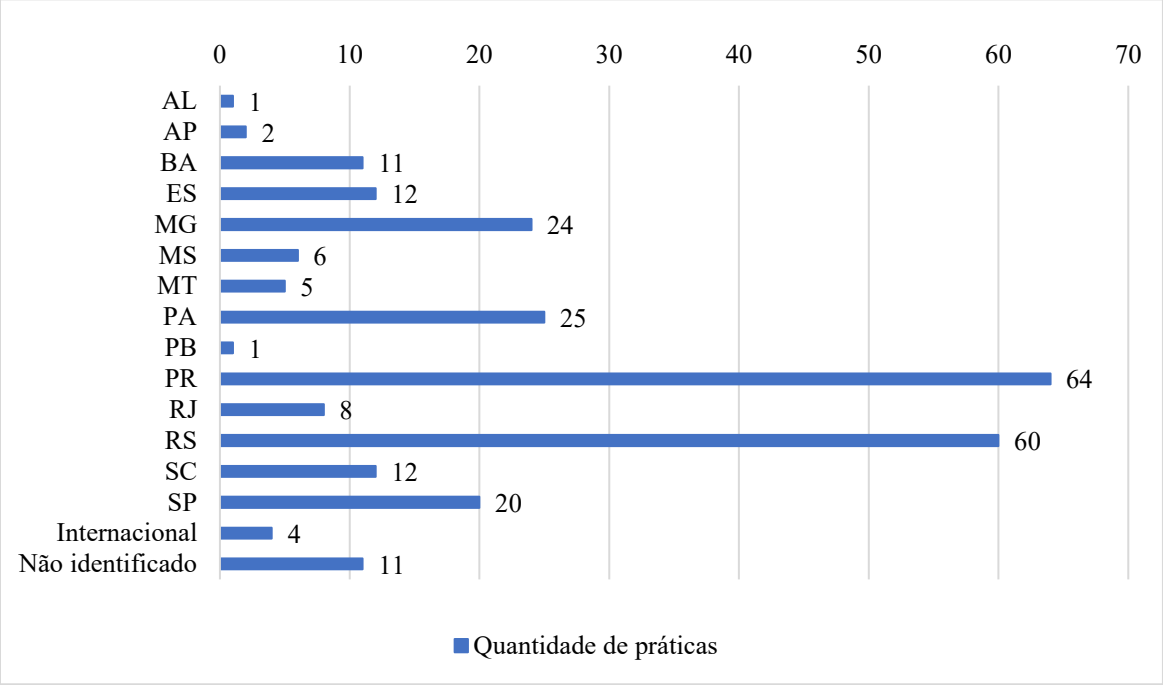
Destaca-se nesse Gráfico 1, o que já está apontado na literatura sobre a MM, de que a prática pedagógica com Modelagem Matemática ainda se mostra tímida nos Anos Iniciais. Santos (2020, p.20) afirma que “mesmo com anos de pesquisa, a modelagem matemática ainda se mostra nova para os docentes do ensino fundamental I, além de ser vista com muita resistência por eles, resultado da formação inicial, quando não é explorada como metodologia de ensino”.

Em relação a Educação Infantil, esta tornou-se uma etapa obrigatória para as crianças a partir dos 4 anos de idade, a partir de 2017 quando foi promulgada a Base Nacional Comum Curricular – BNCC cujas orientações indicam atividades que incentivem o trabalho em grupo visando o compartilhamento de experiências. Desse ponto de vista, o desenvolvimento de atividades de MM, nesta etapa de ensino, contribui para "[...ampliar o universo de experiências, conhecimentos e habilidades dessas crianças, diversificando e consolidando novas aprendizagens, atuando de maneira complementar à educação familiar" (Brasil, 2018, p. 38).

Em relação à região

Buscou-se identificar as regiões sul-americanas em que essas práticas pedagógicas com MM foram desenvolvidas. Nesse levantamento, uma prática que tenha sido desenvolvida em duas regiões diferentes do Brasil, foi contabilizada como duas práticas distintas, disso resultaram 266 práticas pedagógicas consideradas, cuja distribuição por região, está descrita no Gráfico 2.

Gráfico 2
Quantitativo de práticas relatadas em diferentes regiões sul-americanas



Fonte: os autores, 2025.

Na construção do Gráfico 2, separamos onze (11) relatos em que os autores não dão informação do local onde a atividade foi desenvolvida e, quatro relatos que descrevem a realização da prática pedagógica no exterior do Brasil, sendo esses, Colômbia e Chile. Ainda, dos vinte e seis (26) estados brasileiros, quatorze (14) estão representados no Gráfico 2, indicando amplo alcance da modelagem matemática em território brasileiro apesar de indicativos das dificuldades e falta de conhecimento para tais práticas, já relatados na literatura (Silveira e Caldeira, 2012).

Em relação à instituição

Essa classificação mostrou-se relevante, no decorrer da leitura dos relatos, em função da preocupação dos autores em citar o tipo de instituição à qual pertenciam os sujeitos que estavam desenvolvendo a atividade de MM, se pública ou privada. As instituições consideradas como públicas, são aquelas financiadas por recursos públicos sejam do governo federal, municipal ou estadual, enquanto que as instituições privadas, referem-se aquelas que são financiadas por recursos privados e/ou são mantidas por entidades particulares.

Do total de práticas pedagógicas consideradas, duzentas (200) foram desenvolvidas em instituições pública, quarenta e duas (42) em instituições privadas e onze (11) práticas não destacaram essa característica.

O disparate das instituições públicas em relação às privadas levanta preocupações relevantes que extrapolam as questões de cumprimento do currículo, ou diretrizes curriculares para a educação no Brasil, trazendo para o debate discussões que se referem à qualidade do ensino público e privado e da formação profissional e de cidadania, uma vez que as atividades de MM, para além do conteúdo matemático lida com interpretações e reflexões de cunho social, econômico e político.

A questão que não se cala ao olharmos para esses dados é sobre a autonomia didático pedagógica do professor em instituições públicas e privadas, que o incentivem a adotar práticas pedagógicas diferenciadas nas suas aulas e, anteriormente a isso, possibilitem cursos de formação continuada que abordem tais práticas.

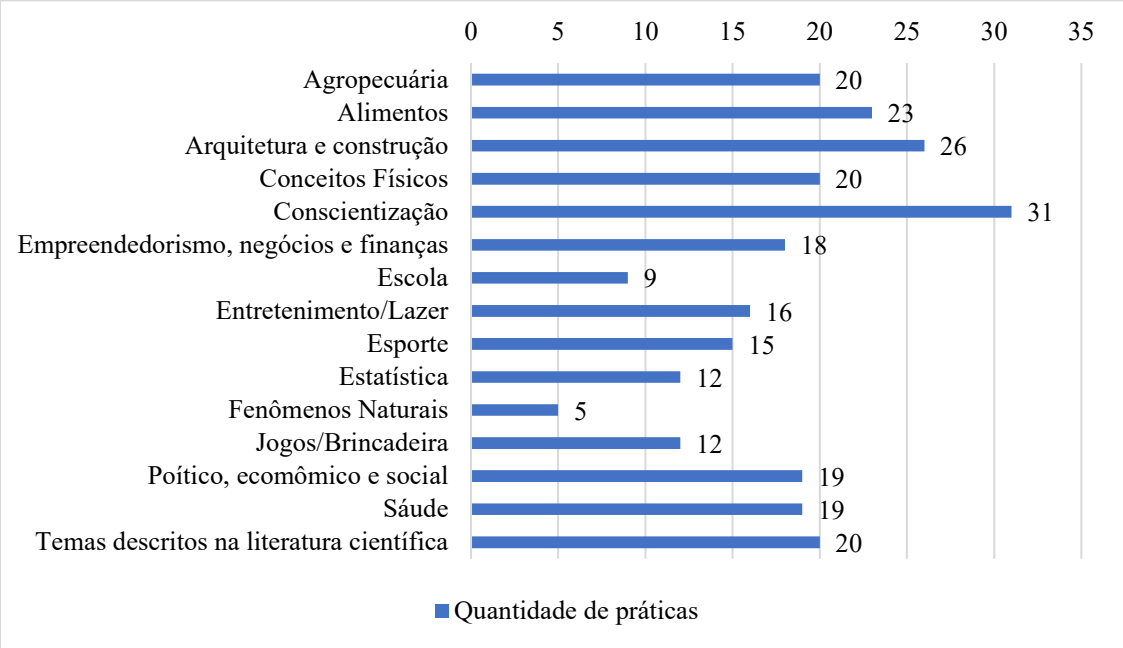
Em relação ao tema referente a prática desenvolvida

A atividade de MM caracteriza-se pela escolha de um tema de estudo, em geral, extramatemático ou, ainda com referência à realidade. Sem entrar no mérito da discussão sobre o termo, realidade, por gerar diferentes compreensões e perspectivas na literatura (Araújo, 2010), buscamos em Skovsmose (2000) uma concepção para este termo que o traduz, como situações provenientes do cotidiano vivenciado pelas pessoas, em contraposição a situações fictícias.

Sobre a escolha do tema, diversos estudos trazem discussões e contribuições acerca desta problemática, envolvendo desde as condições para escolha do tema a ser tratado até as características pertinentes (JacobinI, 2004; Jablonka, 2007).

Para fins deste estudo buscamos identificar os temas que desencadearam o desenvolvimento das práticas pedagógicas selecionadas, agrupando-os por generalidade dos assuntos. Essa classificação culminou na identificação de quinze (15) temas para o desenvolvimento de práticas pedagógicas com MM, conforme mostra o Gráfico 3.

Gráfico 3
Quantitativo de práticas por temas



Fonte: os autores, 2025.

A fim de resumir as informações contidas no Gráfico 3, avançamos para uma segunda generalização desses temas chegando em cinco (5) grandes áreas temáticas para as práticas pedagógicas constantes nos relatos de experiência das CNMEM.

Tema 1: Conceitos Físicos; Empreendedorismo, negócios e finanças; Estatística e outros temas descritos na literatura. Inclui as práticas que tinham como tema, conceitos da Física, incluindo a realização de experimentos e a observação de um fenômeno, temas relacionados aos conceitos da Matemática Financeira como, empreendimento em um negócio, cálculo de imposto, cálculo de custos e lucros, temas inspirados em modelos conhecidos da literatura científica, por exemplo, Modelo de Malthus, e análise de dados estatísticos.

Tema 2: Conscientização; Fenômenos naturais; Político educacional e social; Saúde. Faz referência as práticas cujos temas versam sobre a conscientização de problemas de ordem social, político, econômico e de saúde, como bullying, consumo de água e energia, lixo reciclável.

Tema 3: Entretenimento e Lazer; Esporte. Reúne temáticas que fazem alusão a: shows; programas de entretenimento; hobbies; passatempo; interação entre pessoas (relacionamentos pessoais); interesse por esportes em geral.

Tema 4: Agropecuária; Alimentos; Arquitetura e construção. Refere-se aos temas relacionados a produção agrícola e pecuária, cultivo de plantas, realização de uma receita, estudo sobre tipos de alimentos, construção de monumentos, espaços públicos e privativos.

Tema 5: Escola; Jogos e brincadeiras. Abordam temáticas envolvendo a motivação no ambiente escolar (estrutura física ou materiais escolares) e, aquelas práticas desenvolvidas por meio de um jogo matemático, uma brincadeira, material didático manipulável ou uma curiosidade.

Resultados e Conclusões

O interesse em olhar para práticas pedagógicas com MM remeteu-nos a adentrarmos nos anais das doze edições da CNMEM em busca, especificamente dos relatos de experiências que contém descrições sobre o desenvolvimento de atividades de MM realizadas.

Esta pesquisa extrapola uma análise quantitativa dos dados ao adentrar em discussões, norteadas por eles, que revelam sobre a utilização e a maneira como a prática de MM, como uma tendência metodológica no ensino da Matemática, têm se apresentado em sala de aula. Nesse contexto, esta investigação mostra-se relevante, na medida em que, como já indicado na literatura, o "'como fazer' é impregnado de teoria e que teoria e prática é que orientam o movimento do 'conforto' para o 'risco'" (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 24).

Posto isto, o levantamento realizado nos forneceu um panorama sobre práticas pedagógicas com MM, abrindo um horizonte de possibilidades interpretativas que desvelam compreensões acerca da utilização desta tendência no âmbito do ensino no Brasil.

Trazemos na Tabela 2, um resumo das informações produzidas, por meio de um novo agrupamento dos dados: nível de ensino, região, instituição e tema referente a prática desenvolvida, a fim de trazer provocações para outras reflexões, além das já citadas aqui, que desvelem sobre a adoção de práticas com MM nos diversos ambientes educacionais.

Tabela 2
Resumo das informações levantadas

CNMEM	Níveis de Ensino				Regiões do Brasil					Tipo de instituição		Temas				
	EF	EM	ES	Outros	N	NE	CO	SE	S	Pública	Privada	Tema 1	Tema 2	Tema 3	Tema 4	Tema 5
III	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
IV	2	2	1	2	1	1	0	1	4	5	2	1	1	0	3	2
V	2	1	13	0	0	1	1	8	2	3	10	2	7	0	6	0
VI	6	4	10	4	2	3	3	7	10	18	7	8	8	3	4	2
VII	6	7	16	11	3	5	3	8	16	30	2	13	15	2	4	4
VIII	8	6	9	2	2	1	0	4	17	11	6	3	3	1	14	3
IX	7	15	6	2	7	0	0	3	19	24	3	6	6	11	5	1
X	11	6	25	8	10	1	2	7	29	43	4	18	12	0	15	5
XI	14	10	9	13	2	1	1	20	19	41	2	13	12	5	13	2
XII	11	7	8	4	0	0	1	5	20	21	5	4	7	9	5	2

Fonte: os autores, 2025.

A Tabela 2, permite comparar os dados, em termos de suas ocorrências, ao longo das edições da CNMEM, revelando avanços na adoção dessas práticas, condizentes com o próprio desenvolvimento das pesquisas nesse campo o que revela quão significativa a MM vem se destacando na educação brasileira.

Nesse cenário, cabe darmos atenção a realização frequente dos eventos de Educação Matemática que se caracterizam como espaços em que os debates e relatos proferidos sejam fontes de inspiração e incentivo para que as mudanças no ensino aconteçam, gerando novas produções que fortalecem e consolidam a realização de novos eventos científicos.

Agradecimento

Pesquisa realizada com financiamento do "Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq

Referências e bibliografia

Almeida, L. M. W, Silva, K. A. e Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto.

Araújo, J. L. (2010). Brazilian research on modeling in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, Eggenstein, Leopoldshafen, v.43, n.3-4*, 337–348.

Barbosa, J. C. (2004). Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati, n. 4*, 73–80.

Blum, W. and Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of mathematical modelling and application, v. 1, n. 1*, 45–48.

Brasil (2018). *Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental*. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica.

Bueno, V. C. (2011). *Modelagem Matemática: quatro maneiras de compreendê-la*. Minas Gerais: Universidade Federal de Ouro Preto.

Jablonka, E. (2007). The relevance of modeling and applications: relevant to whom and for what purpose?. En W. Blum, P. Galbraith, H. Henn and M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in Mathematics Education: The 14th ICMI* (pp. 193–200). Berlin: Springer.

Jacobini, O. R. (2004). A Modelagem Matemática como instrumento de ação política na sala de aula (Tese de doutorado; Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho).

Marconi, M. D. A e Lakatos, E. M. (2022). *Metodologia Científica*. 8º ed . Grupo GEN.

Meyer, J. F., Caldeira, A. D. e Malheiros, A. P. (2017). *Modelagem em Educação Matemática*. 3º ed . Belo Horizonte: Autêntica Editora.

Pais, L. C. (2006). *Ensinar e Aprender Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

Santos, D. B. M. (2020). Investigação Sobre a Formação Continuada de Professores do Ensino Fundamental I: Modelagem Matemática (Tese de doutorado; Pontifícia Universidade Católica de São Paulo).

Silveira, E. e Caldeira, A. D. (2012). Modelagem na Sala de Aula: resistências e obstáculos. *Bolema -Boletim de Educação Matemática,v. 26, n. 43*, 1021–1047.

Wottrich, L., Rosário, N. M. (2022). Experiências metodológicas na Comunicação. En L. Wottrich e N. M. Rosário, (Orgs.), *Experiências metodológicas na Comunicação* (pp. 34–51). Pimenta Cultural.

Proposição de problemas no desenvolvimento profissional de professores de Matemática

Flávia Sueli Fabiani **Marcatto**
Universidade Federal de Itajubá
Brasil
flaviamarcatto@unifei.edu.br

Resumen

Essa investigação discute a implementação de resultados de pesquisas de Proposição de Problemas, no desenvolvimento profissional de professores de Matemática. A pesquisa tem cunho qualitativo e interpretativo com base empírica apoiada na pesquisa de implementação baseada em design. Os objetivos deste estudo são: implementar tarefas instrucionais de Proposição de Problemas, apoiar os professores na construção de novas crenças no que diz respeito à proposição de problemas e colaborar para a constituição de uma base de conhecimento. Os resultados revelam que as práticas de proposição de problemas foram gradualmente modificadas quando os professores se engajaram com a criação de problemas relevantes para o seu contexto pessoal, social, cultural e político, gerando oportunidades de aprendizagem profissional.

Palavras-chave: Pesquisa baseada em *design*; Comunidade de aprendizagem profissional; Crenças dos professores; Resolução de problemas; Proposição de problemas matemáticos.

Introdução

Este estudo foi concebido a partir de um projeto de pesquisa, onde interessa a aprendizagem profissional de professores de Matemática em pré-serviço e em serviço, sobre a implementação de resultados de pesquisas sobre Proposição de Problemas (PP) e Resolução de Problemas (RP), através de uma Comunidade de Aprendizagem Profissional (CAP). O projeto tem como questão de investigação: como podemos apoiar o professor de Matemática aprender a ensinar por meio da PP e da RP? Investiga-se o desempenho de professores com a PP e a RP, a criatividade na Proposição de Problemas Matemáticos (PPM) e o seu sistema de crenças formado

de suas crenças, hipóteses ou expectativas conscientes ou não (Pehkonen & Hannula, 2004). Para esta comunicação apresento uma experiência de implementação da PPM, realizada em uma CAP, apoiada pela Pesquisa Baseada em Design (Cobb *et al*, 2003).

De acordo com Cai e Rott (2024), ainda, possuímos uma compreensão menos refinada sobre como os professores e estudantes geram seus problemas matemáticos, diante de uma situação problema apresentada e, sobre aspectos relacionados ao afeto, motivação, crenças e dificuldades de contexto da Educação Básica.

Os objetivos desta comunicação são: (a) implementar tarefas de PPM em uma CAP, de forma colaborativa com a intenção de desenvolver a compreensão e a confiança dos professores sobre esta abordagem de ensino; (b) apoiar os professores de Matemática na construção de novas crenças, em especial, no que diz respeito à PPM; (c) colaborar para a constituição de uma base de conhecimento sobre PPM no desenvolvimento profissional de professores de Matemática.

Referencial teórico

O termo *implementação de Pesquisa em EM*, adotado neste estudo, é o de Jankvist *et al* (2021), entendido como uma perturbação ecológica de um determinado sistema educativo, neste estudo a formação em serviço, em comunidades de aprendizagem profissional, através do apoio gradual à inovação, em conjunto com um plano de ação destinado a resolver o que é percebido como um problema por pelos menos uma das partes.

De acordo com Brodie e Chimhande (2020), as comunidades de aprendizagem profissional (CAPs) são entendidas como uma forma de aproximar o desenvolvimento profissional das práticas dos professores em sala de aula reais. As CAPs são grupos de professores que se envolvem em ciclos regulares, sistemáticos e sustentados de aprendizagem baseada na investigação, com a intenção de desenvolver a sua capacidade individual e coletiva para o ensino.

Na implementação de uma nova perspectiva, é fundamental que professores estejam equipados com crenças correspondentes sobre o ensino e a aprendizagem. Para Yang, Kaiser e König (2020), as crenças dos professores sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática referem-se aos entendimentos sobre formas de ensinar Matemática e sobre como ela é aprendida, por exemplo, suas concepções de atividades de ensino em sala de aula, quais comportamentos e atividades estão envolvidos no aprendizado de Matemática, e o que constitui atividades de aprendizagem de Matemática apropriadas.

De acordo com Pehkonen e Hannula (2004), na pesquisa sobre crenças em Educação Matemática, subcategorias foram distinguidas; por exemplo, crenças sobre a Matemática como disciplina (aprendizagem matemática e resolução de problemas e o ensino de Matemática em geral), crenças sobre si mesmo (autoeficácia, monitoramento, valor da tarefa e orientação para metas) e crenças sobre o contexto social (normas sociais e sociomatemáticas na classe).

As pessoas recebem continuamente percepções do mundo ao seu redor. Para Schoenfeld (2014) a Matemática é tipicamente conceituada e apresentada, na escola, como um corpo de

conteúdo a ser aprendido e processos a serem engajados. No entanto, a Matemática escolar pode ser vista como experiências de fazer sentido por meio de várias práticas, incluindo a PP e a RP. De acordo com suas experiências e percepções, as pessoas tiram conclusões sobre diferentes fenômenos e sua natureza.

O conhecimento pessoal dos futuros professores inclui suas crenças, que trazem consigo, que são um composto dessas conclusões. Como as crenças parecem se formar e mudar no ambiente social, as pessoas comparam as crenças anteriores com suas novas experiências e com as crenças de outros indivíduos e, portanto, suas crenças estão sob contínua avaliação e mudança (Pehkonen e Hannula, 2004).

Os professores, em sua maioria, têm pouca ou nenhuma experiência anterior com a PPM, podem necessitar de estímulos mais estruturados e explícitos para se envolverem eficazmente em atividades de PPM. Para Baumanns e Rott (2024), os professores, quando solicitados a elaborar problemas, observou-se que demonstraram inseguranças, não têm certeza do que se espera deles, não têm um autoconceito elevado da PPM e não têm certeza se os problemas que eles elaboraram são de boa qualidade.

Uma definição para a PPM, orientada para os professores, é fornecida por Klinshtern, Koichu e Berman (2015), onde a elaboração de um problema satisfaça três condições: (a) que seja de alguma forma diferente dos problemas que aparecem nos recursos disponíveis; (b) que não tenha sido abordado pelos alunos; e (c) que possa ser usado para satisfazer necessidades de ensino que de outra forma seriam difíceis de satisfazer. Isto é particularmente relevante para os professores, que muitas vezes precisam alterar determinadas tarefas ou conceber problemas únicos adaptados às suas salas de aula.

Ao integrarem as perspectivas de alunos e professores, Cai e Hwang (2020) definem a PPM como vários tipos de atividades relacionadas que envolvem ou apoiam professores e alunos na geração (ou reformulação) e na expressão de um problema ou tarefa com base em uma situação problema, em um contexto particular. Para Cai e Leikin, (2020) a PPM pode desempenhar dois papéis o de ensinar e aprender Matemática, em sala de aula, como ferramenta meio ou objetivo da instrução matemática. Como ferramenta, durante o ensino, os professores podem aprofundar o conhecimento do conteúdo e desenvolver a criatividade matemática dos estudantes. Por outro lado, como objetivo, os alunos podem desenvolver a sua competência através de atividades de PPM, em sala de aula.

Embora a PPM de estudantes e professores podem se sobrepor de alguma forma, existem algumas diferenças. Os professores não apenas levam as tarefas de PPM, para as salas de aula, mas planejam as experiências de aprendizagem nas quais os estudantes devem se envolver. Os professores devem antecipar os tipos de problemas que os alunos podem gerar com base em determinadas situações-problema. Nas atividades de PPM, tanto os alunos quanto os professores, geram problemas matemáticos baseados em determinadas situações-problema que podem incluir expressões matemáticas ou diagramas e geram problemas alterando (isto é, reformulando) problemas existentes. Além disso, geram situações de PPM para os estudantes elaborarem problemas, e elaboram problemas matemáticos para os alunos resolverem (Cai & Hwang, 2020).

Nesse sentido, a implementação da PPM na formação em serviço de professores é relevante para o desenvolvimento profissional de professores de Matemática.

Metodologia de pesquisa

Este estudo se apoia na Pesquisa de Implementação Baseada em Design - PIBD (Penuel *et al*, 2011). A PIBD preocupa-se com o desenvolvimento da teoria relacionada com a aprendizagem em sala de aula e com a implementação por meio da investigação sistemática. A PIBD tem foco em problemas persistentes da prática, fundamentado na perspectiva das várias partes interessadas e em sustentar a implementação ao longo do tempo. A implementação se estrutura de forma cíclica (Cobb *et al*, 2003), no ambiente de uma CAP.

Em cada ciclo, estruturamos a fase de estudos preparatórios, desenho, implementação, análise e reflexão. Na primeira fase, a ênfase está na leitura e estudo dos conhecimentos acadêmicos sobre PPM e envolveu um workshop de oito horas, sem considerações didáticas, com o objetivo de construir uma visão geral. Na segunda fase, a do desenho, a investigação buscou articular-se com a prática. Essa toma, como referência, o contexto das salas de aula de Matemática da educação básica, discutindo possíveis dificuldades da implementação da PPM com a produção coletiva de uma sequência didática, que pode ser considerada como um sistema de hipóteses de trabalho compartilhadas e assumidas pelos professores e o formador de professores. Na terceira etapa, a de implementação, a sequência desenvolvida é implementada. A quarta etapa é a do estudo crítico da implementação. Este experimento de design de implementação foi conduzido em uma CAP, com planejamento, intervenção e revisão da primeira versão da tarefa de PPM, ao longo de um semestre.

A estrutura interativa da CAP envolveu um docente pesquisador em Educação Matemática (EM), também formador de professores de Matemática (facilitador), quatro professores de Matemática atuantes na escola de educação básica, no Brasil e dois estudantes de doutorado em EM.

Descrição e análise de dados

Nessa comunicação, os resultados representam a forma como os professores dão significado à PPM, antes de terem contato com alguma orientação didático pedagógica sobre PPM. Com o objetivo de identificar crenças sobre a PPM, eles responderam a duas perguntas: (1) Você conhecia a PPM? (2) A quem cabe propor problemas em sala de aula?

As respostas, por meio do *google forms*, eram obrigatórias e todos afirmaram que não tinham conhecimento da *proposição de problemas* como uma abordagem para o ensino de Matemática. Com relação à segunda pergunta, todos responderam que cabe ao professor a tarefa de propor problemas em sala de aula.

Se reconhecermos a PPM como uma atividade intelectual importante na Matemática escolar, então devemos determinar se professores e alunos são capazes de propor problemas matemáticos importantes e valiosos. De fato, uma linha fundamental de pesquisa na elaboração de problemas tem sido explorar os tipos de problemas que professores e alunos podem criar. Nesta linha de pesquisa, uma situação-problema foi apresentada, solicitando aos professores que

elaborassem problemas que poderiam ser resolvidos usando as informações fornecidas na situação.

O estudo foi definido em três etapas principais, seguindo a perspectiva da PIBD. A primeira envolveu o planejamento da atividade (pela formadora), o estudo do conteúdo (PP na formação de professores), a seleção da tarefa (Quadros 1 e 2) adaptada ao contexto da CAP, que considerou o conhecimento e os interesses dos professores, tendo uma demanda cognitiva adequada e a antecipação (pela formadora) das principais estratégias que eles poderiam adotar para a resolução da tarefa. A segunda etapa abrangeu a apresentação da tarefa, os movimentos do formador em busca do compartilhamento colaborativo de ideias e a promoção do discurso matemático. Na terceira, há uma reflexão sobre o desenvolvimento de toda a atividade.

Apoiados em Cai *et al* (2015), propomos a seguinte situação para os professores de Matemática (Quadro 1).

Quadro 1
Situação inicial para a proposição de problemas - tarefa de PP

Imagine que você está ensinando divisão com frações. Para tornar isso significativo para as crianças, algo que muitos professores tentam fazer é relacionar a Matemática a outras coisas. Às vezes, eles tentam inventar situações do mundo real ou problemas de história para mostrar a aplicação de algum conteúdo específico. O que você diria que seria uma boa história ou uma situação do mundo real ou ainda um modelo para $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$?

Fonte: Adaptado de Cai *et al* (2015, p. 4)

Os professores realizaram, individualmente, a primeira parte da tarefa de PP e, após uma semana, retornaram 12 PPs. Na sequência, dando continuidade à tarefa, os problemas foram reunidos em um quadro e compartilhados com todos. Por questão de espaço, apresento apenas quatro proposições (Quadro 2).

Quadro 2
Continuidade da tarefa de PP

No quadro abaixo estão as quatro PPs que vocês elaboraram para a situação proposta na tarefa de PPM. Agora, vamos verificar se todas as proposições apresentadas estão adequadas à situação apresentada inicialmente. Para isso, cada um pensará e organizará resoluções para todas as PPs, exceto a que você elaborou. Procurem pensar nas estratégias e resoluções que os alunos da Educação Básica possam fazer. Também reflitam sobre possíveis dificuldades dessas PPs. **Proposições**
PP1: Carlos tem 1 ¾ de uma pizza e quer servir porções de meio pedaço ½ para seus amigos. Quantas porções de ½ pizza ela conseguirá fazer? Quantas pizzas serão necessárias para que seja possível realizar a divisão por meio? Que estratégia podemos utilizar para entender que além de um inteiro será adicionado mais ¾ de outra pizza? Como você pode pensar nesse valor em número decimal? Quantas porções de meia pizza (1/2 = 0,5) é possível dividir com a quantidade de 1 ¾ de pizzas (1 ¾ = 7/4 = 1,75)? Ainda sobra algum valor que não será inteiro a divisão em meia pizza para cada? Quantos que vai sobrar para a última (quarta) pessoa?

PP2: Uma receita de bolo indica que sejam usadas 1 xícara e 3/4 de farinha de trigo. Ao procurar o recipiente você percebe que sua xícara tem metade da capacidade pedida na receita. Quantas xícaras você precisará nesse caso? Como você chegou a essa conclusão? Existe outro cálculo que daria o mesmo resultado? Explique.
PP3: Iniciamos com a leitura e discussão da notícia "*Brasileiro consome, em média, 154 litros de água por dia, aponta ONU*", sobre o consumo de água no Brasil, para a contextualização do problema. ***Proposição*:** Uma família consome ½ caixa d'água por dia. Considerando que na casa da dessa mesma família possui um reservatório de 1 ¾ caixa, em quantos dias a família consumirá toda a capacidade de água disponível? Como você chegou a esse resultado? A notícia relata que a média de consumo de água por dia por pessoa no Brasil é de 154 litros. Considerando que a família é composta por 5 pessoas, diariamente eles consomem mais ou menos que a média? ***Observação*:** a capacidade da caixa d'água ficará em aberto para que o aluno pesquise e infira a partir das informações dadas no exercício e das coletadas na pesquisa.
PP4: Tomás e sua mãe estavam montando um armário para o quarto dele. O intuito será utilizar esse armário para guardar seus jogos de videogame. Para cortar e parafusar as peças, Tomás e sua mãe utilizam uma trena. Certa hora, eles precisam fazer uma marcação para o parafuso em 1 3/4 m de uma peça de madeira e adicionar parafusos a cada 1/2m do início da peça até a marcação feita por Tomás e sua mãe. Quantos parafusos Tomás e sua mãe utilizarão nesse espaço?

Fonte: Registros do pesquisador (2024).

De certa forma, observando as proposições apresentadas (Quadro 2), pode-se afirmar que os professores participantes dessa experiência foram capazes de propor problemas interessantes e importantes. No entanto, a capacidade de propor problemas válidos parece estar ligada a outros fatores. A tendência de propor problemas sem explorá-los ou resolvê-los, foi uma prática inicial identificada nos professores. Elaboraram seus problemas sem que eles mesmos tivessem resolvido, o que pode indicar a falta de compreensão do potencial matemático e pedagógico da situação-problema apresentada. Das 12 PPs apresentadas, quatro não correspondiam à expressão $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$, duas correspondiam à expressão $1\frac{3}{4} \div 2$ e duas à expressão $1\frac{3}{4} \times 2$ levando-nos a inferir que as habilidades dos professores em PP, a partir da situação acima (Quadro 1), pode estar associada à sua falta de compreensão do significado da divisão de frações.

Reações semelhantes à de professores em início de carreira também foram identificadas nas PPs dos professores e em seus relatos reflexivos. Assim como Crespo (2003a), Crespo e Sinclair (2008) apresentaram em seus estudos, os professores sugerem uma preocupação em evitar que os alunos (da escola) fiquem confusos, obtenham respostas incorretas e gastem muito tempo com os problemas. Isso pode ser observado na PP1 ao inserir uma informação restrita e diretiva com relação ao número misto e a conversão da representação fracionário para a decimal. Nessa mesma direção, PP1, PP2 apresentam problemas com uma tendência mais tradicional, com perguntas diretivas que sugerem resoluções computacionais e/ou procedimentais.

Por outro lado, a PP2 solicitou aos alunos (seus possíveis resolvedores) explicações para suas estratégias ou resoluções. O que pode sugerir que eles se aventuraram a propor problemas com várias abordagens e soluções, mais abertos e exploratórios e cognitivamente mais complexos. Em seus registros, foram identificadas ações para ajudar os alunos a superarem conflitos cognitivos, como por exemplo, o uso de recursos manipulativos e tecnológicos.

Para Yao, Hwang e Cai (2021) o envolvimento dos professores de Matemática com tarefas de PP parece encorajá-los a explorar a situação-problema em busca de conhecimento conceitual (saber tanto o que fazer e por que fazer), portanto, é uma atividade que tem o potencial de desenvolver, nos professores, a compreensão conceitual e sua inclinação em desenvolver a mesma compreensão em seus alunos. Os professores foram capazes de propor problemas (como as PP3 e PP4) para a divisão de fração com base em outros entendimentos do conceito (modelo de medida, modelo partitivo, fatores e produto). Os mesmos autores defendem ainda, que a compreensão matemática dos professores tem impacto na compreensão matemática dos alunos.

Em suas pesquisas com professores do Ensino Médio, Cai et. al (2015) revelaram que eles eram capazes de propor problemas, contudo, apenas de forma parcial, e que o sucesso em elaborar problemas válidos pode estar relacionado à sua experiência e formação. Os professores participantes dos seus estudos tiveram mais sucesso ao reformular os problemas. Isso também foi constatado em experiências que sucederam a essa comunicação.

Conclusões

A concepção que prevalecia, entre os professores, antes de iniciarmos a implementação de tarefas de PP, era de que o papel do professor é propor problemas, enquanto o dos alunos é resolver problemas. Um dos problemas percebidos era a crença de que os estudantes não deveriam participar da PPM. O estudo sugere a necessidade de se levar em conta os conhecimentos sobre PP, que os professores trazem para suas formações, bem como abordar de forma cuidadosa a PP, a fim de ajudá-los a desenvolverem e reorganizarem o significado da PP.

Investigações iniciais sugerem que proporcionar aos professores oportunidades para explorar e discutir o potencial matemático e pedagógico dos problemas elaborados, por eles, pode ser um passo importante, no sentido de prepará-los para conceber oportunidades de aprendizagens para seus alunos, no decorrer do processo de PP nas aulas de Matemática e mudanças nas suas crenças.

Ainda no que diz respeito ao primeiro objetivo, um resultado significativo foi a aparente desconexão entre o conhecimento do conteúdo matemático dos professores e sua prática de instrução. Independentemente de sua confiança e competência em Matemática, todos os professores, deste estudo, apresentaram no início, práticas limitadas e limitantes de PP. Pode-se inferir que mais atenção tenha sido dada à capacidade de RP dos professores e pouca atenção à de (re)elaborar problemas *para* e *com* seus alunos. Porém, este estudo sugere que proporcionar uma experiência de PP aos professores através de CAPs, pode ser uma estratégia poderosa e um catalisador para que eles repensem suas tendências de PP, com baixo desafio cognitivo.

O conhecimento dos professores, de um modo geral, é fragmentado e processual. O objetivo principal é oportunizar a compreensão das razões conceituais dos tópicos de Matemática e os procedimentos no currículo escolar. Dessa forma, as CAPs parecem ser o ambiente apropriado para o aperfeiçoamento da competência de PP, desafiando e revisando o conhecimento e as crenças matemáticas dos professores em serviço.

É importante destacar ainda que a implementação de estudos que envolvam a PP como abordagem instrucional, no desenvolvimento profissional, é promissora pois está em conexão com a escola básica, envolve a pesquisa baseada em design, contempla uma perspectiva prospectiva e reflexiva, afasta-se de estudos lineares e busca compreender apenas o que funciona ou não. Tão importante quanto o planejamento de aulas, a experiência de ensino e a posterior reflexão sobre a PP, quando envolve a pesquisa baseada em design, é a formação de teorias locais associadas a estes estudos e a constituição de uma base de dados que seja utilizável pelos professores. A limitação deste estudo se dá por ter sido realizado em apenas um semestre. No entanto, é fonte de dados para o projeto maior ao qual está vinculado.

Referências e Bibliografia

Baumanns, L. & Rott, B. (2024). Problem-posing tasks and their influence on pre-service teachers' creative problem-posing performance and self-efficacy. *The journal of mathematical behavior*, v. 73, p. 101-130.

Brodie, K. & Chimhande, T. (2020). Teacher talk in professional learing communtities. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology (IJEMST), 8*(2), 118-130.

Cai, J. & Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posin: theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research.* V. 102, 8p.

Cai, J. & Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing: conceptualization, advances, and future directions for research. *Educ Stud Math***,** n. 105, p. 287–301.

Cai, J., *et al.* (2015). Problem-Posing Research in Mathematics Education: Some Answered and Unanswered Questions. In: Singer F., F. Ellerton N., Cai J. (eds*) Mathematical Problem Posing*. Research in Mathematics Education. Springer, New York.

Cai, J.& Rott, B. (2024). On understanding mathematical problem-posing processes. *ZDM Mathematics Education* 56, 61–71.

Cobb, P. *et al*. (2003). Design Experiments in Education Research. *Educational Researcher*. V.32, no. 1, p. 9-13, jan/fev.

Crespo, S. & Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *J Math Teacher Educ,* 11, 395–415.

Crespo, S. (2003a). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 243–270.

Jankvist U. T. *et al* (2021). Launching Implementation and Replication Studies in Mathematics Education (IRME), *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, Leiden, v. 1, n. 1, p. 1-19.

Klinshtern, M., Koichu, B., & Berman, A. (2015). What Do High School Teachers Mean by Saying "I Pose My Own Problems"? In F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical Problem Posing*. From Research to Effective Practice (pp. 449–467). Springer.

Pehkonen, E., & Hannula, M. (2004). Mathematical belief research in Finland. *NOMAD Nordic Studies in Mathematics Education*, *9*(2), 23–38. https://doi.org/10.7146/nomad.v9i2.147118

Penuel, W. R. *et al*. (2011). Organizing Research and Development at the Intersection of Learning, Implementation, and Design. *Educational Researcher*, *40*(7), p. 331-337.

Schoenfeld, A.H. Reflections on learning and cognition. *ZDM Mathematics Education* 46, 497–503 (2014). https://doi.org/10.1007/s11858-014-0589-8

Yang, X., Kaiser, G. & König, J. (2020). Relationship between pre-service mathematics teachers' knowledge, beliefs and instructional practices in China. *ZDM Mathematics Education* 52, 281–294.

Yao, Y.; Hwang, S. & Cai, J. (2021). Preservice teachers' mathematical understanding exhibited in problem posing and problem solving. *ZDM Mathematics Education* n.53, p. 937–949.

Proyectos en Modelización Matemática: Experiencia exitosa en el Bachillerato Internacional de Costa Rica

Julio **Marín** Sánchez
Universidad Nacional de Costa Rica, Campus Sarapiquí
Costa Rica.
julio.marin.sanchez@una.ac.cr

Introducción

El Bachillerato Internacional (BI) es un programa educativo de prestigio mundial que promueve el pensamiento crítico y la investigación interdisciplinaria. Implementado en colegios públicos de Costa Rica desde 2008 y en el Liceo de Cariari desde 2013, su enfoque en la modelización matemática permite a los estudiantes aplicar conceptos en la resolución de problemas reales en las evaluaciones internas. Estas exploraciones trascienden más allá del BI, ya que sus aplicaciones se extienden a contextos académicos, industriales y sociales. Este trabajo presenta investigaciones destacadas de los estudiantes del Liceo de Cariari en áreas como medio ambiente, agricultura y salud, demostrando la relevancia de la modelización matemática en la educación y su potencial para solucionar problemáticas reales en la sociedad costarricense.

Modelización Matemática en el Bachillerato Internacional

La modelización matemática consiste en representar fenómenos reales mediante modelos matemáticos para analizarlos y resolverlos (Blum y Leiß, 2007). En el BI, este enfoque se refleja en proyectos de investigación donde los estudiantes emplean herramientas matemáticas para abordar problemáticas diversas, promoviendo el razonamiento lógico y la capacidad de abstracción (IBO, 2020).

Proyectos destacados

En el BI, los estudiantes del Liceo de Cariari han destacado por aplicar la modelización matemática en investigaciones sobre medio ambiente, agricultura, salud y sociedad. A través de este proceso, han desarrollado modelos para analizar datos y resolver problemas reales, demostrando tanto el rigor académico del programa como el papel clave de las Matemáticas en la investigación y la toma de decisiones. Cada uno de estos proyectos aborda una problemática concreta y cercana al entorno del estudiantado, como por ejemplo:

- La ubicación óptima de una planta bananera considerando variables climáticas.
- La estimación del área foliar en hojas de limón dulce mediante técnicas de modelado estadístico.
- El análisis de la relación entre el índice de masa corporal y el tiempo en recorrer una distancia de 100 metros.

Por ejemplo, en el proyecto sobre la determinación de la ubicación de una nueva planta bananera, considerando la temperatura como factor clave. Se utilizaron diagramas de Voronoi e interpolaciones matemáticas para identificar la subregión óptima, concluyendo que una temperatura de 21,5°C favorece la producción eficiente del cultivo. Según la información de BASF, la temperatura ideal para el cultivo del banano es de 26°C, con variaciones en torno a esta cifra.

Por otro lado, en el proyecto de la estimación del área foliar en las hojas Citrus Limettioides, se desarrollaron modelos matemáticos para estimar el área foliar del limón dulce, facilitando la identificación de problemas de crecimiento. Se empleó la correlación de Pearson, encontrando una fuerte relación (r=0,89) entre la longitud del nervio central y el área foliar, permitiendo la optimización del manejo agrícola.

Conclusiones

Los proyectos desarrollados en el BI subrayan la importancia de la modelización matemática en la educación, ya que permiten a los estudiantes enfrentar y resolver problemas del mundo real de manera efectiva. Estos proyectos no solo fomentan el desarrollo de habilidades analíticas, sino que también muestran cómo las herramientas matemáticas pueden aplicarse en contextos prácticos, haciendo que el aprendizaje sea más relevante y significativo. La implementación de iniciativas de este tipo en la Educación Matemática es crucial, pues prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos contemporáneos. En el futuro, la incorporación de inteligencia artificial y simulaciones computacionales podría potenciar aún más la precisión de los modelos, al tiempo que se promueve la colaboración interdisciplinaria para enriquecer el proceso educativo.

{Enlace al Póster Digital: https://docs.google.com/presentation/d/18-gsCR_gHIx21E20G6tkikWr3KCxKNsE/edit?usp=sharing&ouid=101028196459748490451&rtpof=true&sd=true}

Referencias bibliográficas

BASF. (s.f.). Cultivo de banano. BASF Agricultural Solutions. https://agriculture.basf.com/cr/es/proteccion-de-cultivos/cultivos/cultivo-de-banano

Blum, W., y Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modeling problems? In C. Haines et al. (Eds.), *Mathematical Modeling* (pp. 222–231). Springer.

International Baccalaureate Organization (IBO). (2020). Mathematics: Applications and Interpretation—Subject Brief. Recuperado de: https://ibo.org/es/programmes/diploma-programme/curriculum/mathematics/

Resolución y análisis de problemas matemáticos mediante el uso de la modelización y la programación

Rodrigo Yoel **Combe**
Escuela de Matemática, Universidad de Panamá
rodrigo.combe@up.ac.pa
Ana Edith **Varela**
Escuela de Matemática, Universidad de Panamá
ana.varela@up.ac.pa
Quetzarilis **Guardia**
Escuela de Matemática, Universidad de Panamá
quetzarilis.guardia-p@up.ac.pa

Introducción

Este trabajo es el resultado de la experiencia en el aula con los estudiantes de la Licenciatura en Matemática de la Universidad de Panamá. Se presentaron diversos problemas que los estudiantes tenían que resolver en forma grupal, discutir y analizar para modelarlo y programarlo. La propuesta es que los estudiantes discutan y analicen diferentes opciones para la resolución de los problemas y por medio de un modelo que puede resultar algebraico o no, estudien la solución de estos problemas desde diferentes perspectivas. La metodología que se desarrolla es la modelización matemática como un método de instrucción en la enseñanza y aprendizaje de la asignatura. Este trabajo surge como asignación del primer módulo del curso de Simulación donde se les plantea que la modelización es un proceso estructurado de leer, analizar, plantear y resolver un problema dado en forma clara y eficiente mediante un modelo donde se planteen todas las aristas del problema. El desarrollo de esta experiencia busca que los estudiantes modelen el problema y lo programen a través de algún software, una vez programado pueden modificar los valores de entrada y visualizar como varían las respuestas.

Marco Teórico y Metodología

Este trabajo es tipo descriptivo ya que los datos recolectados están basados en los resultados obtenidos de la interpretación y solución presentado por los alumnos. El abordaje de la experiencia fue desde la teoría socio – constructivista fomentando el trabajo colaborativo entre los estudiantes y la discusión de los problemas y modelos planteados entre ellos socializando e

interactuando para construir el aprendizaje. Además, por la propia naturaleza de la actividad se consideraron también las teorías del aprendizaje basado en problemas y el aprendizaje situado y las teorías de Freudenthal sobre el aprendizaje matemático basado en contextos cotidianos.

El objetivo de la experiencia es analizar y resolver el problema asignado, plantear un modelo (diagrama o algoritmo) sobre la situación planteada, realizar un programa en Matlab para modelar el problema resolviendo las preguntas orientadoras y extraer conclusiones y generalizaciones. Se presentaron dos problemas que los estudiantes tenían que analizar, contextualizar y resolver primeramente de la forma tradicional y posteriormente mediante la construcción de un modelo que programaron usando el software Matlab.

Tabla 1
Problemas Planteados

Problema 1: el principe Alberto El príncipe Alberto colectó una canasta de con X manzanas de oro en el huerto encantado. Camino a su casa fue detenido por el gigante que custodiaba el huerto. El gigante le pidió en pago la mitad de las manzanas más otras m manzanas. El príncipe le dio las manzanas y se fue. Más adelante, lo detuvo un segundo gigante guardián. Éste le demandó el pago de la mitad de las manzanas que el príncipe tenía, más otras n manzanas. El príncipe se las pagó y se fue de nuevo. Antes de salir del huerto encantado, un tercer gigante lo detuvo y le pidió la mitad de las manzanas que le quedaban más otras p manzanas. El príncipe le pagó y tristemente se fue a casa.
Problema 2: el borrego Erick El borrego Erick está al final de una fila de borregos esperando para ser trasquilado. Hay x borregos delante de él. Pero como es un borrego impaciente, cada vez que se toma un borrego del frente para trasquilarlo, Erick se escabulle de la línea dos lugares hacia delante, salvo cuando queda un sólo borrego delante de él. En ese caso, él se escabulle sólo un lugar hacia delante y queda al frente de la fila.

En ambos problemas se le presento una guía de estudio con preguntas orientadoras para dirigir y canalizar sus ideas instando a desarrollar la creatividad y el pensamiento crítico. Los estudiantes trabajaron en forma colaborativa y grupal y requirió varias horas de trabajo en el aula y fuera de ella. Finalmente, se les asigno un horario para la exposición del modelo obtenido y de los resultados y patrones encontrados.

Resultados y Conclusiones

Los grupos de trabajo hicieron una presentación del problema asignado variando valores y buscando patrones para la generalización de la solución. Se fomento la comparación y discusión de resultados para enriquecer la experiencia. En cuanto al problema del príncipe Alberto todos coincidieron que se trataba de un modelo algebraico, encontraron varios patrones entre los resultados que se obtienen al variar la cantidad inicial de manzanas recogidas y las partes que le corresponden a cada gigante custodio del jardín. También analizaron la situación inversa. En cuanto al problema del borrego Erick fue interesante el abordaje, ya que algunos trabajaron la solución mediante congruencias mientras que otros lo abordaron utilizando la función piso.

Referencias y Bibliografía

Trigueros Gaisman, M. El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. (2009) *Innovación Educativa*, 9(46), 75-87. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=179414894008

Zaldívar Rojas, J. D., Quiroz Rivera, S. A., & Medina Ramírez, G. (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, 8*(15), 87-110. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=521653370007

Resolviendo Derivadas: Un estudio sobre el desempeño estudiantil en problemas técnicos y aplicados

Carmen Rodríguez **Poveda**
Escuela de Matemática, Universidad de Panamá
Panamá
carmen.rodriguezp@up.ac.pa
Rodrigo Yoel **Combe**
Escuela de Matemática, Universidad de Panamá
Panamá
rodrigo.combe@up.ac.pa
Ana Edith **Varela**
Escuela de Matemática, Universidad de Panamá
Panamá
ana.varela@up.ac.pa

Introducción

La derivada es un concepto clave en el cálculo diferencial, con aplicaciones en áreas como la ingeniería y las ciencias aplicadas. Comprender cómo los estudiantes resuelven problemas de derivadas, tanto en contextos técnicos como aplicados, es fundamental para mejorar las estrategias pedagógicas y optimizar el aprendizaje (Pantoja, Ortíz & Patiño, 2023).

Este estudio tiene como objetivo analizar el desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas de derivadas, diferenciando entre problemas cerrados (procedimentales) y abiertos (interpretativos y aplicados). Se asume que las capacidades matemáticas y los enfoques de aprendizaje de los estudiantes influyen en su rendimiento (Perales, 2016). Además, se busca identificar patrones en la resolución de ambos tipos de problemas para diseñar estrategias didácticas que mejoren la comprensión y aplicación de las derivadas (Hernández, 2016).

Presentación y Metodología

Este estudio utiliza un enfoque cuantitativo para analizar el desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas de derivadas, con ejercicios cerrados que aplican reglas de derivación y abiertos, que requieren interpretación en contextos reales.

La prueba fue aplicada a estudiantes de distintos niveles de la Licenciatura en Matemática para evaluar la variabilidad en el desempeño según su formación académica (Hernández, 2016). Los resultados fueron analizados mediante estadística descriptiva, identificando patrones y dificultades recurrentes en los tipos de problemas. Este enfoque permitió evaluar tanto problemas técnicos como aplicados, destacando fortalezas y áreas de mejora en los estudiantes (Pantoja, Ortíz & Patiño, 2023). A partir de los resultados, se diseñarán estrategias didácticas para optimizar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Desarrollo de la Propuesta

El objetivo principal de esta experiencia es analizar la capacidad de resolución de problemas de derivadas en estudiantes de la Licenciatura en Matemática, diferenciando entre problemas cerrados (procedimentales) y abiertos (interpretativos y aplicados). Se busca diseñar estrategias didácticas que fortalezcan la comprensión y aplicación de las derivadas en contextos reales.

Los resultados muestran que los estudiantes tienen un alto rendimiento en problemas cerrados, donde se aplica directamente el cálculo de derivadas. Sin embargo, enfrentan dificultades en los problemas abiertos, que requieren mayor capacidad interpretativa y aplicación de los conceptos en contextos más complejos. Los estudiantes tienen retos al pasar de la resolución algebraica a una comprensión más profunda y práctica de las derivadas (Hernández, 2016).

Esta investigación resalta la necesidad de reforzar tanto el aspecto técnico como su aplicación práctica. Los hallazgos indican la importancia de desarrollar estrategias didácticas que integren la teoría con las situaciones reales que los estudiantes encontrarán en su futuro profesional (Perales, 2016; Suarez Serrano & Meléndez Ruiz, 2023).

Tabla 1
Problemas Planteados (algunos ejemplos)

Problemas cerrados	Problemas abiertos
1. $f(x) = cos^3(2x)$ 2. $f(x) = 8\ ln\|2x - 8\|$ 3. $f(x) = \frac{x^2+8x}{x-3}$ 4. $f(x) = 3xe^{2x}$ 5. $f(x) = 5x^4 - 3x^2 + 9x - 6$	1. Encuentra los puntos de inflexión de la función $f(x) = x^4 - 8x^3 + 18x^2$ y discute su relevancia en la forma de la gráfica de la función. 2. Dada la función $f(x) = 2x - 8x + 6$. Determine los puntos donde la pendiente de la tangente a la curva es cero y explica qué representan esos puntos en el contexto de la función (mínimos/máximos). 3. Escribe una función $f(x)$ cuya derivada sea $f'(x) = 6x - 2$ y que pasa por el punto (1,4).

Fuente: encuesta privada. 2024.

Referencias Bibliográficas

Hernández, R. V. (2016). Errores matemáticos en el conocimiento procedimental al resolver problemas de superficies cuadráticas. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 8(1), 67-76. https://www.redalyc.org/journal/5177/517752176007/517752176007.pdf

Pantoja, L. M., Ortíz, J. A., & Patiño, L. F. (2023). Dificultades y errores en la resolución de problemas de tipo aditivo simple. *Revista Perspectivas*, 8(S1), 64–76. https://doi.org/10.22463/25909215.4114

Perales, R. G. (2016). Sexo femenino y capacidades matemáticas: desempeño de los más capaces en pruebas de rendimiento matemático. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*, 24(90), 5-29. https://www.scielo.br/j/ensaio/a/MMPC4Fb6q8W3s6y3FfLhrdC/?lang=es

Suarez Serrano, Y., & Meléndez Ruiz, R. (2023*).* La resolución de problemas en la Educación Técnica y Profesional: una visión de los alumnos. *Mendive. Revista de Educación*, 21(3). http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1815-76962023000300017&script=sci_abstract&tlng=pt

Sequências numéricas: Um estudo alicerçado na criação de problemas sobre números figurados

José Antonio **Salvador**
Universidade Federal de São Carlos - SP
Brasil
jasalvador@ufscar.br
Eleni **Bisognin**
Universidade Franciscana - RS
Brasil
eleni.bisognin@gmail.com
Vanilde **Bisognin**
Universidade Franciscana - RS
Brasil
vanilde.bisognin@gmail.com

Resumo

Nesse trabalho são apresentados resultados parciais de um projeto de pesquisa que tem como foco a criação de problemas. Participaram dessa pesquisa alunos de um curso básico de Engenharia Química, matriculados numa disciplina que possui um tópico sobre Sequências e Séries Numéricas. A temática proposta foi sequências numéricas e os alunos foram desafiados a criar problemas referentes a essa temática a partir da exploração dos números figurados. A coleta de dados teve por base as produções dos alunos e os resultados foram analisados a partir de categorias previamente estabelecidas e relacionadas com a estrutura matemática dos problemas propostos: informação, requerimento, contexto e ambiente matemático. Os resultados obtidos mostram que os alunos desenvolveram a capacidade de indagar, de criar e de resolver problemas complexos.

Palavras-chave: Criação de problemas; Resolução de problemas; Números figurados; Sequências numéricas; Ensino de Matemática.

Introdução

A resolução de problemas, enquanto metodologia de ensino e aprendizagem, tem sido objeto de estudos e pesquisas, nos últimos anos, em diferentes níveis de escolaridade. Nos estudos mais recentes, observa-se uma ênfase não apenas na resolução de problemas propostos pelo professor, mas uma crescente ênfase na criação de problemas envolvendo os alunos. De acordo com Allevato e Duarte (2020) e Malaspina (2013), a criação de problemas é tão fundamental quanto a resolução porque é possível desenvolver outras habilidades nos alunos, à medida que eles se envolvem no processo de proposição de novos problemas. Contudo, apesar dos resultados promissores em pesquisas sobre criação de problemas, ainda existe uma escassez de estudos nesse campo.

Sobre a atividade de criação de problemas Malaspina (2013), destaca que,

> [...] a atividade de criar problemas matemáticos complementa a resolução de problemas, uma vez que estimula ainda mais a criatividade e contribui para a aprendizagem de conceitos, proposições e procedimentos. Ela promove a argumentação, a reflexão e melhora a linguagem matemática (Malaspina 2013, p. 237).

Analisando-se os documentos oficiais referentes as Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de graduação da área de Ciências Exatas e da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), que guia os conteúdos da Matemática a serem abordados na Educação Básica, eles recomendam que as atividades com os alunos estejam fundamentadas na criação e resolução de problemas. Os documentos destacam as competências e habilidades necessárias para raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, favorecendo a formulação e solução de problemas em diversos contextos.

No presente trabalho são apresentados resultados de um estudo que teve como problema de pesquisa verificar como a construção dos números figurados contribuem para a compreensão de sequências numéricas. Para responder à questão, foi proposto a construção de atividades que foram trabalhadas com alunos matriculados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II de um curso de graduação em Engenharia Química, centrado no estudo de sequências numéricas que enfatizou a criação de problemas por meio da exploração de Números Figurados. O objetivo do trabalho é analisar as habilidades e competências relacionadas com a criação de problemas desenvolvidas pelos estudantes. O foco da proposta é a análise de números figurados e números figurados centrados, com uma abordagem que incorpora não apenas a determinação de termos gerais, mas também o estudo de propriedades, incluindo os problemas propostos pelos estudantes sobre a possibilidade de explorar as sequências de perímetros e áreas, ao conectar os pontos extremos dos números figurados e as relações desses padrões com equações discretas e sistemas lineares de equações.

Criação de problemas

Uma atividade de criação de problemas tem como ponto central a situação-problema que oferece o contexto e os dados que devem ser usados para obter uma solução. Esses dados podem ser provenientes de contextos extramatemáticos relacionados à vida cotidiana dos alunos ou intramatemáticos, próprios do universo da Matemática. Ambas as categorias de situações-

problema apresentam diversas subcategorias, que se diferenciam pela forma como os dados são apresentados podendo ser textos, figuras, gráficos, tabelas, expressões matemáticas ou padrões. A Figura 1, a seguir, ilustra os diferentes tipos de situações-problema.

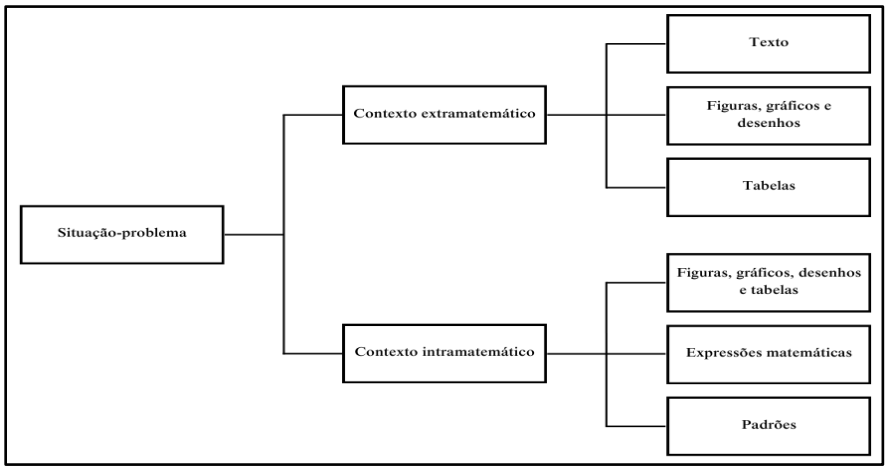


Figura 1. Contexto de criação de problemas (Adaptado de Cai, Hwang, Melville, 2023).

De acordo com Malaspina (2018) o Quadro 1 apresenta quatro elementos fundamentais que devem ser considerados em uma atividade de Criação de Problemas.

Tabela 1
Elementos fundamentais de um problema.

Elementos	**Descrição**
Informação	Dados quantitativos ou dados fornecidos explícita ou implicitamente no problema
Requerimento	O que se pede para encontrar, examinar ou concluir, incluindo gráficos e demonstrações.
Contexto	Podendo ser intramatemático (puramente matemático) ou extramatemático (contexto de situação cotidiana)
Ambiente Matemático	Estrutura matemática global na qual estão localizados os conceitos matemáticos que intervêm ou podem intervir para resolver o problema, por exemplo, funções lineares, teoria dos números, geometria analítica, etc.

Nota: Adaptado de Malaspina (2018).

Sobre a criação de problemas, os autores Blanco e Perez (2014) destacam diversos aspectos positivos para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Entre os benefícios mencionados, estão: o aumento do conhecimento matemático, uma vez que essa prática permite aos estudantes estabelecer conexões entre diferentes conteúdos ao coletarem dados, discutirem ideias e estratégias de solução, além de escreverem e se comunicarem de forma clara; a motivação, pois a criação de problemas desperta a curiosidade e fomenta uma atitude positiva em relação à Matemática; a superação de erros, pois o processo exige que o aluno selecione as informações relevantes para a resolução do problema; a avaliação da aprendizagem, já que, ao

criar problemas, o professor pode identificar as habilidades do estudante em utilizar o conhecimento matemático, seu modo de raciocinar e o desenvolvimento de conceitos; e, finalmente, a criatividade, que está diretamente relacionada à capacidade do estudante de gerar novos problemas. Leikin (2018) enfatiza a formulação de problemas como caminho para desenvolver talento matemático e criatividade, reforçando a importância desse enfoque. Em relação a formulação e resolução de problemas, Singer, Ellerton, Cai, Leung (2011) colocam que essa abordagem pode promover o envolvimento dos estudantes em atividade matemáticas autênticas; pode oportunizar encontrar muitos problemas, métodos e soluções; promover a criatividade e uma disposição para procurar novos problemas, métodos alternativos e soluções inovadoras. Ao utilizar essa abordagem Liljedahl (2020), destaca a impostância de transfor a sala de aula em um 'ambiente de pensamento matemático', ao propor problemas não rotineiros que estimulem a criatividade, a experimentação e a colaboração.

Metodologia da investigação

O desenho desta pesquisa corresponde a um estudo descritivo que busca estudar as produções dos alunos quando confrontados com tarefas de criação de problemas. Os sujeitos do estudo correspondem a um grupo de 49 alunos matriculados numa disciplina do curso básico de Engenharia Química de uma universidade pública, localizada no estado de São Paulo, Brasil. Nesse estudo foi desenvolvido um instrumento com duas tarefas semiestruturadas de criação de problemas, envolvendo números figurados triangulares.

Para a análise dos resultados seguimos as categorias definidas por Malaspina (2018) descritas no Quadro 1, que trata das etapas de criação de problemas o que nos permitiu estudar a capacidade dos alunos em criar problemas.

Análise dos resultados

A seguir são apresentadas as características gerais dos problemas criados pelos alunos e os resultados são apresentados de acordo com as categorias propostas nos estudos de Malaspina (2018).

O trabalho foi realizado com os alunos reunidos em grupos de 3 e 4 componentes com um total de 49 alunos, designados por G_1, G_2, etc ..., e que foram convidados a construírem sequências envolvendo números figurados triangulares. Para isso foi proposto um problema inicial descrito a seguir:

Tabela 2
Problema inicial.

a) O que são números figurados triangulares?
b) Represente geometricamente os primeiros termos da sequência de números triangulares.
c) Construa a sequência dos n primeiros termos dos números triangulares.
d) Observe o padrão e elabore uma lei de formação dos números figurados triangulares. Explicite o termo geral dos números triangulares T(n), $n \in N$ em função de n.
e) Faça um gráfico da função discreta que representa os números triangulares figurados (n, T(n)).

Nota: Elaboração dos autores.

Neste problema, a informação está constituída pelos números figurados triangulares, o requerimento está explicitado em cada pergunta, o contexto é intra-matemático e o ambiente matemático está relacionado com a construção de sequência numérica, representação gráfica, determinação do termo geral de uma sequência e variável discreta. Dos seis grupos todos conseguiram resolver o problema, embora alguns necessitaram de ajuda contínua do professor.

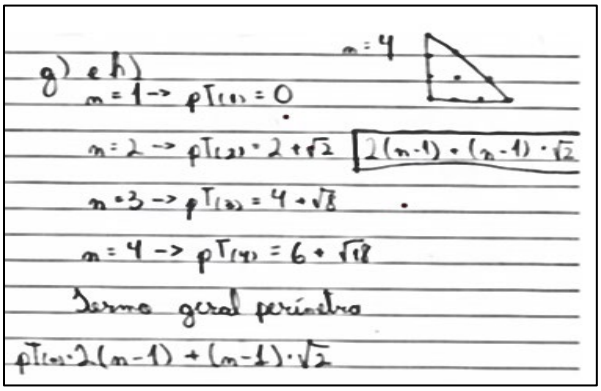
Com base no problema proposto e discutido em plenária o professor desafiou os alunos a proporem outros problemas. Apresentamos, a seguir, o problema proposto pelo grupo G_1.

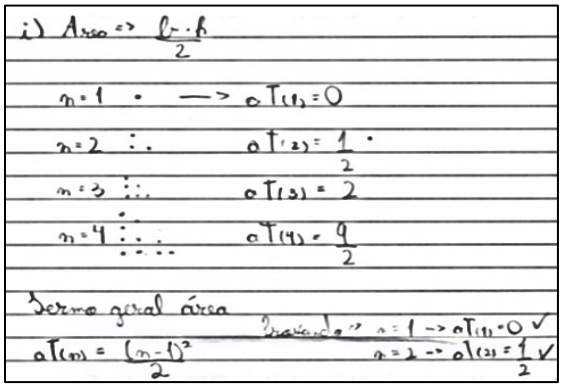
Tabela 3
Problema proposto pelo Grupo G_1.

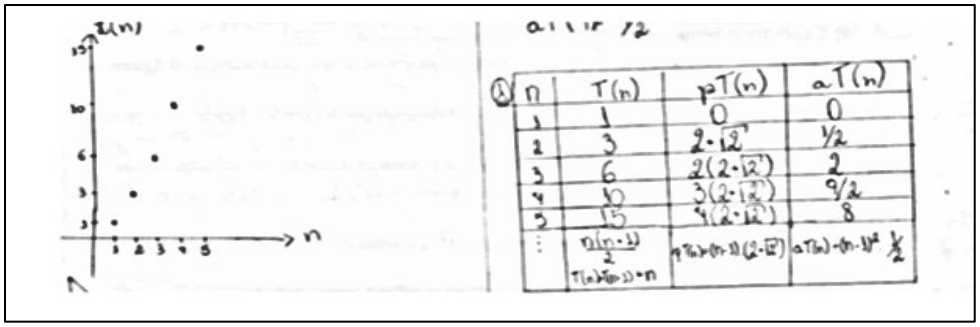
Problema:
g) Desenhe a sequência de números triangulares figurados ligando os pontos extremos dos triângulos retângulos; h) Construa a sequência dos perímetros pT(n) dos triângulos retângulos figurados; i) Obtenha a área de cada um dos triângulos figurados; j) Descreva o termo geral da sequência dos perímetros pT(n) da região que limita os números triangulares figurados; k) Achar o termo geral da sequência da área aT(n).

Nota: Elaboração dos autores.

Analisando-se o problema construído pelos alunos observa-se que o grupo propôs o problema por variação, mudando a informação, o requerimento, o entorno matemático e mantendo o contexto intramatemático. O problema contém todas as informações necessárias para a obtenção de uma solução coerente. Portanto, os alunos mostraram capacidade de variar um problema e criarem outro com novas informações e requerimentos. A seguir, apresenta-se a solução apresentada pelo grupo G_4.







n	T(n)	pT(n)	aT(n)
1	1	0	0
2	3	$2\cdot\sqrt{2}$	1/2
3	6	$2(2\cdot\sqrt{2})$	2
4	10	$3(2\cdot\sqrt{2})$	9/2
5	15	$4(2\cdot\sqrt{2})$	8
⋮	$\frac{n(n+1)}{2}$		

Figura 2. Solução apresentada pelo Grupo G_4 (Dados da pesquisa).

Após discussões na plenária os alunos questionaram as sequências construídas pois são todas sequências crescentes e indagaram ao professor se seria possível construir uma sequência decrescente. A partir do questionamento dos alunos o professor propôs que criassem uma situação problema com essa característica. A indagação dos alunos possibilitou ao professor explorar sequências decrescentes. A construção geométrica foi proposta pelo grupo G_1 e foi realizada em conjunto com o professor da disciplina, usando o software GeoGebra, conforme a Figura 3, a seguir.

Para a construção o grupo considerou a sequência de triângulos equiláteros encaixantes com os primeiros termos mostrados na Figura 3.

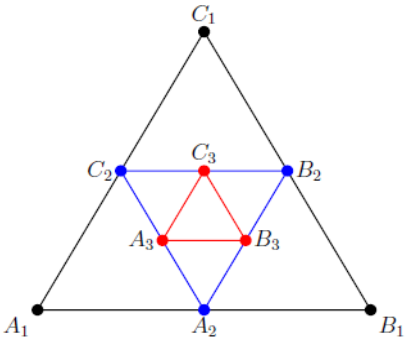


Figura 3. Sequências de Triângulos Encaixantes (Dados da pesquisa).

Para calcular a área A e o perímetro P de cada um dos triângulos encaixantes seguiram os seguintes passos:

1. Triângulo inicial: Consideraram que o lado do triângulo inicial é $l_1 = L$ (número real positivo) e, assim o perímetro P_1 (em unidades de comprimento) e a área A_1 (em unidades de área). Consideraram que o lado do triângulo inicial é

$l_1 = L$ e, assim o perímetro P1 e a área A1 são dados por:

$P_1 = 3L$

$$A_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}L^2$$

2. Triângulo 2 é formado pelos pontos médios do triângulo inicial. Os lados do segundo triângulo são metade do lado do triângulo inicial $l_2 = L / 2$, portanto o perímetro P_2 e a área A_2 são dados por:

$$P_2 = 3\frac{L}{2}$$

$$A_2 = \frac{1}{4}A_1 = \frac{1}{4}\,\frac{\sqrt{3}}{4}L^2 = \frac{\sqrt{3}}{16}L^2$$

3. Triângulo 3 é formado pelos pontos médios do segundo triângulo inscrito. Os lados do terceiro triângulo são metade do lado do segundo triângulo $l_3 = L/ 4$. O perímetro P_3 e a área A_3 são:

$$P_3 = 3l_3 = 3\frac{L}{4}$$

$$A_3 = \frac{1}{4}A_2 = \frac{1}{4^2}A_1 = \frac{\sqrt{3}}{64}L^2$$

Continuando com esse processo obtém-se as seguintes sequências apresentadas na Figura 4.

Triângulo n	Perímetro P_n	Área A_n
1	3L	$\frac{\sqrt{3}}{4}L^2$
2	$3\frac{L}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{16}L^2$
3	$3\frac{L}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{64}L^2$
⋮	⋮	⋮
n	$3\frac{L}{2^{n-1}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2^{2n}}L^2$

Figura 4. Perímetros e áreas dos triângulos construídos (Elaborado pelos autores).

Observando-se as sequências construídas, observa-se que as mesmas são decrescentes e convergentes porque calculando o limite quando n tende ao infinito do termo geral P_n e de A_n, obtém-se:

$$Lim_{n\to\infty}P_n = Lim_{n\to\infty}3\frac{L}{2^{n-1}} = 0$$

$$Lim_{n\to\infty}A_n = Lim_{n\to\infty}\sqrt{3}\frac{L^2}{2^n} = 0$$

Consideramos que as características particulares de cada problema, como a forma de apresentar as informações e as relações matemáticas que poderiam surgir deles, permitiram que os alunos colocassem em prática seus conhecimentos prévios, habilidades matemáticas e criatividade .

Considerações finais

Vários pesquisadores da área de Educação Matemática caracterizam a habilidade matemática de alunos que possuem talento para a matemática, considerando apenas as capacidades dos mesmos em trabalhar com tarefas de resolução de problemas. No entanto, na literatura existem poucos trabalhos que centram atenção no estudo do desempenho destes alunos talentosos quando confrontados com tarefas de criação de problemas.Nesse sentido, os estudos realizados por Silver e Cai (2005), entre outros, mostram que alunos com talento matemático apresentam melhor capacidade de criar problemas do que os seus pares que possuem menos habilidades em Matemática. Justificam a afirmação devido ao fato de que suas produções são mais ricas em termos de dificuldade de cálculo, tipo de conteúdo envolvido, diferentes modos de solução, complexidade linguística, tipo de perguntas, entre outras.

As ideias acima também foram observadas no grupo de alunos que participou do trabalho . Obsevou-se que, quando confrontados com o desafio de criar um problema, alguns alunos não conseguiram inicialmente estabelecer um diálogo, mesmo com seus pares de grupo.Após os questionamentos do professor e a interação com os colegas da turma os mesmos conseguiram propor alguns questionamentos. Isso mostra que é necessário colocar os alunos frente ao desafio de criar problemas e não apenas o de resolvê-los.

Referências e bibliografia

Blanco. M. F.; Pérez, I. A. G. (2014). La invención de problemas como tarea escolar. Escuela Abierta,(17), p.1-12.

Cai. J. and Hwang, S. and Melville, M. (2023). Mathematical Problem-Posing Research: Thirty Years of Advances Building on the Publication of "On Mathematical Problem Posing". Chapter 7, p.1 - 25.

Duarte, E. M.; Allevato, N. S. Gomes. (2020). Formulação de Problemas no desenvolvimento de um Jogo Educacional Digital de Matemática. Revista de Educação Matemática, (17), p.1-25.

Espinoza, J. (2011). Invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático: Un estudio exploratorio. Trabajo de Fin de Máster. Granada, España: Universidad de Granada.

Leikin, R.(2018) Giftedness and high ability in mathematics. In: Lerman, S. (Ed.). Encyclopedia of Mathematics Education. Cham: Springer International Publishing.

Liljedahl, P. (2020). Building Thinking Classrooms in Mathematics, Grades K-12: 14 Practices for EnhancingMath Learning. Corwin press.

Malaspina, U. (2013). La creación de problemas de matemáticas en la formación de profesores. Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, Sociedad de Educación Matemática Uruguaya,117–128.

Malaspina, U. J. (2018). ¿Cómo crear problemas de matemáticas? Experiencias didácticas con profesores en formación. UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática, (52), 307-313.

Singer, F. M., Ellerton, N., Cai, J., Leung, E. (2011). Problem Posing in Mathematics Learning and Teaching: a Research Agenda. In Ubuz, B. (Ed.), Developing mathematical thinking. Proceedings of the 35th PME, vol 1, pp.137-166 (Research forum). Ankara, Turkey: PME. ISBN: 978-975-429-294-7.

Silver, E. A.; Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by Middle school students. Journal for Research in Mathematics Education, 27 (5), p.521-539.

Transformando datos en decisiones: El papel de las Matemáticas contextualizadas en la administración

Vivian Libeth **Uzuriaga-López**
Universidad Tecnológica de Pereira
Colombia
vuzuriaga@utp.edu.co
Alejandro **Díaz-Llano**
Universidad Tecnológica de Pereira
Colombia
alejodiaz-527@utp.edu.co

Resumen

Se presentan resultados de una investigación en desarrollo, que explora ¿cómo utilizar el contexto de los estudiantes de administración de la Universidad Tecnológica de Pereira para favorecer aprendizajes significativos en Matemáticas? Se aborda la problemática de la alta deserción, desmotivación y repetición en las asignaturas de Matemáticas, así como las creencias epistemológicas de docentes que frecuentemente usan enfoques descontextualizados. Mediante una metodología mixta y un diseño experimental exploratorio; participaron 50 estudiantes de los programas de Administración de Empresas y Administración Ambiental en la implementación de situaciones contextualizadas para la enseñanza de Matemáticas básicas. Los resultados evidencian cambios en los procesos de enseñanza y aprendizaje, mejorando el interés estudiantil y una actitud favorable hacia las Matemáticas. Estos hallazgos muestran la necesidad de integrar el contexto en la enseñanza de la Matemática, atendiendo las necesidades y realidades de los estudiantes.

Palabras clave: Colombia; Constructivismo; Educación Matemática; Educación superior; Educación presencial; Investigación educativa; Matemáticas; Mediación pedagógica; Pereira; Resolución de problemas.

Definición y relevancia del problema

El interés de esta investigación surge de la pregunta: ¿Cómo utilizar el contexto de los estudiantes de administración de la Universidad Tecnológica de Pereira para favorecer aprendizajes significativos en Matemáticas? Este enfoque responde a problemáticas en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. A pesar de su relevancia en la sociedad, la ciencia, la tecnología y la toma de decisiones, la enseñanza de las Matemáticas a menudo se percibe como un proceso centrado en el docente, donde se considera "misteriosa, compleja, aburrida o desconectada de la realidad" (Martínez-Padrón, 2013, p. 3). Esta concepción predomina entre los docentes de Matemáticas para los programas de administración, quienes tienden a adoptar un enfoque de "clase magistral" que ignora las expectativas e intereses de los estudiantes. Como resultado, se generan actitudes desfavorables hacia el aprendizaje de las Matemáticas, contribuyendo a la desmotivación y frustración de los alumnos.

Otros estudios indican que los docentes suelen abordar el desarrollo de contenidos desde un enfoque solo matemático, caracterizado por un alto contenido de lógica y abstracción. Esta metodología “no se corresponde con la estrategia del estudiante para aprender” (Olaya, Carpintero & Gordillo, 2017). Esta creencia sobre la enseñanza puede ser una de las causas por las cuales muchos estudiantes perciben el aprendizaje como el uso solo de fórmulas para resolver ejercicios algorítmicos y procedimentales, desconectados de las problemáticas que enfrentan en su vida diaria o en su ejercicio profesional. Esta desconexión limita su aprovechamiento y reduce su forma de estudio a la toma de apuntes y la memorización, lo que fomenta la apatía hacia las Matemáticas. Como señala Martínez-Padrón (2013, p. 3), “quizás esta sea una de las causas de su impopularidad, generando angustia y aversión casi colectiva entre quienes no la entienden”.

Referencial teórica

Se puede pensar en currículos integradores en donde los contenidos y la relación con los programas de Administración a partir de los contextos sean considerados relevantes y significativos, como lo muestra la investigación de Castro, Velásquez-Echavarría & López-Sora, (2021) en donde se relaciona el concepto de contexto “a situaciones problemáticas reales, caracterizadas por cuatro componentes: atributos diversos, atributo relevante, ejemplificación y finalidad”, entendiendo que estos se utilizan para resaltar “la utilidad de lo que se aprende y debido a que se presume que tiene poder motivacional” (Gravemeijer & Doorman, 1999, p. 111)” (citado en p. 441). Este estudio se realizó sobre la faceta mediacional, “que refiere a los recursos usados para promover el aprendizaje”, y que junto a otras facetas conforman el “conocimiento didáctico del profesor” (p. 434).

Algunos de estos contextos están definidos a partir de las relaciones de los conceptos matemáticos con elementos que son relevantes en un ambiente diferente al de las Matemáticas. Los siguientes tipos de contextos pueden ser significativos para los procesos de aprendizaje de las Matemáticas en los programas de Administración Ambiental y Administración de Empresas de la Universidad Tecnológica de Pereira: real, perteneciente a otras ciencias; en esta investigación es administración, e Intramatemáticos.

Método y desarrollo conceptual

La investigación se desarrolla mediante una metodología mixta, con un enfoque experimental de tipo exploratorio, lo que permite investigar la problemática identificada y sistematizar los datos para un análisis riguroso. Las estrategias implementadas han sido puestas a prueba durante los últimos años en diferentes cursos de los programas de Administración.

Participaron 50 estudiantes, distribuidos en dos grupos de primer y segundo semestre académico del 2024: uno de Administración Ambiental y otro de Administración de Empresas. Esta selección de grupos permitió comparar las experiencias y percepciones de los estudiantes en diferentes contextos académicos, facilitando la identificación de patrones y tendencias en su aprendizaje de Matemáticas. A través de esta metodología, se buscó no solo comprender las dificultades enfrentadas, sino también proponer estrategias que favorezcan aprendizajes significativos y contextualizados.

Resultados

Se presentan algunas de las situaciones contextualizadas para la enseñanza de temas fundamentales en el primer y segundo curso de Matemáticas para los programas de administración. En particular, las dos situaciones han sido implementadas en el programa de Administración de Empresas. Las estrategias y situaciones desarrolladas en el marco del proyecto han pasado por diferentes pruebas y modificaciones tanto en los cursos como en los encuentros docentes al interior del Departamento de Matemáticas de la Universidad Tecnológica de Pereira y Comités curriculares de los programas académicos.

Experiencia en Matemáticas para Administración I (Administración de Empresas) Unidad: Razonamiento matemático - Teoría de Conjuntos

Situación problema: El Eje Cafetero se ha consolidado como un destino turístico preferido tanto por locales, como por visitantes nacionales y extranjeros. La afluencia de turistas en esta región es notable, como lo evidenció el registro realizado por la agencia de viajes **TurisUTP** durante el último fin de semana de las vacaciones de mitad de año.

Tabla 1
Contextualización de conjuntos, subconjuntos y elementos.

Registro: Compra de viajes en TurisUTP			
Salento (S)	Panaca (P)	Termales (T)	Parque del Café (PC)
Ana	Carlos	Miguel	Pedro
Luis	Ana	Laura	María
Javier	Sofía	Javier	Ana
Juan	María		Felipe
Felipe			
Laura			

Fuente: elaboración propia. 2024.

Actividad: Resolver las siguientes situaciones y relacionar las operaciones entre conjuntos involucradas.

Tabla 2
Operaciones entre conjuntos, subconjuntos y relación de pertenencia.

	Preguntas	Respuestas esperadas
1.	¿Qué personas no compraron viajes a Salento?	Determinar S'
	Para las preguntas 2 a 8, considere solo los destinos Salento y Panaca	
2.	Pensando en los destinos de Salento y Panaca ¿Quiénes son las personas que compraron viajes a ambos destinos?	Determinar la intersección de S y P $(S \cap P)$
3.	¿Cuáles personas compraron viajes solo a Salento?	Calcular $S - P$ (diferencia de S y P)
4.	¿Cuántas personas compraron viajes solo a Panaca?	Calcular $\lvert P - S \rvert$ (cardinal de la diferencia de P y S)
5.	¿Cuál es el conjunto de todas las personas que compraron viajes al menos a uno de los dos destinos?	Determinar la unión de los conjuntos S y P, $(S \cup P)$
6.	¿Cuántas personas compraron viajes en total a ambos destinos?	Calcular el número de elementos del conjunto $S \cup P$
7.	¿Luis es parte de las personas que compraron viajes a Panaca?	Verificar si Luis pertenece al conjunto P
8.	¿Qué personas compraron viajes solo a uno de los destinos?	Identificar $S \Delta P$
9.	Si se ofrece un descuento por comprar un segundo viaje a Salento, ¿Es Ana una persona de interés?	Verificar si Ana pertenece al conjunto B
10.	¿Es correcto afirmar que las personas que compraron a Termales también compraron a Salento?	Verificar si $T \subset S$
11.	Teniendo en cuenta que el Parque del Café y Panaca son parques temáticos de la región, se hace el lanzamiento de la campaña "TurisUTP te invita a disfrutar de otro parque temático en el Eje Cafetero". ¿A qué personas se les puede dirigir la información para conocer el Parque del Café? ¿A cuántas personas se les puede enviar la información para conocer Panaca?	Hallar $PQ - P$ y el cardinal del conjunto $P - PQ$
12.	Debes proponer una campaña que pueda ser de interés para la agencia. Usa una representación gráfica para conocer la población de interés a la que podría dirigirse esta campaña.	Expresar operaciones entre conjuntos y representar en diagramas de Venn.

Fuente: elaboración propia. 2024.

La actividad promovió una alta participación de los estudiantes en el aula. Se manifestó de manera natural su interés por explorar nuevas situaciones, independientemente de su relevancia en el contexto planteado. Asimismo, surgieron propuestas entre los estudiantes para analizar dichas situaciones. De este modo, el docente adoptó el rol de guía o mediador en las discusiones generadas.

Experiencia en Matemáticas para Administración II (Administración de empresas y Administración Ambiental)

Unidad: Límite de una función

Situación problema: En época vacacional la compañía ***AutoCafé Rentals*** ofrece dos tipos de servicios a sus clientes, buscando una mayor adaptabilidad a sus necesidades. Un resumen de los dos servicios que ofrecen, se muestra a continuación:

Tabla 3
Contextualización de funciones y límites.

Servicio A	Servicio B
Costo semanal por membresía: $500.000	Sin costo semanal por membresía
Las primeras 15 horas semanales de uso de un vehículo están incluidas en la membresía	Cada hora o fracción de uso de un vehículo y hasta 15 horas semanales tiene un costo de $50.000
Después de 15 horas de uso de un vehículo, cada hora o fracción adicional tiene un costo de $50.000	Después de 15 horas de uso de un vehículo, cada hora o fracción adicional tiene un costo de $30.000

Fuente: elaboración propia. 2024.

Actividad: Se presentan diversas situaciones relevantes para los clientes y la empresa. Resuelva cada una, utilice notación matemática cuando sea posible para respaldar sus respuestas.

1. La compañía decidió presentar la información de cada servicio de manera gráfica. Para el caso del Servicio A y un alquiler hasta de 30 horas, se generó la siguiente imagen:

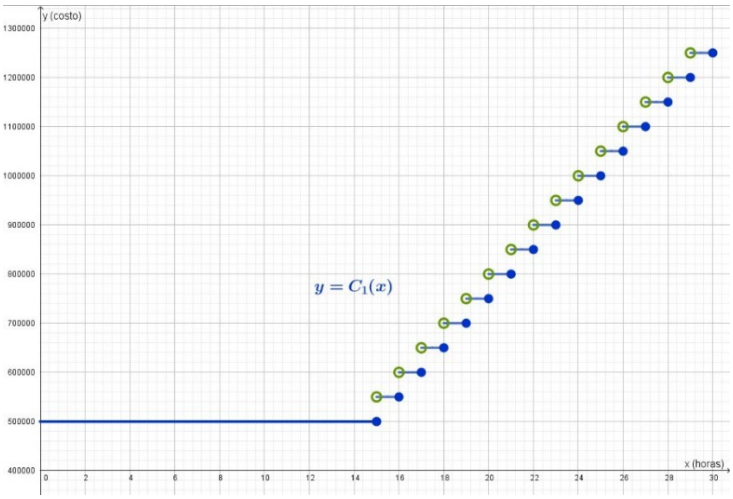


Figura 1. Representación gráfica de una función. Elaboración propia. 2024.

¿Cuál sería una representación gráfica útil para un cliente que pueda alquilar el vehículo hasta por 30 horas?

- **Solución**: Representar información contextualizada sobre el plano cartesiano por medio de funciones por tramos discontinuas.

2. Las funciones que representan cada servicio tienen puntos abiertos y otros cerrados. Es importante que un cliente pueda identificar claramente lo que estos representan. Por esta razón, bajo cada imagen se agregará un texto que contenga una explicación clara y simple del significado de estos puntos. **¿Qué podría decir este texto?**

    - **Solución**: Relacionar, interpretar y relacionar puntos abiertos o cerrados de una función con la información dada.

3. Es común que los clientes realicen consultas sobre situaciones puntuales. Un cliente tiene claro que necesita alquilar un vehículo alrededor de 10 horas, posiblemente unos minutos más o unos menos. Su duda es ¿cuál será el precio en cada tipo de servicio?
   ¿Qué le podría responder?

    - **Solución**: Calcular límites laterales de una función por tramos. Además, determinar la existencia de un límite.

4. Después de escuchar la respuesta anterior, el mismo cliente pregunta por el caso en que alquile el vehículo alrededor de 20 horas, posiblemente algunos minutos más o menos. **¿Cuál es la respuesta en esta nueva situación?**

    - **Solución:** Calcular límites laterales de una función por tramos. Además, determinar la existencia de un límite.

5. Para facilitar la información a los clientes, es útil tener claro bajo qué condiciones es más conveniente usar un servicio u otro. **¿Cuáles son estas condiciones para cada caso?**

    - **Solución**: Calcular y comparar los límites de diferentes funciones en puntos iguales. Además, utilizar la información dada para la toma de decisiones.

6. Después de la temporada vacacional, ***AutoCafé Rentals*** debe elegir uno de los Servicios para implementar durante toda la temporada baja. **¿Qué servicio es el más conveniente?**

    - **Solución**: Comparar el comportamiento de funciones discontinuas y fortalecer la toma de decisiones.

Esta actividad representó un reto para los estudiantes, quienes mantuvieron una comunicación constante entre los algoritmos aprendidos y sus interpretaciones en el contexto. También resultó desafiante para el docente, ya que, al finalizar la actividad, los estudiantes a menudo se cuestionaron sobre otras opciones no sugeridas en el documento. Además, la resolución de la actividad les permitió analizar la conveniencia no solo para el cliente, sino para la empresa, lo que fortaleció su comprensión de la relación entre consumidor y productor.

Conclusiones

La contextualización de conceptos a través de diversas situaciones despertó el interés de los estudiantes, lo que los llevó a involucrarse activamente en su proceso de aprendizaje. Además, mostraron interés al proponer otras situaciones que podían modelarse de manera similar, como la venta de productos al por mayor con descuentos, ejemplificada en la Actividad 2 presentada en el documento.

Por otro lado, en los últimos tres años, las metodologías de aula enmarcadas en el proyecto han sido implementadas en diversos cursos de Matemáticas en los programas de Administración de Empresas y Administración Ambiental de la Universidad Tecnológica de Pereira. Estas metodologías han permitido a los docentes observar un impacto significativo en el aprendizaje de los estudiantes, fomentando no solo la comprensión de conceptos matemáticos, sino en el desarrollo de habilidades críticas y argumentativas. La tabla siguiente resume algunas conclusiones a las que llegaron los docentes.

Tabla 4
Conclusiones sobre la Implementación de la contextualización en Matemáticas.

Ítems presentados a los docentes	Respuestas de los docentes
Interés de los estudiantes	Los docentes reconocen que los estudiantes se muestran más interesados en los contenidos del curso en los microcurrículos, comparado con otras estrategias que priorizan la orientación formal de conceptos matemáticos. Esto se refleja, por ejemplo, en la lectura de material antes de las clases y las consultas sobre talleres de estudio propuestos.
Participación activa de los estudiantes en el aula. ¿Cómo ha sido el compromiso de los estudiantes con su proceso de aprendizaje?	Para los docentes se ha vuelto común que los estudiantes participen de las clases de manera más activa y consciente. Esto se evidencia, por ejemplo, en los casos en que los estudiantes proponen hipótesis diferentes en un contexto planteado para analizar los posibles comportamientos.
Propuesta de situaciones por los estudiantes y participación guiada de los docentes.	Los docentes también han encontrado que ciertas situaciones contextualizadas les permiten a los estudiantes realizar analogías con otras que son similares o que puedan ser estudiadas bajo los conceptos matemáticos vistos. Esto se debe, en gran parte, a que la mayoría de la población trabaja o ha trabajado en diversos medios. A su vez, ya que los estudiantes desde la experiencia pueden conocer las situaciones que proponen. Lo que compromete a los docentes a una planeación de clase, no desde la teoría, sino involucrando situaciones reales, cotidianas y significativas para los alumnos, que lleve a trascender la Matemática más allá de una fórmula, una ecuación o un algoritmo.
Fortalece la comprensión de la información en los estudiantes	Puesto que los contextos plantean elementos que son relevantes y en la mayoría de los casos conocidos por los estudiantes; los docentes encuentran que la implementación de estas estrategias en el aula les permite a los alumnos comprender los conceptos y procedimientos matemáticos estudiados. De igual manera, la aplicación de algunos procedimientos matemáticos les facilita a los estudiantes entender su sentido y aplicación.

Fortalece la toma de decisiones	Las situaciones planteadas permiten a los estudiantes comparar de manera efectiva los resultados que en otros casos quedarían en el ámbito de cálculos. Basados en el uso de conceptos matemáticos, los estudiantes logran identificar situaciones convenientes bajo hipótesis adecuadas, lo que resulta en una toma de decisiones a partir de información verificada. Además de las intenciones planteadas por los docentes en cada situación contextualizada, permite a los estudiantes analizar otras a partir de variaciones de la información dada.
Fortalecimiento de la relación docente – estudiante y estudiante – estudiante	La reiterativa implementación de situaciones contextualizadas en el aula, ha permitido a los docentes realizar una evaluación continua del proceso de aprendizaje de cada estudiante y del grupo en general. Las interacciones dentro del aula han contribuido a establecer un canal de comunicación entre estudiantes y docentes dentro y fuera de clase, porque se puede realizar por medio de asesorías personales, grupales tanto de manera presencial como mediada por recursos TIC.

Fuente: elaboración propia. 2024.

Referencias y bibliografía

Carvajal-Olaya, P., Trejos-Carpintero, A. A., & Gordillo, M. I. (2017). Prácticas docentes que influyen positivamente en el desempeño académico de los estudiantes. *Memoria Séptima Conferencia Latinoamericana sobre al abandono en la Educación Superior, VII CABLES* (págs. 46-55). Córdoba, Argentina: Saino-Martín.

Castro, W., Velasquez-Echavarria, H., & Lopez-Sora, J. (2021). Recursos Didácticos y Contextos Usados por Futuros Profesores de Matemáticas. *Bolema Boletim de Educação Matemática*, 432-458.

Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context Problems in Realistic Mathematics Education: A Calculus Course as an Example. *Educational Studies in Mathematics*, 111-129.

Martinez-Padron, O. J. (2013). Las creencias en la educación matemática. *Educere*, 235-243.

Um olhar para trabalhos acadêmicos que abordam a Educação Financeira segundo a Modelagem Matemática

Andréia Araújo de Farias **Aquino**
Instituto Federal do Paraná
Brasil
andreia.aquino@ifpr.edu.br
Lilian Akemi **Kato**
Universidade Estadual de Maringá
Brasil
lilianakemikato@gmail.com

Resumo

A Educação Financeira (EF) vem ganhando espaço na Educação Matemática (EM) por inserir-se como tema transversal à Matemática, o que refletiu na publicação de trabalhos acadêmicos que procuram estudar a EF sob o enfoque da EM. Muitos trabalhos buscam nas tendências em EM alternativas para o desenvolvimento da EF nas aulas de Matemática. Neste trabalho, voltamos nosso olhar para trabalhos que utilizam a Modelagem Matemática (MM), buscando evidenciar, por meio de uma revisão sistemática de literatura, as características das teses e dissertações que utilizaram a MM no contexto da EF. A análise dos trabalhos constituintes do *corpus* da pesquisa mostrou que a MM possibilita integrar a Educação Financeira no ensino da Matemática Financeira e conscientizar sobre o comportamento financeiro dos indivíduos.

Palavras-chave: Educação Matemática; Matemática Financeira; Revisão Sistemática; Educação Financeira Escolar; Metodologias de Ensino.

Introdução

A Educação Financeira (EF) ganhou espaço nos últimos anos em diversos setores da sociedade. Bancos, empresas, entidades da sociedade civil, governos e instituições de ensino têm debatido e desenvolvido ações que procuram melhorar a capacidade das pessoas em compreender um sistema econômico e financeiro cada vez mais complexo.

Romão e Alboni (2024), ao realizarem um estudo sobre a implementação da EF nos sistemas de ensino de 37 países, apontaram que há uma tendência mundial em instituir a EF como uma política pública nos diferentes níveis, etapas e modalidades de ensino, a fim de promover uma alfabetização financeira capaz de reeducar o comportamento dos indivíduos frente ao uso de suas finanças.

Ainda segundo os autores, a EF passou a ser implementada nas escolas do Brasil a partir de 2010, ainda de maneira incipiente, com a instituição da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF). Em 2018, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) passou a possibilitar o ensino da EF como tema transversal ou como um componente curricular independente no Ensino Fundamental ou Médio, o que difundiu a EF pelo país.

A EF se mostra presente atualmente na realidade dos cidadãos e a escola vem se preparando para lidar com essa nova demanda. Isso envolve trazer para o ensino da EF, temas do cotidiano dos estudantes e metodologias que potencializem a compreensão dos estudantes sobre a temática.

> [...] discutir Educação Financeira é discutir os temas atuais que envolvem o dinheiro e nossa relação com ele e, como conseqüência, o currículo e a metodologia de ensino deverão acompanhar as mudanças que ocorrerem no cenário social, o que sugere que qualquer proposta que for implantada em nossas escolas deverá estar em constante transformação (Silva e Powell, 2015, p. 15).

No Brasil, a EF tem sido fortemente relacionada ao ensino de Matemática, seja por sua inevitável ligação com a Matemática Financeira, cujos conteúdos já estão consolidados no currículo da Educação Básica, seja pelo fato de que a compreensão das operações financeiras e dos dados econômicos dependem do conhecimento de conceitos matemáticos, muitas vezes sofisticados.

Desta forma, passamos a estudar a EF inserida no campo da Educação Matemática "[...] cujo objeto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática, nos diversos níveis da escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática" (Pais, 2001, p. 10).

Dentre os diversos aspectos da EF que podem ser estudados sob as lentes da Educação Matemática, nos interessamos pela utilização da Modelagem Matemática (MM) em atividades de EF nos mais diferentes níveis de ensino e, com o objetivo de evidenciar as características das teses e dissertações que utilizaram a MM no contexto da EF, realizamos uma revisão sistemática de literatura.

Apresentaremos nas próximas seções o referencial teórico, o percurso metodológico e os resultados obtidos e, em seguida, teceremos algumas considerações.

Educação Financeira e Modelagem Matemática

Há diversas formas de se compreender a EF, a depender do público alvo das ações a serem desenvolvidas ou da instituição que a promova, indo desde definições utilitaristas, voltadas para

a adequação das pessoas ao sistema econômico vigente, até aquelas que procuram promover a reflexão sobre as consequências do modo de vida capitalista e das escolhas financeiras das pessoas.

A Organização para o Comércio e Desenvolvimento Econômico (OCDE), por exemplo, entende a EF como sendo "[...] o processo pelo qual consumidores e investidores aprimoram seu entendimento em relação a conceitos e produtos financeiros [...], a fim de melhorar a sua proteção e o seu bem-estar financeiro" (OCDE *apud* Silva e Powell, 2014, p. 9).

Hartmann e Maltempi (2022, p. 2) compreendem a EF como um convite a "ações e diálogos, acerca do contexto social, financeiro e econômico dos cidadãos, visando a melhoria da qualidade de vida das pessoas e da sociedade em que vivem, possibilitando tomadas de decisão, pautadas em aspectos econômicos, financeiros, sociais, culturais e comportamentais".

Silva e Powell diferenciam a EF praticada no contexto educacional denominando-a de Educação Financeira Escolar (EFE) e a definem como

> [...] um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino, que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem (Silva e Powell, 2015, p. 12-13).

Nesse cenário, assumimos que o processo de ensino é um dos aspectos a serem levados em consideração quando a EF é adotada no ambiente escolar, o que nos leva a pensar nas metodologias que podem ser empregadas na EFE, especialmente àquelas que se articulam com a Matemática, que, conforme já exposto, tem sido a área à qual mais tem sido atribuída a responsabilidade da EF.

Dentre as diversas formas de se ensinar Matemática, trazemos como destaque as chamadas tendências em Educação Matemática (História da Matemática, Jogos, Tecnologias Digitais, Resolução de Problemas, Modelagem Matemática e Etnomatemática) propostas como "[...] modos de ensinar e aprender [Matemática] concebidos por meio de discussões, seminários, congressos e pesquisas [...]" (Rocha e Kalinke, 2020, p.10).

Das tendências apontadas por Rocha e Kalinke, interessa-nos especialmente a Modelagem Matemática, pois, enquanto processo de ensino, possui "certa pluralidade de concepções, sendo vislumbrada, por exemplo, como metodologia de ensino, método de ensino, estratégia de ensino, ambiente de aprendizagem pautado na investigação e indagação e, ainda, como sistema de aprendizagem" (Klüber e Burak, 2013, p. 281).

Além disso, permite "[...] partir de situações não matemáticas, muitas vezes relacionadas a temas sociais relevantes, para alcançar modelos matemáticos" (Rocha e Kalinke, 2020, p. 87) o que, em nossa compreensão, pode favorecer a EFE podendo ser utilizada, inclusive, com outras tendências em Educação Matemática, como demonstra Bergamim (2024) que articula em sua tese a História da Matemática e a MM e Lopes (2024), que analisa a interatividade dos usuários de Tecnologias Digitais em atividades de Modelagem.

Percurso metodológico e resultados

Este trabalho situa-se em uma abordagem metodológica qualitativa, visto que o objetivo é de caráter subjetivo, visando estabelecer compreensões sobre a EF e a MM por meio de uma revisão bibliográfica.

Do ponto de vista dos procedimentos técnicos para obtenção dos dados a serem analisados optou-se pela revisão sistemática de literatura, conforme proposto por Mendes e Pereira (2020, p. 209):

> [...] compreendemos que a revisão sistemática consiste em sistematizar aspectos de interesse contidos na literatura tomada como referência, de modo a seguir uma organização e um processo de seleção que evidencie o que foi feito para, posteriormente, ter possibilidade de apontar rumos de investigações.

A busca pelos trabalhos constituintes do *corpus* da pesquisa se deu na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) e no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoas de Nível Superior (CAPES) nos meses de dezembro de 2024 e janeiro de 2025, com o termo de busca "Educação Financeira". Em seguida aplicamos os seguintes filtros na pesquisa inicial:

- BDTD: "TODOS os termos" em correspondência da busca. Idioma limitado a português. Ilustrado sem preferência. Sem limitação de tipo de documento e ano da publicação.
- CAPES: *Tipo* - Doutorado, Doutorado Profissional, Mestrado e Mestrado Profissional; *Grande Área* - Ciências Exatas e da Terra, Ciências Humanas e Multidisciplinar; *Área do Conhecimento* - Ciências e Humanidades para a Educação Básica, Educação, Educação de adultos, Educação em periferias urbanas, Ensino, Ensino de Ciências e Matemática, Ensino profissionalizante e Matemática.

Utilizando os critérios de busca elencados obtivemos 517 trabalhos na BDTD e 509 trabalhos no catálogo da CAPES, entre teses e dissertações. Verificou-se que 233 trabalhos apareciam nas duas bases de dados. Com isso, os 1026 trabalhos obtidos inicialmente foram reduzidos para 793, os quais procedemos a leitura do título, resumo e palavras-chave, aplicando os seguintes critérios de exclusão e inclusão:

- Critérios de exclusão: o trabalho não é da área de Educação ou Ensino; não está acessível; trata exclusivamente de Matemática Financeira; não assume nenhuma das tendências em Educação Matemática.
- Critérios de inclusão: o público-alvo ou participantes são estudantes da Educação Básica, Educação Superior ou professores em formação inicial ou continuada; deve apresentar ou implementar atividades de Modelagem Matemática.

Após a aplicação dos critérios de exclusão e inclusão, 5 trabalhos passaram a constituir o *corpus* de análise considerando o objetivo de evidenciar as características das teses e dissertações que utilizaram a MM no contexto da EF (Quadro 1), os quais procedemos a leitura integral dos textos.

Quadro 1
Teses e dissertações sobre EF em que a MM é adotada como tendência

	Título	Autor	Ano	Instituição	Tipo	Nível
1	Educação Financeira: uma abordagem centrada na Modelagem Matemática	Souza, Ricardo Antonio de	2018	Pontifícia Universidade Católica - SP	Tese	Ensino Superior
2	Modelagem Matemática, compreensão e linguagem : interlocuções fundamentadas na filosofia de Wittgenstein	Seki, Jeferson Takeo Padoan	2019	Universidade Estadual de Londrina	Dissertação	Ensino Superior - Licenciatura em Matemática
3	Financiamentos imobiliários e Modelagem Matemática: uma proposta para o ensino-aprendizagem de sistemas de amortização.	Lima, Ravenia Adail Silva Vieira	2019	Universidade Federal Rural do Semi-Árido	Dissertação	Ensino Médio
4	Educação Financeira e o Ensino de Matemática: uma experiência didática	Pereira, Amanda Araújo.	2021	Universidade do Estado de Mato Grosso	Dissertação	Ensino Médio
5	Situações desencadeadoras de Aprendizagem e Modelagem Matemática em uma atividade para a Educação Financeira	Gomes, Rafaeli Lobo.	2023	Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará	Dissertação	Ensino Fundamental

Fonte: Dados da pesquisa.

No primeiro trabalho envolvendo MM e EF, Souza (2018) faz uma comparação da capacidade de análise e tomada de decisões financeiras de 29 estudantes de um Curso Superior de Tecnologia em Logística que participaram de uma oficina de Matemática Financeira utilizando a MM como cenário de investigação, conforme proposto por Barbosa, com 32 estudantes de um Curso Superior de Tecnologia em Informática que não participaram da oficina. Na referida oficina, os estudantes criaram um modelo matemático para analisar o valor de venda de um carro de modo a auxiliar na decisão de compra de um carro novo ou usado.

Os estudantes dos dois cursos responderam a um questionário composto por 29 questões objetivas e duas questões discursivas que versavam sobre hábitos de consumo, conhecimentos financeiros e impressões relativas à Matemática Financeira e EF. Após analisar os dados por meio da análise coercitiva conclui que "[...] quando a Matemática financeira é desenvolvida utilizando a modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem, pode contribuir para a melhora do comportamento financeiro dos sujeitos, corroborando o desenvolvimento da educação financeira" (Souza, 2018, p. 107).

A dissertação de Seki (2019) teve como objetivo investigar como se dá a compreensão em atividades de MM desenvolvidas em uma disciplina de Matemática Financeira de um curso de Licenciatura em Matemática. O pesquisador desenvolveu e analisou duas atividades de MM com 9 alunos de Licenciatura em Matemática em uma disciplina de Matemática Financeira, cujos

temas foram Microcervejaria Artesanal e Financiamento de Veículos. Os dados foram registrados por meio das produções dos alunos, gravações de áudio e vídeo, aplicação de questionário e realização de entrevistas e foram analisados por meio da Análise de Conteúdo.

Apesar da EF não ser o tema central do trabalho ou mesmo ser mencionada nos objetivos, a análise dos dados revelou que "o uso da Modelagem Matemática como possibilidade para integrar a Educação Financeira no ensino de Matemática Financeira emerge como uma alternativa para a formação de alunos capazes de compreender e agir em situações econômico-financeiras" (Seki, 2019, p. 112).

Lima (2019) apresenta uma proposta de ensino-aprendizagem por meio da MM, para estudantes do Ensino Médio, com a temática sistemas de amortização nos financiamentos imobiliários. De acordo com a proposta, que assume a concepção de MM de Biembengut e Hein, os estudantes fariam uma pesquisa inicial para familiarização com o tema e, a partir de simulações de financiamentos habitacionais realizadas em sites de instituições bancárias, haveria a formulação de uma situação problemas (fase de interação). Em seguida, haveria a fase de matematização, onde os conteúdos matemáticos necessários à resolução do problema seriam trabalhados e, por fim, a fase de elaboração do modelo matemático.

É importante salientar que Lima (2019) apresenta a proposta sem, no entanto, aplicá-la em sala de aula. Além disso, apesar de não explicitar as Tecnologias Digitais como parte da metodologia de ensino, é dada grande ênfase ao uso da planilha Excel e do software Geogebra para a execução das atividades e compreensão dos conceitos matemáticos.

Na dissertação há uma seção intitulada "Analfabetismo Financeiro Brasileiro & Educação Financeira" sem, contudo, haver a explicitação de como a EF será desenvolvida na proposta. Há, no entanto, a indicação implícita de que a MM contribuiria para o desenvolvimento de algumas competências de indivíduos educados financeiramente.

> Assim, a Modelagem permite ao aluno que durante o estudo de Matemática Financeira tenha uma visão adequada das situações cotidianas, para que esteja preparado para tomar decisões relacionadas ao mundo comercial, já que essa disciplina não deve ser centrada somente em fórmulas e cálculos, pois deve ser relacionado à realidade do aluno (Lima, 2019, p. 34).

Pereira (2021) utiliza duas tendências em Educação Matemática: a Resolução de Problemas (RP), referenciada em Polya e Onuchic, e a Modelagem Matemática, conforme Bassanezi. A aplicação da sequência didática ocorreu com 60 alunos de duas turmas do 1º ano do Ensino Médio de um colégio particular da cidade de Sinop - MT, nas disciplinas de Educação Financeira e Matemática, com o intuito de verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre Matemática Financeira e EF e posteriormente construir e acompanhar seus orçamentos domésticos.

A pesquisadora utilizou um material didático disponibilizado pela Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) cujo tema era Vida Familiar Cotidiana. Pelo contexto da Pandemia da Covid 19, alguns alunos acompanharam as aulas presencialmente e outros de forma remota. Talvez por esse contexto, as atividades acabaram destacando muito mais a RP do que a MM.

Além das potencialidades do uso da MM e da RP, como maior interesse e participação dos alunos nas aulas, Pereira (2021, p. 101) também relata dificuldades relacionadas às pesquisas necessárias para a realização das atividades e que não foram trazidas pelos alunos.

A dissertação de Gomes (2023, p. 25) tem como objetivo geral "investigar a formação de nexos conceituais indiciadores do desenvolvimento da educação financeira em uma comunidade de aprendizagem ribeirinha". A pesquisa ocorreu em uma escola pública de Ensino Fundamental - Anos Finais, do município de Maracanã, Estado do Pará, com alunos provenientes, majoritariamente, de comunidades ribeirinhas.

Foram realizadas entrevistas com três professoras de Matemática da escola e com 19 alunos do 9º ano para levantar as características dos participantes e seus conhecimentos e impressões sobre a Matemática, onde evidenciou-se a importância dada aos conhecimentos matemáticos necessários para a vida cotidiana, especialmente aqueles presentes nas relações comerciais e financeiras.

Com base nesses dados, a pesquisadora elaborou uma sequência didática visando "proporcionar aos alunos, a compreensão financeira a respeito dos conceitos matemáticos existentes nas atividades comerciais de venda de mariscos, como por exemplo, a proporcionalidade; assim, como os conceitos de grandezas e medidas e noções de estatísticas" (Gomes, 2023, p. 70).

Gomes (2023, p. 89) conclui que "as relações do conhecimento com a realidade foram fortalecidas por meio dos vínculos de desenvolvimento cultural e social e que para isso as atividades de ensino organizadas a partir dos fundamentos teóricos que lhes serviram de fundamentos foram pertinentes".

Algumas considerações quanto às contribuições da MM e da EF no ensino

A análise dos trabalhos revela uma preponderância da inserção da EF em aulas de Matemática Financeira no Ensino Superior e de Matemática no Ensino Fundamental e Médio, o que se alinha à indicação da BNCC da EF ser inserida na Educação Básica de forma transversal e integradora, sendo "contempladas em habilidades dos componentes curriculares, cabendo aos sistemas de ensino e escolas, de acordo com suas especificidades, tratá-las de forma contextualizada" (Brasil, 2018, p. 19).

Nesse panorama, a MM se revela como uma metodologia adequada na medida em que possibilita trazer temas do cotidiano para serem analisados sob enfoque matemático. No processo da Modelagem, os estudantes acabam refletindo sobre questões que estão no escopo da Educação Financeira sem, contudo, deixar de aprender conteúdos matemáticos previstos no currículo escolar.

Os conteúdos matemáticos abordados nos trabalhos foram, a depender do nível de ensino, operações básicas, porcentagem, razão e proporção, juros compostos, sistemas de amortização, progressão aritmética e geométrica, função de uma ou várias variáveis e estatística.

Sobre o papel da MM no desenvolvimento da EF, os trabalhos apontaram para a melhora do comportamento financeiro dos indivíduos, a integração da EF na Matemática Financeira, a possibilidade de relacionar a Matemática a temas econômicos e a formação de alunos capazes de compreender e agir em situações econômico-financeiras.

Na dissertação de Pereira (2021), as atividades de MM ocorreram em uma disciplina própria de EF. Apesar de ainda não ser a regra majoritária nas escolas e sistemas de ensino, há uma tendência da EF se tornar uma disciplina própria, como já ocorre na Rede Estadual de Educação dos Estados do Paraná e São Paulo e em algumas escolas privadas.

Esse movimento de tornar a EF uma disciplina pode levar a estudos de como a MM e outras tendências em Educação Matemática poderiam ser utilizadas quando o foco principal no currículo não são os conteúdos matemáticos, mas competências, habilidades e conteúdos de uma componente curricular diversa da Matemática que não estão explicitados nos documentos oficiais que regulam a Educação Básica.

A tese e as dissertações analisadas revelam um alinhamento com o entendimento de Silva e Powell (2015) sobre Educação Financeira Escolar já mencionado neste trabalho, em que o objetivo principal é o de inserir os estudantes em situações de ensino e aprendizagem que os levem a refletir sobre o papel do dinheiro e os tornem aptos a tomar decisões financeiras assertivas.

Apesar de todos os trabalhos apontarem para uma participação mais reflexiva dos estudantes, não há neles o aprofundamento sobre aspectos mais gerais do sistema econômico no qual nossa sociedade está inserida e de debates sobre temas importantes como, concentração de renda, desigualdade social, desemprego, oferta de crédito, entre outros assuntos relevantes.

Os trabalhos analisados neste artigo indicam que a MM é uma forma de promover a EF no contexto escolar, seja na Educação Básica ou Superior, em especial quando o foco principal está nos conteúdos matemáticos.

As discussões aqui apresentadas não querem sugerir que a MM é suficiente para, sozinha, desenvolver a EF nos estudantes. No entanto, há indícios de que a natureza interdisciplinar das atividades de MM, com a resolução de problemas reais, favorecem uma EF alinhada ao desenvolvimento humano, integral e crítico. Percebe-se, com isso, que há um campo de estudo promissor alinhando a MM à EF.

Referências e bibliografia

Bergamim, É. G. J. (2024) *Articulações entre História da Matemática e Modelagem Matemática:* compreensões de futuros professores de Matemática. 358f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática). Universidade Estadual de Maringá. Maringá.

Brasil. (2018) Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular.* Brasília, DF.

Gomes, R. L. (2023) *Situações desencadeadoras de aprendizagem e Modelagem Matemática em uma atividade para Educação Financeira.* 106 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará.

Hartmann, A. L. B., Maltempi, M. V. (2022) Educação Financeira à luz da Educação Matemática Crítica: teoria, pesquisas stricto sensu no Brasil (2012 – 2021) e direcionamentos. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, Edição Especial, 1-21.

Klüber, T. E., Burak, D. (2013) Bases epistemológicas e implicações para prática de Modelagem Matemática na Educação Matemática em Sala de Aula. *Cadernos de Pesquisa: Pensamento Educacional,* 8, 278-294.

Lima, R. A. S. V. (2019) *Financiamentos imobiliários e Modelagem Matemática*: uma proposta para o ensino aprendizagem de sistemas de amortização. 70 f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal Rural do Semi-árido, Mossoró.

Lopez, M. J. M. (2024). *Interatividade entre usuários e Tecnologias Digitais nas etapas da Modelagem Matemática*. 245 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática). Universidade Estadual de Maringá. Maringá.

Mendes, L. O. R.; Pereira, A. L. (2020) Revisão sistemática na área de Ensino e Educação Matemática: análise do processo e proposição de etapas. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 22, n. 3, p. 196-228.

Pais, L. C. *Didática da Matemática:* Uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

Pereira, A. A. (2021) *Educação Financeira e o ensino de Matemática.* 109 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade do Estado de Mato Grosso, Sinop.

Romão, L. S., Amboni, N. (2024). Reflexões da Educação Financeira pelo mundo e no Brasil. *Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 15, 112-135. https://doi.org/10.51359/2177-9309.2024.261336.

Seki, J. T. P. (2019) *Modelagem Matemática, compreensão e linguagem*: interlocuções fundamentadas na filosofia de Wittgenstein. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). - Universidade Estadual de Londrina. Londrina.

Silva, A. M. e Powell, A. B. (2014). Educação Financeira na Escola: A perspectiva da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico. *Boletim Gepem*, 66, 3-19. http://dx.doi.org/10.4322/gepem.2015.024.

Silva, A. M. e Powell, A. B. (2015). Um programa de Educação Financeira para a Matemática escolar da Educação Básica . *In: Encontro Nacional De Educação Matemática*, XI, 2013, Curitiba-PR. Anais[...] p. 1-17. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/2675_2166_ID.pdf. Acesso em: 12 mar. 2025.

Souza, R. A. de. (2018) *Educação Financeira*: uma abordagem centrada na Modelagem Matemática. 125 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

Índice alfabético de autores

Alejandro Díaz-Llano, 81
Ana Carolina Castro, 48
Ana Edith Varela, 67, 70
Andréia Araújo de Farias Aquino, 89
Andrés Fernando Mosquera Díaz, 1
Antônio Marcos Justino Matias, 24
Arnaldo Dias Ferreira, 24
Carmen Rodríguez Poveda, 70
Cristina de Jesus Teixeira, 9
Eleni Bisognin, 73
Flávia Sueli Fabiani Marcatto, 57
Francisco Regis Vieira Alves, 24
Geraldo Eustáquio Moreira, 9
Glory Bel Pérez Reyes, 18
Johan Espinoza González, 40
Jorge Luis Gutiérrez Villegas, 32
José Antonio Salvador, 73
José Luis Lupiáñez Gómez, 40
Julio Marín Sánchez, 65
Lilian Akemi Kato, 48, 89
Maria José Costa dos Santos, 24
Quetzarilis Guardia, 67
Renata Sorah de Sousa e Silva, 24
Rodrigo Yoel Combe, 67, 70
Saúl Eduardo Méndez Larios, 32
Solonildo Almeida da Silva, 24
Valery Dahian Liriano Cruz, 18
Vanilde Bisognin ,73
Vivian Libeth Uzuriaga-López, 81
Walter F. Castro Gordillo, 1
Zaida Margot Santa-Ramírez, 1

EDUCACIÓN MATEMÁTICA en América Central y El Caribe 2025

ISBN: 978-9945-30-200-4

9 789945 302004

www.redumate.org