

EDUCACIÓN MATEMÁTICA en América Central y El Caribe 2025

Investigación en Educación Matemática



Volumen 9. *Memorias IV CEMACYC*
República Dominicana, 2025

Patrick Scott, Yuri Morales y Angel Ruiz
Editores



© 2025

Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe (REDUMATE)

www.redumate.org

Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025

[Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]

Editado por Patrick Scott, Yuri Morales y Ángel Ruiz. Colaboradora: Sarah González

Volumen 9: Investigación en Educación Matemática

ISBN Obra Completa: 978-9945-30-168-7

ISBN Volumen: 978-9945-30-202-8

Todos los materiales incluidos en esta publicación pertenecen a la Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe.

Estos materiales están bajo una [licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

En la reproducción de cualquier parte de este libro se deben consignar: los créditos a los autores y a la *Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe*.

Cada autor es responsable del contenido del documento que declara de su autoría o coautoría y libera a REDUMATE y editores de este libro de toda responsabilidad por contenido que pueda lesionar el derecho de terceros. Cada autor ha declarado que su trabajo no ha sido publicado previamente y que todos los datos y referencias a materiales publicados fueron debidamente identificados con su respectivo crédito e incluidos en las referencias bibliográficas.

Para citar la obra completa

Scott, P., Morales, Y. y Ruiz, A. (Eds.). (2025). *Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025* [Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]. Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe; Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra. <https://redumate.org/memorias-iv-cemacyc>

Ejemplo para citar un volumen

Scott, P., Morales, Y. y Ruiz, A. (Eds.). (2025). *Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025* [Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]: *Vol. 1. Trabajos invitados del IV CEMACYC*. Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe; Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra. <https://redumate.org/memorias-iv-cemacyc-volumen-1>

Ejemplo para citar un artículo

Artigue, M. (2025). La enseñanza de las Matemáticas frente a los retos del mundo actual. En P. Scott, Y. Morales y A. Ruiz (Eds.), *Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025* [Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe]: *Vol. 1. Trabajos invitados del IV CEMACYC* (pp. 18-29). Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe; Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra. <https://redumate.org/memorias-iv-cemacyc-volumen-1>

Contenidos

<u>Presentación</u>	i
<u>Actividades abiertas para crear Matemática. Un estudio basado en la taxonomía de la generalización</u> Verónica Easton	1
<u>Álgebra e a Educação de Jovens e Adultos: Discutindo o processo de generalização</u> Adelita Postiglioni Nunes, Vitória de Mello Figueiredo, José Nunes Ferreira, Rosemar de Fatima Vestena, Luis Sebastião Barbosa Bemme	9
<u>Análisis de errores en la resolución de situaciones de contexto que requieren cálculos con números racionales</u> Vivian Libeth Uzuriaga López, Cristian Mauricio Arias Aristizábal, Héctor Gerardo Sánchez Bedoya	16
<u>Análisis detallado de conexiones matemáticas y neuromatemáticas utilizando herramientas ontosemióticas a través de ChatGPT</u> Benilda María Cantillo-Rudas, Camilo Andrés Rodríguez-Nieto, Flor Monserrat Rodríguez-Vásquez, Vicenç Font	24
<u>Análisis ontosemiótico de las conexiones matemáticas y etnomatemáticas: Ejemplos prácticos sobre diversos conceptos matemáticos</u> Camilo Andrés Rodríguez-Nieto, Benilda María Cantillo-Rudas, Vicenç Font, Flor Monserrat Rodríguez-Vásquez	29
<u>Aprendizaje basado en desafíos para desarrollar el pensamiento lógico, creativo y crítico en la resolución de ejercicios geométricos</u> Agueda Báez, Adriana Santos, Antony Guzmán, Newman Zambrano-Leal	34
<u>Cartografías sobre Educación Matemática: Una metodología de investigación</u> Natalia Ruiz-López, Aarón Álvarez Araujo	42
<u>Conocimiento profesional para enseñar Matemáticas: El caso de la idea matemática de función</u> Angy Coronel-Suárez, Omar Hernández Rodríguez, Ana Helvia Quintero, Liliana Torres Rodríguez, Aileen Velázquez Estrella	50
<u>Conocimientos y competencias del profesorado en la enseñanza de la derivada en cursos de ingeniería civil</u> Denise Chamorro Manríquez, Adriana Breda, Maritza Galindo Illanes	58
<u>Creencias sobre la implicación parental en las tareas matemáticas en el hogar: Un estudio exploratorio</u> Adriana Toxtle Colotl, José Antonio Juárez López	66

<u>Criptodisco: Possibilidades para a aprendizagem matemática no contexto da inclusão</u>	74
Lucas Linke Nunes, Beatriz Horst Figueira, Laura Tiemme de Castro, Silvia Maria de Aguiar Isaia	
<u>El diálogo heurístico y su rol en la elaboración y comunicación de conjeturas</u>	80
Luis Torres, Omar Hernández	
<u>El efecto de los juegos tecnológicos y ejemplos realistas en el aprendizaje de las fracciones en los estudiantes de séptimo grado</u>	86
Miguel Ángel Delgado-Fernández, Álvaro Lecompte-Montes	
<u>Epistemología y enseñanza del Cálculo diferencial: Un estudio de caso en la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia</u>	94
Germán Cadavid-Arango, Vivian Libeth Uzuriaga-López	
<u>Estatística nos anos finais do Ensino Fundamental: Uma possibilidade a partir de uma atividade integrada</u>	102
Lucas Flores Lehnhart, Gabriel Pacheco, Ivonete Amador, Oscar Henrique Reinke Backes, Cassiana Mendes Jacques, Luis Sebastião Bemme Barbosa	
<u>Estimación numérica en estudiantes brasileños sordos y oyentes de 4° año de primaria</u>	110
Nohemy Marcela Bedoya-Ríos, Camila Peres Nogues, Beatriz Vargas Dorneles	
<u>Estrategias cognitivas y metacognitivas en álgebra: Estudio cuantitativo</u>	116
Diana Hernández Rivera, Tamara Isabel Terrazas Medina, Beatriz Adriana Flores López, Zaida Francisca Morlett Villa	
<u>Estructuras y Mecanismos mentales del concepto de permutación a través de la doble aplicación del ciclo de la Teoría APOE</u>	124
Astrid Carolina Archila, Solange Roa	
<u>Factores sociales asociados al rendimiento académico de estudiantes universitarios: Un estudio de regresión múltiple</u>	132
Jairo A. Ayala Godoy, Daiver Vélez Ramos, Rafael Aparicio Cuello	
<u>Funções Geradoras no Ensino de Matemática: Uma revisão sistemática de dissertações do PROFMAT</u>	140
Alexandre Xavier dos Santos, Vanilde Bisognin	
<u>Importancia del pensamiento algebraico temprano en la educación primaria</u>	148
Sandra Yolima Ruiz Yacumal, Marisol Santacruz Rodríguez	
<u>Investigação Matemática no Ensino Fundamental: Uma abordagem por meio de Tarefas Investigativas</u>	154
Karina Nunes da Silva, Claudia Lisete Oliveira Groenwald	

<u>Leitura e interpretação de infográficos: Estabelecendo relações entre a Matemática e a nutrição</u>	161
Ivonete Pereira Amador, Thaís de Souza Machado, Vitória de Mello Figueiredo, Kauê Monteiro Pascotto, Luis Sebastião Barbosa Bemme	
<u>Leitura e interpretação de pictograma: discussões iniciais a partir de uma atividade diagnóstica</u>	168
Vitória de Mello Figueiredo, Thaís de Souza Machado, Luis Fernando Pizzatto, Lucas Linke Nunes, Beatriz Horst Figueira, Luis Sebastião Barbosa Bemme	
<u>Modelo de Van Hiele y el enfoque STEAM un Binomio para el Aprendizaje de la Geometría en 4to grado de secundaria</u>	176
Johandy Osanny Gómez-Vásquez, Yolanni Mercedes Peguero-Ovalles, Melissa Vásquez-Hernández, Newman Yonander Zambrano-Leal	
<u>Movimientos investigativos en la educación matemática: Posturas contemporáneas otras</u>	185
Paola Judith Amaris-Ruidiaz	
<u>Perspectivas teóricas para una Educación Matemática Inclusiva: El caso de los estudiantes con discapacidad visual</u>	193
Johan David Gallego Guzmán, Carolina Carrillo García	
<u>Redefiniendo la enseñanza del concepto de función: Un enfoque basado en situaciones didácticas para administración ambiental</u>	201
Luz Elena Palacio Loaiza, Vivian Libeth Uzuriaga López	
<u>Reformas curriculares de Matemáticas en programas de ingenierías: Un análisis ecológico basado en la escala de niveles de codeterminación didáctica</u>	209
Luis Alberto Cuenca Macas	
<u>Relaciones de recurrencia utilizadas por estudiantes de ingeniería para la identificación de un patrón pictórico</u>	217
Eithel Trigueros Rodríguez, Jesús Montejo Gámez, Julio Marín Sánchez	
<u>Teoria do desenvolvimento cognitivo no Ensino de Matemática para um estudante cego: Atividades práticas e reflexões</u>	220
Luiza Ojeda Hoffmann, Claudia Lisete Oliveira Groenwald	
<u>Índice alfabético de autores</u>	228

Presentación

Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025 es el título de las *Memorias del IV Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe* (IV CEMACYC) que se llevó a cabo en Santo Domingo, República Dominicana, del 2 al 7 de noviembre de 2025.

Este congreso fue organizado por la [*Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe*](#) (REDUMATE) y la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra (PUCMM). Este cuarto congreso tuvo un gran éxito con más de 300 ponencias con ponentes de 29 países que decidieron venir a esta región. Esto duplica la cantidad de ponencias que se suelen presentar en los CEMACYC. Es ahora un congreso consolidado, con mucho prestigio. La comunidad internacional decidió integrarse a este evento. El impacto regional es impresionante.

El congreso tuvo casi 800 participantes. Más de 400 docentes de la República Dominicana se beneficiaron directamente de conferencias, talleres, comunicaciones, carteles, sesiones informativas, reuniones de grupo, exposiciones de libros.

Varias instituciones dominicanas, con lucidez, apoyaron a sus maestros (incluso de lugares alejados del país) y aprovecharon esta valiosa oportunidad. Esto constituye un impacto formidable para la educación local.

En 2013 REDUMATE y la PUCMM organizaron el I CEMACYC. Muchos docentes aún recuerdan con orgullo el primer congreso y agradecen haber estado también en este. Hay una relación estratégica entre REDUMATE y PUCMM. República Dominicana es un foco clave para apoyar los esfuerzos regionales.

Esos días de noviembre completaron un proceso de tres años de preparación internacional y local, con autores, revisores, coordinadores de temas, equipos de plataforma (casi 200 personas), que ha apoyado cuidadosamente el fortalecimiento de capacidades en esta región.

En los textos que recogemos aquí domina un gran nivel científico. Una de las características permanentes de los CEMACYC es, precisamente, su cultivo de la mayor calidad académica; la cual es producto de un diseño intelectual estratégico innovador y de grandes esfuerzos por individuos y equipos durante muchos meses antes del congreso. A diferencia de otros eventos, los CEMACYC piden las propuestas de ponencias de manera extensa y administra cuidadosamente la revisión por medio de una plataforma tecnológica (los textos aprobados pueden leerse y descargarse en nuestras plataformas varios meses antes del congreso).

Es una perspectiva de organización académica profesional muy seria. Por eso es por lo que, en primer lugar, deseo agradecer formalmente la labor comprometida del *Comité Científico Internacional* con un especial reconocimiento a los *Directores de tema*, y a los casi 200 *Revisores científicos*.

En esta oportunidad, dadas las condiciones de las plataformas tecnológicas libres disponibles, diseñamos una innovadora estrategia complementaria para la organización del congreso mediante dos sitios web: sitio oficial con toda la información y

articulación de la preparación del evento (usamos WordPress), y el sitio para ponencia con base en *Open Journal Systems*. Agradecemos el trabajo de la Dirección de estas plataformas.

Agradecemos el valioso patrocinio de la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI). Debe recordarse que REDUMATE nació en Costa Rica, en el año 2012, dentro del *Capacity and Networking Project* (CANP) de ICMI. Con ya cuatro congresos exitosos y múltiples acciones educativas en la región, de impacto internacional, esta Red CANP es un ejemplo y un modelo.

En el IV CEMACYC fueron esenciales los apoyos del [*Comité Interamericano de Educación Matemática*](#) y del [*Proyecto Reforma Matemática*](#) en Costa Rica en la organización científica y en la logística tecnológica del congreso.

El *Comité Organizador Local* en la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra, aparte de las acciones usuales, proporcionó un ambiente humano muy especial, con una gran hospitalidad. Nuestro agradecimiento a los colegas por haber asumido la logística multifacética de este congreso, que dejó recuerdos inolvidables en la comunidad de participantes.



Foto de grupo del IV CEMACYC

Educación Matemática en América Central y El Caribe 2025 tiene 11 volúmenes con base en los temas del congreso:

1. Trabajos invitados del IV CEMACYC
2. Formación inicial de profesores
3. Formación continua y desarrollo profesional
4. Dimensiones culturales, políticas, económicas, y ambientales, de las Matemáticas y de la Educación Matemática
5. Currículo y evaluación
6. Historia y filosofía de las Matemáticas y de la Educación Matemática
7. Resolución de problemas y modelización en Educación Matemática
8. Uso de tecnologías digitales en la Educación Matemática
9. Investigación en Educación Matemática.
10. Estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Preescolar y Primaria
11. Estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Media y Educación Superior

Los textos de las ponencias invitadas (conferencias plenarias, conferencias paralelas, sesiones temáticas, mesa redonda, minicursos, homenaje a Eduardo Mancera) y ponencias abiertas (comunicaciones, talleres, pósteres en papel y digitales), presentadas efectivamente en el congreso, han sido incluidas en esta colección digital de volúmenes. *REDUMATE* desea agradecer a todos los autores que presentaron sus trabajos en el IV CEMACYC.

La organización detallada y la edición en sus diversas dimensiones fue realizada por Patrick Scott (Estados Unidos), con el apoyo de Yuri Morales (Costa Rica). Nuestra compañera Sarah González se encargó de tramitar su registro en República Dominicana (que contó con el respaldo de la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra). Expreso nuestro agradecimiento a Rick, Yuri y a Sarah.

Los enlaces de estos volúmenes se han colocado en las página web oficial de REDUMATE: <https://redumate.org/>.

Esperamos que la publicación de estos trabajos contribuya al progreso de la Educación Matemática en América Central y El Caribe.

Saludos afectuosos



Ángel Ruiz

Presidente

Consejo Internacional

Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe

16 diciembre 2025



Actividades abiertas para crear Matemática. Un estudio basado en la taxonomía de la generalización

Verónica Easton
Universidad CLAEH
Uruguay
veaston@claeu.edu.uy

Resumen

En esta comunicación se expondrá una breve revisión de la literatura sobre la generalización en Matemática y se mostrará una secuencia de actividades abiertas que fueron diseñadas para una investigación sobre la generalización en geometría. El objetivo principal de la investigación fue categorizar las formas, tipos y subtipos de acciones generalizadoras (Ellis et al., 2021) en estudiantes de formación de maestros en Uruguay, utilizando actividades abiertas que trasladan conceptos y definiciones de figuras planas al espacio tridimensional. Según Ellis et al. (2021) para comprender mejor las formas y los tipos de generalizaciones desarrolladas por los estudiantes son útiles los problemas o actividades abiertas. Considerando este marco se identificaron las diferentes formas y tipos de generalizaciones para la generación de nuevos conceptos en figuras del espacio.

Palabras clave: Proceso de generalización; Geometría; Actividades abiertas; Pensamiento matemático; Formación de maestros.

Definición y relevancia del problema

Varios investigadores de la Matemática educativa (Dreyfus, 1991; Kaput, 2008; Mason, 1996, entre otros) señalan la importancia de la generalización en Matemática por su incidencia en el desarrollo del pensamiento matemático y por ser uno de los elementos centrales en la actividad matemática. Así mismo, indican que existe evidencia de que la generalización permite la generación de nuevo conocimiento matemático.

La generalización en Matemática es considerada por algunos investigadores como un proceso (Dörfler, 1991; Harel & Tall, 1991; Kaput, 1999; Mason, 1982; Polya, 1954). Se ha

detectado el proceso de generalización a partir de ver lo general a través de lo particular, a partir de la identificación de elementos comunes en un conjunto de objetos, o por la ampliación de un dominio matemático o un razonamiento. También se ha documentado que este proceso depende de las construcciones mentales de cada individuo en el contexto social que es producido.

En la literatura se pueden observar numerosos trabajos sobre el proceso de generalización en álgebra (Pérez, 2005; Radford, 2002; Strachota et al., 2017; Trujillo, 2008), particularmente por el alcance de la generalización de patrones para introducir el pensamiento algebraico. Ciertos estudios realizados se han focalizado en las estrategias de los estudiantes al generalizar, otros en la generación de conjeturas y algunos en las representaciones que utilizan los estudiantes a la hora de generalizar.

Existe una variedad bastante más acotada sobre los estudios realizados sobre el proceso de generalización en el contexto geométrico. En 1993, Yerushalmy investigó sobre la generalización en geometría con estudiantes de secundaria a través del uso de un software que permitía a los estudiantes explorar con figuras geométricas planas para establecer conjeturas. A partir de los datos obtenidos, se observó que los alumnos se desempeñaron en dos tipos de generalizaciones en geometría: 1) generalizaciones de ejemplos, donde los estudiantes establecieron generalizaciones basándose en casos particulares o ejemplos de un conjunto dado, y 2) generalizaciones de ideas, donde los alumnos construyeron declaraciones más generales a partir de ideas más específicas.

Otros trabajos como los de Presmeg y McCrone y Brunheira y da Ponte, centraron la atención en las argumentaciones de generalizaciones geométricas y los aspectos que contribuyeron al aprendizaje del proceso de validación. Por otro lado, Yao en 2018 estudió los tipos de generalización al explorar con isometrías en un entorno de geometría dinámica y clasificó las generalizaciones por ser limitadas a un contexto, por basarse en la percepción, en procedimientos o en teorías.

Referencial teórico

Existen estudios (Ellis, 2007; Ellis et al., 2021) que señalan al proceso de generalización como una herramienta potente para el desarrollo del pensamiento matemático. Ellis et al. (2021), refinaron y ampliaron la taxonomía de la generalización descrita por Ellis en 2007 para estudiar cómo generalizan los estudiantes en otras áreas de la Matemática, como por ejemplo en álgebra avanzada, trigonometría, precálculo y combinatoria. Para esto propusieron un marco denominado Relacionar-Formar-Extender (RFE), en el cual se identifican nuevamente tres categorías principales de generalización denominadas formas de generalización: relacionar, formar, y extender. Estas formas se basan en las acciones descritas por Ellis en 2007 con algunos ajustes. Este marco ofreció una manera de caracterizar y comprender las acciones de los estudiantes cuando se involucran en problemas o actividades abiertas en otros contextos matemáticos.

El marco Relacionar- Formar -Extender (RFE) desarrollado por Ellis et al. (2021) fue seleccionado para llevar a cabo esta investigación ya que lo consideramos adecuado porque fue diseñado para analizar cómo generalizan los estudiantes en diversos contextos. Y, por otro lado,

fue utilizado en problemas o actividades abiertas que permitieron una exploración y no limitaron posibles generalizaciones.

La categoría Relacionar refiere a la identificación de similitudes entre situaciones, problemas o estrategias que el alumno percibe como contextos distintos. La categoría Formar indica la identificación de una relación dentro de un mismo contexto y determina el desarrollo de una generalización inicial, a veces tentativa, y la categoría de Extender es el uso de una generalización establecida a un dominio más amplio. Estas tres formas no son necesariamente jerárquicas en sofisticación o en ocurrencia temporal; la relación no necesariamente tiene que ocurrir antes de formar y extender.

Para esta investigación se elaboró una tabla (Tabla 1) donde se pueden observar las formas, los tipos y subtipos de generalización descritos en el marco de Ellis et al. (2021). Debido a que este marco se utilizó en diversas áreas es que consideramos necesario elaborar indicadores más precisos para la identificación de cada forma, tipo y subtipo en geometría. Por ejemplo, dentro de la forma de generalizar Formar, el tipo asociación de objetos se identificó cuando los estudiantes asociaron una figura plana con una figura del espacio mediante una representación figural o descripción escrita.

MARCO RELACIONAR- FORMAR- EXTENDER CON INDICADORES					
FORMAS DE GENERALIZAR	INDICADOR DE FORMAS	TIPOS DE GENERALIZACIÓN	INDICADOR DE TIPOS	SUBTIPOS	INDICADOR DE SUBTIPO
RELACIONAR	Establecen una relación de similitud a partir de la representación de dibujos de objetos que no refieren al contexto geométrico	Relacionar situaciones	Relacionan un cuadrado con un dado (contexto cotidiano)	Invencción de una analogía	Relacionan los objetos por su similitud en el aspecto físico
FORMAR	Establecen una relación de similitud a partir de la representación de dibujos de objetos que refieren al mismo contexto.	Asociación de objetos	Asocian una figura plana con una figura del espacio (o viceversa) mediante una representación figural o descripción escrita	Operativa	Asocian una figura plana con una figura del espacio (o viceversa) porque se fija en la estructura (es al menos una cara del poliedro)
		Búsqueda de una similitud o regularidad	Buscan una similitud, propiedad o patrones en la figura del espacio definida	Figurativa	Asocian una figura plana con una figura del espacio (o viceversa) porque es similar en su forma (es la cara que más relevancia tiene)
		Establecimiento de una forma de operar	Describen un procedimiento que permite determinar figuras del espacio a partir de figuras del plano		
		Identificación de una regularidad	Identifican una regularidad para todas las figuras del plano o para todas las figuras del espacio	Extraído	La identificación se observa a partir de los casos ofrecidos y de caso que construyen los estudiantes
EXTENDER	Escriben una descripción y/o representan con dibujos un nuevo objeto matemático en el espacio a partir de un objeto matemático en el plano	Continuación	Mantienen el objeto matemático definido para el plano en el espacio		
		Operación	Modifican el objeto matemático definido en el plano en el espacio a través de una operación mental	Alojamiento principal	La modificación realizada implica una acomodación significativa según la perspectiva de los estudiantes
		Transformación	Transforman el objeto matemático definido en el plano en el espacio (los cambios se ven en acto de ampliar)		

Figura 1. Marco conceptual con indicadores (Adaptado de Ellis et al., 2021).

Diseño de las actividades

Para el diseño de las actividades se consideraron las recomendaciones de Ellis et al. (2021) para comprender mejor las formas y los tipos de generalizaciones desarrolladas por los estudiantes mediante problemas abiertos:

- deben permitir realizar una exploración por parte de los estudiantes para analizar las diferentes formas y tipos en que generalizan.
- que no limiten posibles generalizaciones y que no tengan un fuerte efecto regulador sobre la generalización de los estudiantes, como es el caso de las tareas típicas de generalización de patrones (Dörfler, 2008; Ellis et al., 2021).

Se consideraron las indicaciones anteriores y se diseñaron cuatro actividades que incluyen tablas para completar y preguntas abiertas para responder. Estas actividades incluyeron: (i) tareas de comparar y contrastar (Zaslavsky, 2008), y (ii) tareas de proponer objetos matemáticos (Maldonado et al., 2015). Las tareas de comparar y contrastar se identifican como tareas que atienden a similitudes y diferencias. En este tipo de tareas se presentan dos o más objetos matemáticos con la consigna de investigar en qué son similares y/o en qué difieren, permiten examinar dos objetos matemáticos abiertamente y posibilitan la conexión entre ellos, el establecimiento de relaciones y la comparación de casos concretos. Por otro lado, las tareas de proponer objetos matemáticos consisten en tareas que invitan a los estudiantes a proponer un objeto matemático que mantenga similitudes y diferencias con otro dado. En este tipo de tareas el estudiante debe crear los objetos matemáticos a partir del análisis de las condiciones dadas.

Se consideró que las características de las actividades se definen por ser potencialmente abiertas para que los estudiantes puedan explorar y hacer Matemática. Además, las tareas de comparar y contrastar propuestas por Zaslavsky (2008) pretenden que el estudiante investigue a partir de la búsqueda de similitudes y diferencias de ciertos objetos matemáticos. La autora distingue que este tipo de tareas permiten conocer las formas en las que los conocimientos se relacionan entre sí, generar distintos puntos de vista con respecto a estructuras matemáticas e identificar características comunes de familias de objetos, entre otras, habilitando atraer la atención y la toma de conciencia por parte del estudiante. Por otro lado, ambos tipos de tareas: las tareas de proponer objetos matemáticos (Maldonado et al., 2015) y las de comparar y contrastar, se enmarcan en las tareas que atienden a similitudes y diferencias propuestas por Zaslavsky (2008). Además, se considera que implementar este tipo de tareas y promover las distintas resoluciones, actuando el docente como regulador, guía y organizador o promotor de la discusión grupal, es una metodología posible que enriquece los procesos de enseñanza y de aprendizaje al momento de llevar a cabo dichas tareas.

Desde la perspectiva que consideran Ellis et al. (2021), este tipo de tareas pueden generar múltiples soluciones y ser potentes para analizar distintas formas y tipos de generalización que llevan a cabo los estudiantes frente a las mismas.

Descripción y objetivos de las actividades

Las siguientes actividades se llevaron adelante en un grupo de estudiantes de la asignatura Matemática II de la carrera de Maestro de Primaria en los Institutos Normales de Montevideo en Uruguay (Consejo de Formación en Educación).

Objetivo de la actividad 1. Identificar qué aspectos consideran relevantes los estudiantes para determinar la generalización de una figura del plano a una figura análoga en el espacio.

Tabla 1
Actividad 1

ACTIVIDAD 1 A partir de las siguientes figuras del plano, ¿cómo imaginas una figura que tuviera una forma similar o análoga a cada una de ellas, pero en el espacio? En el espacio en blanco puedes dibujar como también hacer una descripción escrita de la figura que imaginas.
--

FIGURA DEL PLANO	FIGURA DEL ESPACIO
	
	
	
	

Responde para cada caso:
 ¿Por qué crees que la figura que elegiste representa una figura similar a la del plano, pero en el espacio?
 ¿Qué la hace similar? ¿En qué aspectos es similar o análoga?

Fuente: organización del autor.

Objetivo de la actividad 2. Identificar qué aspectos consideran relevantes los estudiantes para determinar una asociación de una figura del espacio a una figura análoga en el plano.

Tabla 2
Actividad 2

ACTIVIDAD 2
 A partir de las siguientes figuras del espacio, ¿cómo imaginas una figura que tuviera una forma similar o análoga a cada una de ellas, pero en el plano?
 En el espacio en blanco puedes dibujar como también hacer una descripción escrita de la figura que imaginas.

FIGURA DEL PLANO	FIGURA DEL ESPACIO
	
	
	

Responde para cada caso:
 ¿Por qué crees que la figura que elegiste representa una figura similar a la del espacio, pero en el plano?
 ¿Qué la hace similar? ¿En qué aspectos es similar o análoga?

Fuente: organización del autor.

Preguntas entre la actividad 2 y la actividad 3.

Preguntas entre la actividad 2 y la actividad 3

¿Qué figuras del plano conocen?
¿Qué elementos o propiedades de dichas figuras del plano conocen?

Fuente: organización del autor.

Objetivo de la actividad 3. Identificar los aspectos relevantes que consideran los estudiantes al definir un concepto en el espacio equivalente a otro definido en el plano.

Tabla 3
Actividades 3A y 3B

ACTIVIDAD 3A Define un concepto equivalente al de mediana en la figura del espacio análoga o similar al triángulo de la actividad 1.
ACTIVIDAD 3B Define un concepto equivalente al de paralela media en la figura del espacio análoga o similar al rectángulo de la actividad 1.

Fuente: organización del autor.

Objetivo de la actividad 4. Identificar qué aspectos consideran relevantes los estudiantes al buscar propiedades sobre la figura que definieron en la actividad anterior.

Tabla 4
Actividad 4

ACTIVIDAD 4 Indica algunas propiedades que verifique la figura definida en la actividad 3.

Fuente: organización del autor.

Conclusiones

El uso de la secuencia didáctica propuesta permitió identificar las formas y tipos de generalizaciones en el trabajo con las actividades propuestas y se vincularon con lo establecido en el marco el marco RFE de Ellis et al. (2021). Además, se pudo comprender la actividad de generalización de los grupos de estudiantes cuando trabajaron con las actividades que implicaron una transferencia del plano al espacio. Esto evidenció el logro del objetivo de esta investigación, expresado como categorizar formas, tipos y subtipos de acciones generalizadoras en el trabajo de un grupo de estudiantes, de la formación de maestros del Uruguay, en actividades abiertas que involucren conceptos y definiciones de figuras del plano que deben ser transferidas al espacio.

En relación con las características de las actividades que se propusieron a los estudiantes, se observaron conexiones entre las formas y tipos de generalización que se establecieron en cada una de ellas. La actividad 1, promovió que los estudiantes establecieran relaciones entre figuras del plano y figuras del espacio, pero además permitió que generaran una forma de crear figuras del espacio a partir de figuras del plano. Se considera que este punto fue posible gracias a que la actividad se ideó de manera que fuera lo más abierta posible. Es decir, sin guiar o dar algún tipo de clave figurativa o explicativa para que los estudiantes pudieran expresar su propio pensamiento.

La actividad 2, sirvió para que los estudiantes revisaran las relaciones que habían establecido en un sentido inverso. Nuevamente, permitió el establecimiento de nuevas relaciones y dejó entrever a partir de las producciones de los estudiantes que pensar del espacio al plano implicaba una limitación mayor que del plano al espacio.

La actividad 3, fue potente para que los estudiantes realicen el salto para extender una definición conocida del plano al espacio. Se pudo observar que la mayoría de los grupos en esta actividad se enfrentaron a un desafío superior que llevó a un desarrollo cognitivo significativo. Esto se evidenció que en el proceso realizaron operaciones mentales que permitieron generar nuevo conocimiento. Además, las operaciones mentales no siempre concluyeron en una misma definición, esto indicó que la transferencia fue habilitada desde la perspectiva del actor, sin el interés de juzgar si la generalización fuera correcta o incorrecta.

Por otro lado, se vio que las relaciones establecidas en las actividades 1 y 2 fueron utilizadas como apoyo para la realización de las actividades 3 y 4. En otras palabras, la implicación de las relaciones detectadas cobró sentido en la generación de definiciones y propiedades. Por ejemplo, se identificó la relación la figura plana representaba al menos una cara o base del poliedro. Por lo que, a la hora de generar una definición de mediana de un tetraedro o de paralela media de un prisma, se utilizó el objeto definido en el plano en las caras del poliedro para realizar dicha transferencia. Es decir, la relación establecida funcionó como soporte y, por otro lado, como detonador para la extensión.

En la actividad 4, se pudo identificar que la búsqueda de propiedades propició la formación de generalizaciones de las formas formar y extender. En comparación con las actividades anteriores, esta fue la actividad que combinó formas de generalización y donde se vieron los ciclos de generalizaciones. El uso de herramientas digitales en esta actividad fue alto y potenció a que los estudiantes formaran conjeturas y extendieran hacia otros poliedros. Por otro lado, las actividades 3 y 4 contribuyeron a incluir herramientas más diversas: software GeoGebra, maquetas 3D, estructuras con cajas, etc. Estas herramientas se vieron utilizadas como forma de comprobar las conjeturas que los estudiantes proponían, tanto para definir como para analizar propiedades. Lo que diferenció las comprobaciones en material concreto de los que usaron GeoGebra fueron el tipo de herramientas utilizadas. Aquellos grupos que utilizaron material concreto se valieron de mediciones con regla, y los que utilizaron el software pusieron en juego otras herramientas además de la medida; conceptos de perpendicularidad y paralelismo, entre otros.

En resumen, por lo descrito anteriormente se evidencia que los resultados obtenidos son significativos ya que contribuyen a explicar de manera efectiva el desarrollo del conocimiento geométrico, en particular sobre las formas, tipos y subtipos de acciones generalizadoras que vinculan el plano con el espacio. Este proceso ha permitido una comprensión más profunda y una mayor apreciación de las relaciones y conceptos geométricos, consolidando así el logro del objetivo principal de esta investigación.

Referencias y bibliografía

Blanton, M. L. (2008). *Algebra and the elementary classroom: Transforming thinking, transforming practice*. Heinemann.

Comunicación; Primaria y Media inferior

IV CEMACYC, Santo Domingo, República Dominicana, 2025.

- Brunheira, L., y da Ponte, P. (2019). Justificación de las generalizaciones geométricas en la formación inicial del profesorado de primaria. En *Undécimo Congreso de la Sociedad Europea para la Investigación en Educación Matemática*, Universidad de Utrecht, Países Bajos. Recuperado de <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02402127>
- Davydov, V. (1990). *Soviet studies in mathematics education: Vol. 2. Types of generalization in instruction: Logical and psychological problems in the structuring of school curricula* (J. Kilpatrick, Ed., & J. Teller, Trans.). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. (Obra original publicada en 1972).
- Dörfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. En A. Bishop (Ed.), *Mathematical Knowledge: Its Growth Through Teaching* (pp. 63–85). Erlbaum.
- Dörfler, W. (2008). En route from patterns to algebra: Comments and reflections. *ZDM Mathematics Education*, 40(1), 143–160.
- Ellis, A. B. (2007). A Taxonomy for Categorizing Generalizations: Generalizing Actions and Reflection Generalizations. *Journal of the Learning Sciences*, 16(2), 221–262. <https://doi.org/10.1080/10508400701193705>
- Ellis, A.B., Lockwood, E., Tillema, E., y Moore, K. (2021). Generalization Across multiple mathematical areas: The relating-forming-extending Framework. *Cognition and Instruction*, 40(3), 351 – 384. <https://doi.org/10.1080/07370008.2021.2000989>
- Harel, G., y Tall, D. (1991). The general, the abstract, and the generic. *For the Learning of Mathematics*, 11(1), 38–42.
- Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra. En E. Fenema y T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133–155). LEA.
- Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–18). Erlbaum.
- Kaput, J. y M. Blanton (2000). Generalizing and Progressively Formalizing in a Third-Grade Mathematics Classroom: Conversations about Even and Odd Numbers. [Conferencia] *PME-NA XXII*, Tucson, Estados Unidos.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. En N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to Algebra* (pp. 65–86). Kluwer.
- Mason, J., Burton, L., y Stacey, K. (1982). *Thinking Mathematically*. Prentice Hall.
- Mason, J., Burton, L., y Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically*. Prentice Hall.
- Maldonado, A., Medina, L., Mesa, V., Molfino, V., Ochoviet, C., Pagés, D. y Rivero, F. (2015). Tareas enfocadas a similitudes y diferencias como motor para el aprendizaje de la matemática: nuevas categorías. En Buendía, G., Molfino, V., Ochoviet, C. *Estrechando lazos entre investigación y formación en Matemática Educativa. Vol. II*. Consejo de Formación en Educación. Departamento de Matemática. Uruguay.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics* (Vol. 1). NCTM.
- Presmeg, N., Barrett, J., y McCrone, S. (2007). Fostering generalization in connecting registers of dynamic geometry and euclidean constructions. En Woo, JH, Lew, HC, Park, KS y Seo, DY (Eds.), *Proceedings of the 31st conference of the international group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 81–88). Seúl: PME.
- Yao, X. (2018). An exploration of the interplay among teacher intervention, dynamic geometry software and students' mathematical generalizing practices about properties of geometric transformations [Tesis doctoral, Universidad de Ohio]. Recuperado de http://rave.ohiolink.edu/etdc/view?acc_num=osu1530616428632192 .
- Yerushalmy, M. (1993). Generalization in geometry. En J. Schwartz, M. Yerushalmy, & B. Wilson (Eds.), *The geometric supposer: What is it a case of?* (pp. 57–84). Erlbaum.
- Zaslavsky, O. (2008). Attention to similarities and differences: A fundamental principle for task design and implementation in mathematics education. *Topic Study Group 34: Research and development in task design and analysis*, ICME, 11.



Álgebra e a Educação de Jovens e Adultos: discutindo o processo de generalização

Adelita Postiglioni **Nunes**
Universidade Franciscana
Brasil
adelita.postiglioni@ufn.edu.br

Vitória de Mello **Figueiredo**
Universidade Franciscana
Brasil
vitoria.mello@ufn.edu.br

José Nunes **Ferreira**
Universidade Franciscana
Brasil
jose.nferreira@ufn.edu.br

Rosemar de Fatima **Vestena**
Universidade Franciscana
Brasil
rosemar@ufn.edu.br

Luis Sebastião Barbosa **Bemme**
Universidade Franciscana
Brasil
luis.bemme@ufn.edu.br

Resumo

Esta comunicação tem como objetivo discutir o modo como alunos da Educação de Jovens e Adultos - EJA, de uma escola pública do Estado do Rio Grande do Sul – Brasil, resolvem questões utilizando a ideia de generalização. Participaram desta pesquisa 26 alunos matriculados nas totalidades 2 e 3, correspondentes ao segundo e terceiro ano do Ensino Médio. Tal estudo caracteriza-se como qualitativo tendo em vista que os dados foram coletados a partir de um questionário composto por quatro questões, sendo, sua análise, realizada a partir de quatro categorias. As conclusões evidenciam que os alunos apresentam melhores resultados nas questões que exigem um conhecimento sobre padrão a partir de formas figurais, sem que nelas estejam

associadas noções de sequências numéricas. O segundo aspecto destaca que alguns alunos apresentaram soluções que não tinham sido consideradas, o que demonstra um potencial que deve ser fomentado com atividades que promovam o desenvolvimento desses alunos.

Palavras-chave: Educação de Jovens e Adultos; Ensino de Matemática; Lógica; Pesquisa em Educação Matemática; Pesquisa Qualitativa; Raciocínio lógico.

Introdução

O mundo contemporâneo nos convida a pensarmos cada vez mais sobre o papel da educação e, sobretudo, sobre as contribuições que as distintas áreas do conhecimento podem trazer para a compreensão do mundo em que vivemos. Entendemos que os conhecimentos científicos não podem ser vistos apenas a partir de uma lógica pragmática, mas se faz fundamental que os alunos possam estabelecer relações entre a escola e as situações que eles vivenciam em seu cotidiano.

Essa necessidade se assevera ainda mais quando pensamos na Educação de Jovens e Adultos – EJA, já que, por vezes, o público que compreende este contexto é composto por pessoas que estão há algum tempo fora da escola e precisam estabelecer novas conexões sobre seu agir no mundo e os conceitos que precisam aprender.

Sobre os currículos dos cursos da EJA, a Resolução nº 01/2021 salienta que estes, em relação à formação geral básica, devem assegurar os direitos e objetivos de aprendizagem expressos nos termos da Política Nacional de Alfabetização e da Base Nacional Curricular Comum – BNCC, tendo como principal ênfase o desenvolvimento da leitura e da escrita, além das competências e habilidades relacionadas à Língua Portuguesa, Matemática e Inclusão Digital (Brasil, 2021).

No que se refere a Matemática, a BNCC destaca oito competências que precisam ser consideradas ao longo dos processos formativos dos alunos. Dentre estas, destaca-se a competência que diz respeito a “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” (Brasil, 2018, p. 267). Entendemos que o desenvolvimento do raciocínio lógico é o primeiro passo para chegarmos a álgebra e, conseqüentemente, ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Cyrino e Oliveira (2011), destacam que o pensamento algébrico diz respeito ao modo como descrevemos os significados atribuídos aos objetos que pertencem ao campo da álgebra, destacando as relações que existem entre eles. Deste modo, o desenvolvimento de um pensamento algébrico é o que possibilitará que os alunos compreendam a Matemática na sua integralidade e estabeleçam relações e generalizações entre os distintos conceitos dessa área do conhecimento.

Deste modo, nesta comunicação temos como objetivo discutir o modo como alunos da Educação de Jovens e Adultos - EJA, de uma escola pública do Estado do Rio Grande do Sul – Brasil, resolvem questões utilizando a ideia de generalização.

Referencial Teórico

A Matemática escolar, por vezes, se apresenta como um grande desafio, tanto para o aluno que precisa aprender, quanto para o professor que precisa ensinar. Desse modo, pesquisas que busquem compreender este contexto, podem trazer elementos importantes para repensarmos os processos de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento.

Defendemos que a aprendizagem Matemática desempenha um papel único na vida do estudante, uma vez que ela é uma ferramenta valiosa para a compreensão e intervenção em distintas situações do cotidiano. Neste viés, nessa comunicação, nos preocupamos com o ensino de Matemática em um contexto muito específico: a Educação de Jovens e Adultos – EJA.

Kooro e Lopes (2007) sublinha que os educadores matemáticos que atuam no contexto da EJA precisam considerar e valorizar as experiências pessoais e culturais dos sujeitos envolvidos neste processo. Essa atitude possibilita um maior conhecimento sobre a realidade, a cultura e a sociedade, o que leva o aumento da autoconfiança, do senso crítico e da capacidade de julgamento de cada um.

Entendemos que atividades que tenham como foco o desenvolvimento do pensamento algébrico contribuem de forma especial para tais aspectos. Por pensamento algébrico entendemos como aquele que permite o estabelecimento de relações, regularidades, processo de generalização e compreensão de propriedades matemáticas fundamentais (Silva; Savioli; Passos, 2015).

É importante destacar que pensamento algébrico não é sinônimo de álgebra, mas é uma forma de pensar a partir desses conhecimentos. Segundo Brasil (2018) a unidade temática álgebra deve desenvolver o pensamento algébrico “que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos” (p. 270).

Metodologia

Para este estudo, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa, uma vez que buscamos trabalhar a partir do levantamento dos dados realizados, com o universo de significados que vão além da operacionalização de variáveis e buscar descobrir o significado por trás de tais resultados (Minayo, 2001).

Os integrantes que compuseram este estudo foram duas turmas de Ensino Médio EJA - Educação de Jovens e Adultos, sendo uma das turmas composta por 17 alunos e a outra por 25, totalizando 42 integrantes. No entanto, no dia da aplicação do questionário, estavam presentes 26 alunos na totalidade. As turmas se constituem por alunos de diferentes idades, desde jovens até pessoas mais velhas, o que simboliza uma diversidade de experiências e conhecimentos,

resultando em um grau significativo de dificuldade para a elaboração e desenvolvimento das atividades, fazendo-se necessário que o conteúdo produzido seja elaborado de uma forma concisa. A escola oferece atividades extras curriculares, possuindo um olhar especial principalmente para os alunos da EJA, dispondo de uma boa comunicação e alicerçando-se com um projeto pedagógico que promove um ambiente acolhedor.

Desta forma, alinhado com o propósito desta pesquisa, elaborou-se um questionário contendo quatro questões que são apresentadas na Figura 1.

1) Observe a sequência das figuras a seguir:



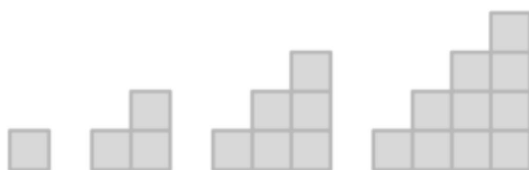
A partir dessa observação é possível dizer quais são as próximas duas figuras da sequência? Caso a resposta seja afirmativa, quais são essas figuras?

2) Observe as figuras a seguir:



É possível perceber que a primeira figura é formada por quatro palitos, a segunda figura é formada por sete palitos e a terceira por dez palitos. A partir destas informações diga quantos palitos são necessários para formar a figura seguinte. Como você chegou a este resultado?

3) Observe as figuras a seguir:



É possível perceber que a primeira figura é formada por um cubo, a segunda figura é formada por três cubos, a terceira por seis cubos e a quarta por dez cubos. A partir destas informações diga quantos cubos são necessários para formar a figura seguinte. Como você chegou a este resultado?

4) Observe a sequência numérica a seguir:

1, 4, 9, 16, 25, ...

A partir desses valores apresentados é possível dizer qual é o próximo termo da sequência? Caso seja afirmativo, qual é este termo e como chegou a este valor?

Figura 1. Sequência de atividades (Construção dos autores, 2024).

A ordem das questões propostas foi intencional, uma vez que se buscou a construção de uma complexidade crescente nas questões apresentadas, já que, iniciamos com uma questão onde os alunos tinham que descobrir o padrão de repetição, até chegarmos na última questão onde os estudantes tinham que descobrir o padrão numérico presente na sequência apresentada.

Os dados oriundos deste questionário foram organizados a partir de quatro categorias de análise, sendo elas: i. Correto; ii. Parcialmente correto; iii. Incorreto; e iv. Não respondeu.

Resultados e discussões

A tabela 1 apresenta uma síntese do número de respostas presente em cada uma das categorias elencadas.

Tabela 1
Categorias de análise.

Categorias	Questão 01	Questão 02	Questão 03	Questão 04
Correto	22	04	01	07
Parcialmente correto	01	13	09	09
Incorreto	02	05	12	02
Não respondeu	01	04	04	08

Fonte: Dados da pesquisa (Construção dos autores, 2024).

A partir dos dados levantados é possível inferir que os alunos começam a apresentar um maior nível de dificuldades quando são introduzidas as sequências numéricas, este fato fica perceptível na primeira questão, já que a mesma exigia que os alunos reconhecessem somente o padrão de repetição com figuras, sendo esta a questão com maior índice de acerto.

As questões 2 e 3 associavam representações geométricas com quantidades numéricas, o que levou os alunos a apresentarem as primeiras dificuldades. O número de respostas parcialmente corretas aumentou nessas questões, já que muitos alunos responderam a quantidade correta, no entanto, não trouxeram explicações sobre o modo como chegaram a este resultado, o que não esclarece de que forma os mesmos construíram as respectivas resoluções.

Sobre esse aspecto pontuamos que o modo como organizamos as aulas de Matemática pode induzir essa atitude do aluno, já que por vezes, focamos muitos no resultado e esquecemos do processo que nos leva a tal resultado. Nesse sentido acreditamos que a produção de escritas nas aulas de Matemática pode desempenhar um papel fundamental na aprendizagem e favorecer a avaliação da aprendizagem. Essa escrita favorece a valorização de diferentes habilidades que estão presentes na sala de aula (Smole, 2001).

Na última questão, o foco estava na sequência puramente numérica, sem relacionar a nenhuma forma de representação figural. Tal questão foi a que apresentou o maior número de respostas em branco, o que evidencia a falta de atitude do aluno diante da presença dos números.

No entanto, obtiveram-se resoluções que abordaram conceitos e modos de fazer que inicialmente não haviam sido cogitados, o que demonstra que alguns alunos desta turma estão com um pensamento algébrico bem desenvolvido e conseguem estabelecer relações com outros conceitos da área da Matemática.

Sobre esse aspecto, Van de Walle (2009) sublinha que os padrões numéricos apresentam muitas oportunidades para os estudantes expandirem sua compreensão sobre padrões. Além disso, o autor destaca que os padrões numéricos ou as sequências numéricas baseadas em uma regra podem promover o pensamento algébrico.

Deste modo, mesmo que os alunos apresentem dificuldades iniciais nesse tipo de atividade, se faz necessário investirmos em diferentes formas de se desenvolver tais habilidades, uma vez que elas irão impactar nos processos de ensino e aprendizagem de um modo geral, trazendo ganhos qualitativos para a sala de aula de Matemática.

Considerações finais

Nesta comunicação temos como objetivo discutir o modo como alunos da Educação de Jovens e Adultos - EJA, de uma escola pública do Estado do Rio Grande do Sul – Brasil, resolvem questões utilizando a ideia de generalização.

A partir dos dados coletados, podemos inferir dois aspectos centrais. O primeiro deles diz respeito ao fato de que os alunos apresentam melhores resultados em questões que exigem um conhecimento sobre padrão a partir de formas figurais. Esses índices caem significativamente quando são necessárias noções de sequências numéricas para interpretação desses padrões. Inferimos que este fato pode estar atrelado a falta da prática da escrita em Matemática, já que por vezes o centro da aula está na resposta correta e não no processo desenvolvido para se chegar a tal resposta.

Outro aspecto importante diz respeito ao fato de que alguns alunos apresentaram soluções que foram além do esperado, pois relacionaram conceitos e ideias matemáticas que inicialmente não tinham sido consideradas pelos pesquisadores, o que denota a necessidade de investirmos cada vez mais em atividades que promovam o desenvolvimento dos alunos que estão inseridos no contexto da Educação de Jovens e Adultos.

Referências e bibliografia

- Brasil. Ministério da Educação. (2018). Base nacional comum curricular. Ministério da Educação.
- Brasil. (2021). *Conselho Nacional de Educação (CNE). Resolução nº 01/2001. Diretrizes Operacionais para a Educação de Jovens e Adultos nos aspectos relativos ao seu alinhamento à Política Nacional de Alfabetização (PNA) e à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e Educação de Jovens e Adultos a Distância.* https://www.gov.br/mec/pt-br/media/acao_informacao/pdf-arq/DiretrizesEJA.pdf
- Kooro, M. B., e Lopes, C. E. (2007). *O conhecimento matemático na educação de jovens e adultos.* https://alb.org.br/arquivo-morto/edicoes_anteriores/anais16/sem15dpf/sm15ss13_04.pdf
- Cyrino, M. C. de C. T., e Oliveira, H. (2011). Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. *Bolema*, 24(38), 97-126. <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/4598/3704>

- Minayo, M. C. S. (1994). Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. In S. F. Deslandes, O. C. Gomes, R. Neto, & M. C. S. Minayo (Orgs.), *Pesquisa social: Teoria, método e criatividade* (pp. 9-27). Vozes.
- Silva, D. P., Savoli, A. M. P. D, e Passos, M. M. (2015). Caracterizações do pensamento algébrico manifestadas por estudantes em uma tarefa da EarlyAlgebra. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia*, 8(3), 104-135. <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/viewFile/1340/2182>
- Smole, K.C. S. (2001). Textos em Matemática: Por Que Não? In K. S. Smole e M. I. Diniz (Orgs.), *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática* (pp. 29-68). Porto Alegre, RS: Artmed.
- Van de Walle, J. A. (2009) *Matemática no ensino fundamental: formação de professores em sala de aula* (p. h. Colonese, Trad.). Porto Alegre, RS: Artmed.



Análisis de errores en la resolución de situaciones de contexto que requieren cálculos con números racionales

Vivian Libeth **Uzuriaga** López

Universidad Tecnológica de Pereira

Colombia

vuzuriaga@utp.edu.co

Cristian Mauricio **Arias** Aristizábal

Institución educativa “Cristo Rey”

Colombia

cmarias@utp.edu.co

Héctor Gerardo **Sánchez** Bedoya

Institución educativa “Iném Felipe Pérez”, Universidad Tecnológica de Pereira

Colombia

hgsanche@utp.edu.co

Resumen

Con el objetivo de analizar las dificultades que enfrentan los estudiantes al resolver problemas con números racionales, evidenciado en los bajos resultados en pruebas internas y externas en instituciones educativas colombianas, se realizó una investigación cualitativa basada en los errores de Newman. Participaron 17 estudiantes de último grado de educación media, quienes respondieron un cuestionario de cinco preguntas contextualizadas. Este instrumento permitió identificar los tipos de errores durante el análisis de procesos y desarrollos propuestos. Los hallazgos revelaron que los errores más comunes fueron de transformación y codificación, seguidos por lectura, habilidades de procesamiento y comprensión. Además, se observó que los estudiantes no lograron identificar los números racionales en su representación de proporcionalidad, lo que resultó en procedimientos de cálculo inadecuados. También mostraron dificultades para comprender los enunciados, como se comprobó en las entrevistas realizadas.

Palabras clave: Colombia; Educación Matemática; Errores de Newman; Pruebas nacionales; Resolución de problemas.

Definición y relevancia del problema

La enseñanza de los números racionales ha sido objeto de estudio en diversos niveles educativos, desde la educación básica hasta la universitaria, tanto en Colombia como a nivel internacional. Las investigaciones han abarcado desde la exploración de ideas iniciales hasta la comprensión del concepto y su aplicación en variadas situaciones y representaciones. Sin embargo, al enfrentar problemas relacionados con esta temática, los estudiantes suelen cometer errores tanto conceptuales como procedimentales. Estas dificultades han sido investigadas durante décadas (Abdullah, Zainal & Ali, 2015; Rosado, 2018) y son particularmente relevantes en las Instituciones Educativas (IE) de Colombia, ya que se reflejan en los bajos desempeños en pruebas estandarizadas internas y externas, como Saber-11, que evalúan la calidad de la educación en el país al abordar problemas contextualizados con números racionales (Arias, 2023).

Las dificultades persisten en la educación superior, especialmente en las primeras asignaturas de Matemáticas (Guarín, 2001; Silva, 2017). Esto se debe, en parte, a que las metodologías tradicionales empleadas por los docentes no facilitan una comprensión de los conceptos, propiedades y representaciones de los números racionales, como la relación entre fracción, razón y porcentaje. Además, la enseñanza se centra predominantemente en procesos algorítmicos, descuidando el enfoque en situaciones problemáticas o contextuales. Por lo tanto, es necesario investigar cómo los estudiantes perciben esta temática para proponer mejoras en las prácticas de enseñanza.

La problemática anterior llevó a la pregunta de investigación *¿cuáles son los errores que cometen los estudiantes de grado 11 de una institución educativa en Colombia cuando resuelven problemas que involucran números racionales?* A partir de la cual se formularon los objetivos: Estudiar los errores que cometen los estudiantes al leer problemas matemáticos (lectura), identificar errores por parte de los estudiantes en la comprensión de textos sobre resolución de problemas con números racionales (comprensión), describir procesos utilizados por los estudiantes de grado 11 en los que hacen uso de datos en problemas con números racionales (transformación), analizar los procesos utilizados en los que se incluyen errores de cálculo, o de manipulación de símbolos algebraicos y otros derivados de la ejecución de algoritmos (habilidad de proceso), y caracterizar los errores cometidos (codificación). Estos objetivos buscan profundizar en las dificultades que enfrentan los estudiantes para proponer estrategias que mejoren la enseñanza y por ende el aprendizaje de los números racionales.

Referencial teórico

Una estrategia para que los estudiantes afiancen sus conocimientos matemáticos es mediante una enseñanza basada en la resolución de situaciones problemas o contextualizadas (Guarín, 2001). Estas situaciones deben ser significativas para los alumnos y generar desequilibrios cognitivos que favorezcan la comprensión de los conceptos, evitando así un enfoque de enseñanza y aprendizaje memorístico, rutinario y algorítmico. En esta investigación, las situaciones de contexto fueron tomadas de la guía de orientación examen Saber 11 año 2018.

El estudio, análisis e investigación de los errores contribuyen a la exploración de cuestiones abstractas relacionadas con la naturaleza de las Matemáticas, a las cuales resulta difícil acceder por otros medios (Rico, 1995). Por lo tanto, se convierte en un recurso para indagar sobre la práctica docente y mejorar su comprensión.

El análisis de los errores en la investigación se fundamentó en la teoría de Newman, que está diseñada como un procedimiento de diagnóstico para resolver problemas matemáticos presentados en forma de enunciado (Musyadad & Martadiputra, 2021). Newman definió cinco habilidades específicas de lectoescritura y aritmética como fundamentales para el desempeño en la resolución de problemas: lectura, comprensión, transformación, habilidad de proceso y codificación. Este marco proporciona una base para identificar las causas que conducen a que los estudiantes enfrenten dificultades con los problemas matemáticos, lo que a su vez ayuda a los docentes a determinar los puntos de confusión que surgen durante la resolución de ejercicios (Leslie, 2010).

Método y desarrollo conceptual

La investigación se desarrolló con una metodología cualitativa, de corte descriptivo e interpretativo (Hernández, Fernández & Baptista, 2010), en la que participaron 17 estudiantes de grado once, entre 16 y 18 años de edad, que es el último nivel de escolaridad antes de ingresar a la universidad, y quienes respondieron un cuestionario de cinco preguntas que fueron seleccionadas de las pruebas Saber 2018, cuya solución requirió de los números racionales en sus diferentes representaciones. Las respuestas fueron analizadas a partir del instrumento de valoración adaptado de (Musyadad & Martaduputra, 2021).

Al resolver los cinco problemas, se solicitó al estudiante que explicara por escrito y con sus propias palabras el procedimiento empleado, lo que permitió analizar los errores de acuerdo con la clasificación de Newman, asociando la respuesta del estudiante a uno o varios de los indicadores propuestos.

Además del proceso de codificación de las estrategias aplicadas por los estudiantes en las pruebas escritas, se llevó a cabo una entrevista semiestructurada con aquellos estudiantes que presentaron un mayor número de errores. El propósito de esta entrevista fue comprender la forma de pensar de los estudiantes y analizar en mayor profundidad los argumentos que justificaron la elección del método propuesto para resolver los problemas, así como los procedimientos de cálculo realizados.

Resultados

Para el análisis de los resultados, se seleccionaron las preguntas que presentaron los errores más frecuentes según la clasificación de Newman (1977) y que dan respuesta a los objetivos propuestos. La Tabla 1 muestra el porcentaje de errores cometidos por los estudiantes al resolver las cinco preguntas relacionadas con los números racionales en sus diversas representaciones.

Tabla 1

Resultados de errores según clasificación de Newman de las 5 preguntas.

Tipo de error	Porcentaje de error
Lectura	20.23%
Comprensión	10.11%
Transformación	26.59%
Habilidad de proceso	20.23%
Codificación	22.84%

Fuente: Arias, C.M. 2023.

De acuerdo con los resultados mostrados en la Tabla 1, se observa que la mayor cantidad de errores se presentó en las etapas de transformación (26.59%) y codificación (22.84%), mientras que los errores de comprensión tuvieron el menor porcentaje (10.11%). Estos hallazgos corroboran los resultados publicados por Abdullah et al. (2015), quienes encontraron que el 20.92% de los errores se debieron a factores de fluidez (lectura y comprensión), y el 79.08% a factores de procesamiento matemático (transformación, habilidades de proceso y codificación).

En consecuencia, para los fines de este reporte de investigación, se llevará a cabo un análisis de los errores identificados en los estudiantes al resolver la pregunta 4 del cuestionario.

Pregunta 4

En un club deportivo tienen 3 cubos numerados del 1 al 3, como se muestra en la figura, que se utilizan en el momento de entregar las medallas de oro, plata y bronce a los ganadores de cada competencia.

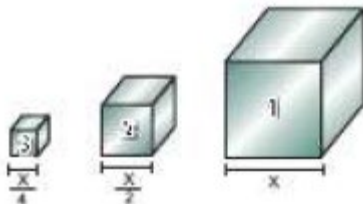


Imagen 1. Cubos para entrega de medallas.

Si se gasta un galón de pintura para pintar el cubo 3, ¿De qué manera se puede determinar el número de galones de pintura que se necesita para pintar los cubos 1 y 2?

- Contando el número de cuadrados de área $\left(\frac{x}{4}\right)^2$ que se necesita para formar una cara del cubo 1 y una cara del cubo 2.
- Contando el número de cubos de volumen $\left(\frac{x}{4}\right)^3$ que se necesita para formar los cubos 1 y 2.
- Sumando los valores de t que solucionan las ecuaciones $\frac{1}{6\left(\frac{x}{4}\right)^2} = \frac{t}{6\left(\frac{x}{2}\right)^2}$ y $\frac{1}{6\left(\frac{x}{4}\right)^2} = \frac{t}{6x^2}$
- Sumando los valores de t que solucionan las ecuaciones $\frac{1}{\left(\frac{x}{4}\right)^3} = \frac{t}{\left(\frac{x}{2}\right)^3}$ y $\frac{1}{\left(\frac{x}{4}\right)^3} = \frac{t}{x^3}$

Para cada tipo de error, se interpretaron las respuestas de los estudiantes, como se muestra en la Tabla siguiente.

Tabla 2

Respuestas a la pregunta No. 4 del cuestionario.

Tipo de error	Hallazgo
Lectura	No es específico en la información requerida para dar solución al problema.
Saber las caras del cubo las medallas cubos , numeros , medallas , ganadores	
Comprensión	Asume que, para un cuadrado, el aumento en la longitud del lado produce un aumento en la misma proporción para el área.
A. Contando el numero de cuadrados de area $(\frac{x}{4})^2$ y como al tener las areas y saber su longitud. El numero de cuenta de sus areas son representables de los cubos. Hay que tener en cuenta que en el segundo cubo hay $\frac{x}{2}$ lo que el primer representa como $\frac{x}{4}$ así que se duplica la ecuación para saber su area	
Transformación	Considera que elevando a una potencia de tres el lado del cubo 3, es posible encontrar los galones necesarios para los cubos 1 y 2.
3) Para mí la respuesta correcta es la B porque el Tercer cubo se gasta un galón entonces para saber cuanto se gasta el 1 y 2 es $(\frac{x}{4})^3$ porque son 3 cubos	
Habilidad de proceso	Relaciona la variable x como el número de cubos y así hallar los galones necesarios para pintar los cubos 1 y 2, además se equivoca al calcular la potencia.
$\frac{x^3}{4}$ $\frac{3^3}{4} = \frac{9}{4} = \frac{3}{2}$ Se necesitan $\frac{3}{2}$ para pintar los cubos 1 y 2	
Codificación	No hay argumentos que sustenten el porqué de la elección de la opción de respuesta.
A. Se puede determinar contando el numero de cuadros de area $(\frac{x}{4})$ que se necesita para pintar los cubos 1 y 2.	

Fuente: Elaboración propia. 2023

En el error de **lectura**, el estudiante no establece una relación entre las dimensiones de los cubos y los galones de pintura, ni menciona que la diferencia en tamaños está relacionada con la longitud del lado del cubo, que se reduce a la mitad entre un cubo y otro. Esta omisión se convierte en un factor fundamental que impide comprender la equivalencia entre el área y el volumen requerido de pintura para los cubos.

En problemas de este tipo, donde los estudiantes deben interpretar información presentada en figuras y relacionarla con la situación planteada, surge confusión al no tener claridad sobre el tratamiento adecuado de los datos. Musyadad y Martadiputra (2021) también destacan en su investigación que, existe confusión respecto a la información proporcionada en las figuras, lo que conduce a lecturas incorrectas y a cometer errores.

En el error de **comprensión**, se observa que el estudiante al interpretar la relación entre longitud y área, asume que: si la longitud del lado de un cuadrado se duplica, el área también se duplicará. Esta afirmación refleja un error conceptual y un mal manejo de las “fórmulas”.

En los errores de **transformación**, se evidencia una gran dificultad en los estudiantes para proponer procedimientos de solución en ejercicios que involucran cálculos de proporcionalidad. Presentan estrategias que incluyen consideraciones no válidas, procedimientos incoherentes e incompletos, así como un manejo inadecuado de variables y unidades. Los estudiantes no logran identificar que los cálculos deben basarse en el área superficial de los cubos, en lugar del volumen. En algunos casos, realizan comparaciones directas entre la información presentada en las imágenes y las opciones de respuesta, sin especificar los criterios o análisis realizados.

Los hallazgos anteriores, respaldados por Rosado (2018), indican que los errores se originan en un aprendizaje deficiente de destrezas y conceptos previos. Lo que se manifiesta en procedimientos y resultados con una interpretación limitada de los números racionales, evidenciando la incapacidad para identificar la proporcionalidad y la ejecución de cálculos erróneos. En esta investigación, se observó que las dificultades estaban relacionadas con la comprensión de los conceptos de área de la superficie de un cuadrado y el número de cuadrados que conforman un cubo, lo cual es esencial para establecer la proporcionalidad entre el área y el volumen. Además, los procedimientos matemáticos requeridos para resolver el problema fueron inadecuados. Estos resultados son consistentes con los hallazgos de Musyadad y Martadiputra (2021), quienes concluyeron que entre los errores de transformación cometidos por los estudiantes se encuentra el uso incorrecto de operaciones aritméticas o “fórmulas”, lo que les impide distinguir entre la regla que define el área superficial y la del volumen.

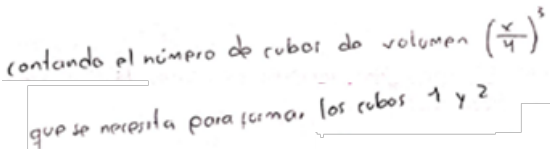
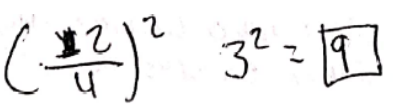
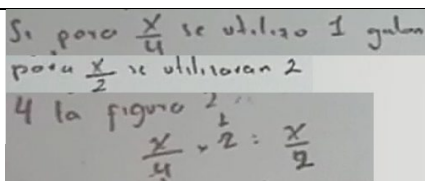
En cuanto a los errores relacionados con las **habilidades de proceso**, los estudiantes no solo eligen un método de cálculo incorrecto, sino que, cometen errores en los procedimientos matemáticos. Por ejemplo, en el caso presentado, el estudiante no utiliza adecuadamente el concepto de potencia al considerar que 9 es el resultado de 3^3 . Este tipo de problemas, que requieren un análisis dimensional de la información presentada en figuras, dificulta la interpretación por parte de los estudiantes y afecta su capacidad para tomar decisiones sobre el procesamiento correcto de los datos.

Por otro lado, en los errores de **codificación**, los estudiantes no argumentan adecuadamente la elección de la opción de respuesta que consideran correcta, y los resultados obtenidos no coinciden con la respuesta seleccionada, además de ser incompletos. Por ejemplo, el estudiante afirma que $\frac{x}{4}$ representa un área, lo cual es incorrecto, ya que debería estar elevado al cuadrado. Además, este planteamiento es incompleto porque no considera los galones de pintura.

Con el objetivo de comprender mejor el razonamiento de los estudiantes al resolver los ejercicios, se hicieron entrevistas para indagar sobre las decisiones y procesos realizados.

Tabla 3

Resultados de las entrevistas realizadas a los estudiantes.

Respuesta del estudiante	Transcripción entrevista
	“Pues yo lo puse así porque el 4 es de los lados que tiene el cubo y el 3 es de los números de cubos que había ahí en el problema”
	“En el momento yo consideré que era como lo adecuado para resolver este problema, que era sumar todos los lados del cubo y dividirlos por cada lado. El 12 son los 4 lados de los 3 cubos y lo dividí por 4 lados. Como son 2 cubos que tengo que saber qué cantidad de pintura tengo que utilizar, yo dije lo elevo a la 2”
	“El ejercicio decía que $x/4$ era lo que se utilizaba para..., ósea el galón que se utilizaba para pintar el cubo en sí. Para pintar $x/2$ se utilizan 2 galones porque es el doble, porque al multiplicar $x/4$ por 2 da $x/2$”

Fuente: Elaboración propia. 2023

De acuerdo con los resultados presentados en la Tabla 3, se puede corroborar que gran parte de las dificultades que llevaron a los estudiantes a cometer errores se deben a la falta de conocimientos previos necesarios para la resolución del problema. Por ejemplo, algunos afirmaron incorrectamente que un cubo tiene cuatro lados, otros creen que una potencia, en el contexto del ejercicio, representa la cantidad de cubos involucrados. Además, se observó que los alumnos consideran erróneamente que la longitud y el área de un cubo aumentan de manera proporcional; es decir, si la longitud del lado de un cubo se duplica, su área también se duplicará, lo que constituye un error dimensional.

Lo anterior confirma los hallazgos obtenidos por Musyadad y Martadiputra (2021), quienes concluyeron que los estudiantes no identifican adecuadamente la información del texto, no saben cómo transformar el problema en un procedimiento matemático, carecen de claridad en la comprensión de la situación planteada y presentan deficiencias en sus conocimientos de conceptos matemáticos.

Conclusiones

Los resultados permitieron identificar, de acuerdo con el propósito formulado para las preguntas y las respuestas de los estudiantes, que los errores se producen inicialmente por la falta de conocimientos previos para abordar la solución de los problemas, reflejando los porcentajes más altos de error en las etapas de transformación, habilidad de proceso y codificación. Además, se observan dificultades para elegir un método adecuado para el procesamiento de la información. Asimismo, los estudiantes no identificaron los números racionales en su representación de proporcionalidad, no lograron dar significado a las fracciones y, aunque realizaron operaciones, presentaron dificultades para comprender los enunciados de los problemas y aplicar las fracciones en su resolución.

Dado que los errores se originan por una base conceptual débil, es fundamental que la metodología de enseñanza incluya un diagnóstico claro de conocimientos previos y una secuencia de actividades que parta de conceptos básicos, como el significado de la fracción como parte-todo, hasta llegar a representaciones más complejas como la proporcionalidad. Esto implica diseñar rutas de aprendizaje gradual que asegure la construcción significativa de los conceptos relacionados con los números racionales. Las dificultades en la comprensión de enunciados y en la elección de métodos adecuados para resolver problemas indican la necesidad de integrar estrategias didácticas orientadas al desarrollo de habilidades de lectura matemática y razonamiento lógico. Esto incluye, por ejemplo, la resolución de problemas contextualizados, el uso de organizadores gráficos y la explicitación de los pasos de resolución, fomentando la metacognición. El hecho de que los estudiantes no logren dar significado a las fracciones ni las identifiquen en contextos proporcionales evidencia la necesidad de usar recursos didácticos que hagan visible lo abstracto. El empleo de materiales manipulativos y representaciones visuales puede facilitar la interiorización del concepto y su conexión con situaciones reales.

Referencias

- Abdullah, A.H., Abidin, N.L.Z. & Ali, M. (2015). Analysis of Students Errors in Solving Higher Order Thinking Skills (HOTS) Problems for the Topic of Fraction. *Asian Social Science*, 11(21), 133–142.
- Arias, C.M. (2023). *Errores que cometen los estudiantes de grado once de la Institución Educativa Nazario Restrepo cuando resuelven problemas con números racionales* (Tesis de Maestría; Universidad Tecnológica de Pereira). <https://hdl.handle.net/11059/15060>.
- Guarín, J.M. (2001). Sistemas de representación de números racionales positivos, un estudio con maestros en formación. *Contextos educativos*, vol. 4, pp. 137–159.
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* (5ª ed).
- Leslie, A. (2010). Numeracy, Literacy and Newman's Error Analysis. *Journal of Science and Mathematics*. 33(2), 129–148.
- Musyadad, M.A. & Martadiputra, B.A. (2021). Error type analysis based on Newman's theory in solving mathematical communication ability of junior high school students on the material of polyhedron. *Journal of Physics: Conference Series*, vol.1806, 1–6.
- Newman, N.A. (1977). An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks. *Victorian Institute of Educational Research Bulletin*, vol. 39, 31–43.
- Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En *Educación matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica, 69–108.
- Rosado, T.A. (2018). *Operaciones básicas de números racionales aplicados en el planteamiento y resolución de problemas de ciencias en los grados sexto y séptimo de la Institución Educativa Virgen del Carmen*, (Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia). <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/63413>.



Análisis detallado de conexiones matemáticas y neuromatemáticas utilizando herramientas ontosemióticas a través de ChatGPT

Benilda María **Cantillo-Rudas**

Institución Universitaria de Barranquilla

Colombia

becantillo@unibarranquilla.edu.co

Camilo Andrés **Rodríguez-Nieto**

Universidad de la Costa (CUC)

Colombia

crodrigu79@cuc.edu.co

Flor Monserrat **Rodríguez-Vásquez**

Universidad Autónoma de Guerrero

México

flor.rodriguez@uagro.mx

Vicenç **Font**

Universidad de Barcelona

España

vfont@ub.edu

Resumen

La inteligencia artificial, en particular ChatGPT, ha surgido como una herramienta clave en la Educación Matemática, que permite analizar conexiones matemáticas y neuromatemáticas. Este estudio, fundamentado en la Teoría de Conexiones y el Enfoque Ontosemiótico, explora cómo ChatGPT facilita la comprensión de conceptos matemáticos y los procesos cerebrales asociados al aprendizaje. Se llevó a cabo un estudio de caso con un estudiante de bachillerato de 15 años de edad y un profesor de 29 años de edad los cuales resolvieron un problema geométrico, activando conexiones matemáticas (significado, modelado, procedimientos y representaciones) y neuromatemáticas (coordinación motora y reconocimiento de términos). ChatGPT demostró ser eficaz en identificar conexiones procedimentales y representaciones, aunque cuidando la profundidad en propiedades como la asociativa. Además, mientras las conexiones neuromatemáticas permiten un análisis secuencial del aprendizaje, ChatGPT requiere orientación basada en marcos teóricos

establecidos. Este trabajo resalta el potencial de la inteligencia artificial para enriquecer la Educación matemática, subrayando la necesidad de guías pedagógicas para maximizar su impacto.

Palabras claves: Conexiones matemáticas; Conexiones neuromatemáticas; Educación Matemática; ChatGPT.

Introducción

Las conexiones matemáticas son clave para entender objetos matemáticos y su relación con situaciones cotidianas (Rodríguez-Nieto et al., 2023). Investigaciones recientes han analizado conexiones en conceptos geométricos, funciones exponenciales y logarítmicas, y la enseñanza de funciones (Campo-Meneses et al., 2023). Otros estudios exploran cómo estudiantes preuniversitarios abordan problemas relacionados con la derivada y la integral (García-García y Dolores-Flores, 2018). A pesar de estos avances, se ha poco explorado el proceso mental antes de establecer conexiones matemáticas, aunque algunos estudios como los de Osler y Mason (2016) y Giraldo-Rojas et al. (2021) abordan el papel de la neurociencia en la comprensión matemática. Alvarenga et al. (2022) sugieren integrar aspectos neurocientíficos en la formación docente para mejorar la enseñanza. La inteligencia artificial (IA), especialmente ChatGPT, también está transformando la educación matemática. Herramientas de IA permiten personalizar el aprendizaje y ayudar a los docentes a desarrollar estrategias más efectivas (Zafrullah et al., 2023). Estudios recientes han examinado el impacto de ChatGPT en la enseñanza de matemáticas y su capacidad para apoyar a estudiantes en sus tareas, generando respuestas inmediatas en diversas áreas (Castro-Morales et al., 2023). Sin embargo, ChatGPT aún no ha sido utilizado para analizar conexiones matemáticas y neuromatemáticas en los estudiantes. Este trabajo tiene como objetivo investigar estas conexiones a través de un marco teórico que incluye la teoría de conexiones y la neuromatemática, sugiriendo que ChatGPT puede facilitar la comprensión del contenido matemático y la actividad cerebral asociada (Soraya et al., 2023).

Elementos teóricos o conceptuales

La Teoría Ampliada de las Conexiones Matemáticas propone que una conexión es la punta de un iceberg, compuesta por un conglomerado de prácticas, procesos, objetos y funciones semióticas que los vinculan, utilizando herramientas del Enfoque Ontosemiótico. Esta teoría clasifica las conexiones matemáticas en diversas tipologías, como representaciones diferentes, procedimentales, parte-todo, entre otras (García-García y Dolores-Flores, 2018; Rodríguez-Nieto et al., 2023). En este contexto, la neuromatemática se presenta como una disciplina científica que investiga cómo los avances en neurociencia pueden influir en los mecanismos cerebrales asociados al aprendizaje matemático y a los procesos pedagógicos implicados en su enseñanza (Giraldo et al., 2021). A su vez, la innovación tecnológica de ChatGPT, basada en inteligencia artificial y Procesamiento del Lenguaje Natural (NLP) (Setiawan & Luthfiyani, 2023), ofrece un recurso valioso para mejorar la educación, siempre y cuando se utilice con prudencia, permitiendo así una interacción más efectiva y enriquecedora en diversos campos, incluida la Educación Matemática.

Descripción del trabajo a realizar

Esta investigación cualitativa exploratoria analiza las conexiones matemáticas y neuromatemáticas de un estudiante de undécimo grado en la resolución de un problema geométrico, desarrollada en cinco etapas: 1) selección del participante, 2) recolección de datos mediante una tarea y observación no participante, 3) análisis de conexiones matemáticas, 4) análisis de conexiones neuromatemáticas y 5) integración de los resultados usando ChatGPT. La tarea planteada consistió en calcular el volumen de una caja de pasta de dientes Oral-B encontrada por el estudiante, cuyas dimensiones eran: ancho 3 cm, altura 4,5 cm y longitud 20 cm.

Resultados

Para analizar las conexiones se usa el método de análisis detallado de conexiones matemáticas que consiste en hacer una narrativa, identificar el sistema de prácticas matemáticas y procesos, objetos primarios, configuración cognitiva y funciones semióticas (ver Figura 1).

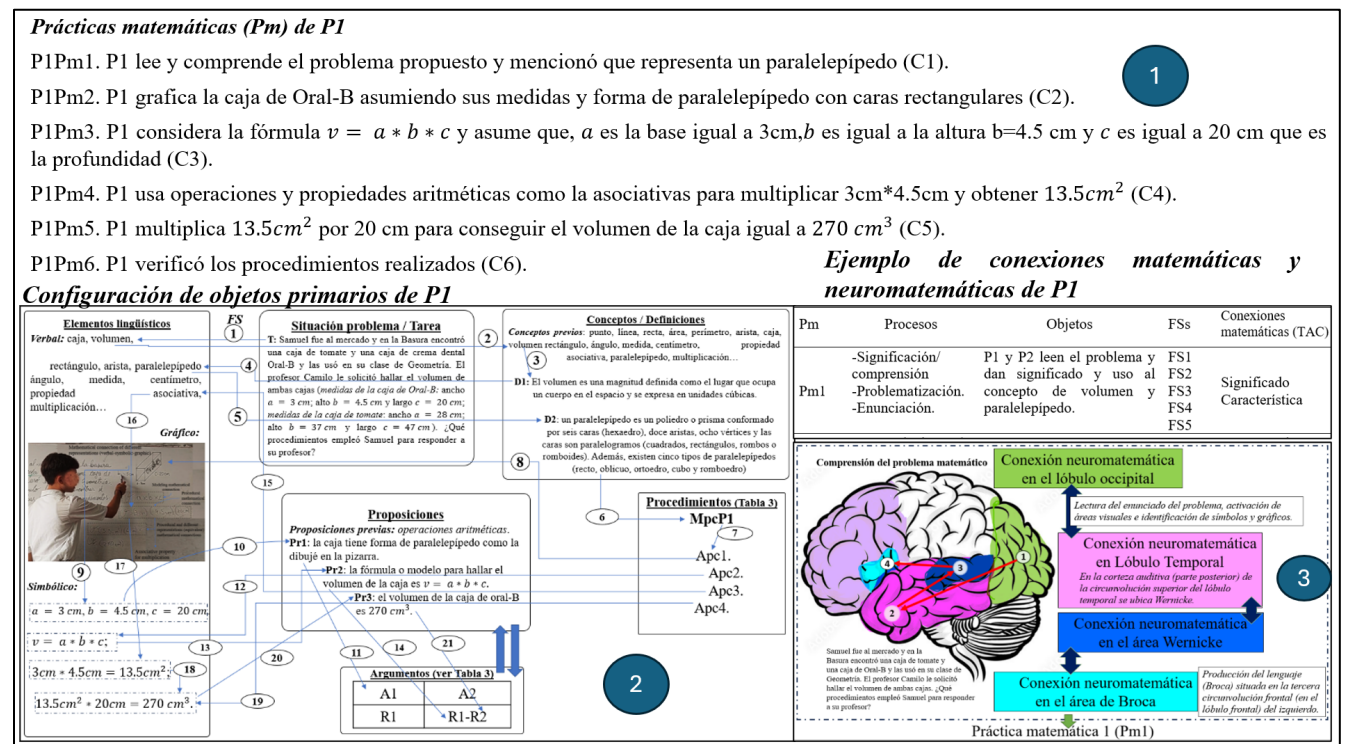


Figura 1. Síntesis del análisis de conexiones matemáticas y neuromatemáticas.

Luego de analizar las conexiones neuromatemáticas con base en la teoría y elementos de la neuromatemática, se emplea la herramienta del ChatGPT para identificar las conexiones matemática y neuromatemáticas con inteligencia artificial, sabiendo que es un lenguaje poderoso con una base de datos actualizada que nos arrojó lo siguiente: Conexiones matemáticas y neuromatemáticas identificadas con ChatGPT.

En la resolución del problema por parte de ChatGPT se evidencian conexiones matemáticas de geometría básica referida a la comprensión del concepto y estructura de la caja. También, usó la conexión procedimental al aplicar la fórmula de volumen y ejecutar multiplicaciones, pero a diferencia del procedimiento realizado por el estudiante a la luz de la Teoría de conexiones (TAC) se reconoció la propiedad asociativa. Posteriormente, ChatGPT estableció la conexión de Matemática de reconocimiento de unidades de medida la cual está incluida en la conexión procedimental de la TAC como fin del procedimiento (respuesta), ver Figura 2.

ChatGPT 3.5

Pregunta 1

Tú resuelve el siguiente problema: Samuel fue al mercado y en la basura encontró una caja de pasta de dientes Oral-B y la usó en su clase de Geometría. El profesor Camilo le pidió que encontrara el volumen de la caja. ¿Qué procedimientos utilizó Samuel para responderle a su profesor? Medidas de la caja de Oral-B: ancho $a = 3$ cm; altura $b = 4,5$ cm y longitud $c = 20$ cm.

ChatGPT

Para calcular el volumen de la caja de pasta de dientes Oral-B, Samuel utilizará la fórmula del volumen de un paralelepípedo, que es:

Respuesta 1

$$V = a \times b \times c$$

Donde:

- * a es el ancho de la caja (3 cm)
- * b es la altura de la caja (4,5 cm)
- * c es la longitud de la caja (20 cm)

Sustituyendo los valores en la fórmula, obtenemos:

$$V = 3 \text{ cm} \times 4,5 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$$

$$V = 270 \text{ cm}^3$$

Por lo tanto, el volumen de la caja de pasta de dientes Oral-B es de 270 cm^3 .

Pregunta 2

Tú ¿Qué conexiones matemáticas se activan al momento de resolver el siguiente problema: Samuel fue al mercado y en la basura encontró una caja de pasta de dientes Oral-B y la usó en su clase de Geometría. El profesor Camilo le pidió que encontrara el volumen de la caja. ¿Qué procedimientos utilizó Samuel para responderle a su profesor? Medidas de la caja de Oral-B: ancho $a = 3$ cm; altura $b = 4,5$ cm y longitud $c = 20$ cm.

ChatGPT

Al resolver este problema matemático, Samuel activa varias conexiones matemáticas, incluyendo:

1. **Geometría básica:** Samuel utiliza conceptos básicos de geometría para entender la forma tridimensional de la caja de pasta de dientes Oral-B y cómo se relacionan las diferentes dimensiones (ancho, altura y longitud).
2. **Fórmula del volumen:** Aplica la fórmula del volumen de un paralelepípedo $V = a \times b \times c$, donde a , b y c son las dimensiones de la caja (ancho, altura y longitud, respectivamente).

3. **Multiplicación:** Realiza operaciones de multiplicación para calcular el producto de las dimensiones a , b y c y encontrar el volumen total de la caja.

4. **Unidades de medida:** Reconoce las unidades de medida (centímetros en este caso) asociadas con cada dimensión y aplica correctamente las unidades en el cálculo del volumen.

5. **Interpretación del resultado:** Comprende el significado del volumen obtenido en el contexto del problema, reconociendo que representa la cantidad de espacio ocupado por la caja de pasta de dientes.

Estas conexiones matemáticas se activan en la mente de Samuel mientras resuelve el problema, demostrando su capacidad para aplicar conceptos geométricos y habilidades matemáticas básicas en situaciones prácticas.

Pregunta 3

Tú ¿Qué conexiones neuromatemáticas se activan al momento de resolver el siguiente problema: Samuel fue al mercado y en la basura encontró una caja de pasta de dientes Oral-B y la usó en su clase de Geometría. El profesor Camilo le pidió que dibujara y encontrara el volumen de la caja. ¿Qué procedimientos utilizó Samuel para responderle a su profesor? Medidas de la caja de Oral-B: ancho $a = 3$ cm; altura $b = 4,5$ cm y longitud $c = 20$ cm.

Respuesta 3

ChatGPT

Resolver este problema implica activar varias conexiones neuromatemáticas relacionadas con la geometría y el cálculo del volumen de un objeto. Aquí hay algunas de las conexiones que se activarían:

1. **Identificación de la forma geométrica:** Samuel necesita reconocer que la caja de pasta de dientes Oral-B es un paralelepípedo rectangular, lo cual implica activar áreas del cerebro relacionadas con la percepción visual y la identificación de formas.
2. **Aplicación de la fórmula del volumen:** Una vez identificada la forma, Samuel debe recordar o derivar la fórmula para calcular el volumen de un paralelepípedo rectangular. La fórmula es $V = a \times b \times c$, donde ' a ', ' b ' y ' c ' representan las dimensiones del ancho, altura y longitud, respectivamente.
3. **Operaciones aritméticas:** Samuel necesitará realizar multiplicaciones para calcular el volumen utilizando las medidas proporcionadas. Esto implica activar áreas del cerebro relacionadas con el procesamiento numérico y las operaciones aritméticas básicas.
4. **Comprensión espacial:** Para dibujar la caja y calcular su volumen, Samuel debe comprender conceptos espaciales, como la relación entre las dimensiones y cómo estas se traducen en la representación visual y en el cálculo del volumen.
5. **Memoria de trabajo:** Samuel necesita mantener en su memoria las medidas proporcionadas (ancho, altura y longitud) mientras realiza los cálculos y dibuja la representación de la caja. Esto involucra activar áreas del cerebro relacionadas con la memoria de trabajo y la retención temporal de información.
6. **Atención y concentración:** Resolver este problema requiere atención y concentración para seguir el procedimiento correctamente y evitar cometer errores en los cálculos o en la representación visual de la caja.

Continúa

Figura 2. Conexiones matemáticas y neuromatemáticas con ChatGPT.

Conclusiones

Las conexiones neuromatemáticas muestran similitudes en los análisis realizados, pero el análisis basado en esta teoría es más organizado y detallado que el de ChatGPT, ya que presenta las áreas cerebrales activadas de manera secuencial. ChatGPT es más general y necesita orientaciones precisas basadas en teorías establecidas, y carece de la conexión neuromatemática de comprobación y conclusión. Coincidimos con Dasari et al. (2024) en que, aunque ChatGPT es un lenguaje cercano al humano, es una herramienta que debe ser utilizada con la guía de una persona para una comprensión profunda del contenido didáctico o matemático.

Referencias

- Alvarenga, K., Domingos, A., & Cabrera, D. (2022). Neurociencias Cognitivas en la Formación de Profesores de Matemática. *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18(65).
- Campo-Meneses, K. G., & García-García, J. (2023). Conexiones matemáticas identificadas en una clase sobre las funciones exponencial y logarítmica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 37, 849-871.
- Castro Morales, L. G., Pantoja Burbano, M. J., & Guanoluisa Morales, J. A. (2023). La utilización de la tecnología de chatGPT como recurso para la aplicación de la lógica Matemática. *Revista Conrado*, 19(S2), 570-579.
- Dasari, D., Hendriyanto, A., Sahara, S., Suryadi, D., Muhaimin, L. H., Chao, T., & Fitriana, L. (2024). ChatGPT in didactical tetrahedron, does it make an exception? A case study in mathematics teaching and learning. *Frontiers in Education*, 8, 1295413.
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2018). Intra-mathematical connections made by high school students in performing Calculus tasks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(2), 227-252.
- Giraldo-Rojas, J. D., Zabala-Jaramillo, L. A., & Parraguez-González, M. C. (2021). Neuromatemática un estudio interdisciplinario: el caso de las emociones expresadas en la construcción del paralelepípedo. *Scientia et Technica*, 26(3), 378-390.
- Osler, J. E. (2012). Trichotomy Squared A Novel Mixed Methods Test and Research Procedure Designed to Analyze, Transform, and Compare Qualitative and Quantitative Data for Education Scientists who are Administrators, Practitioners, Teachers, and Technologists. *i-manager's Journal on Mathematics*, 1(3), 23.
- Rodríguez-Nieto, C. A., Rodríguez-Vásquez, F. M. & Font, V. (2023). Combined use of the extended theory of connections and the onto-semiotic approach to analyze mathematical connections by relating the graphs of f and f' . *Educational Studies in Mathematics*, 114, 63-88.
- Setiawan, A., & Luthfiyani, U. K. (2023). Penggunaan ChatGPT Untuk Pendidikan di Era Education 4.0: Usulan Inovasi Meningkatkan Keterampilan Menulis. *JURNAL PETISI (Pendidikan Teknologi Informasi)*, 4(1), 49–58.
- Soraya, S. M., Kurjono, & Muhammad, I. (2023). Analisis Bibliometrik: Penelitian Literasi Digital dan Hasil Belajar pada Database Scopus (2009-2023). *EDUKASIA: Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran*, 4(20), 387–398.
- Zafrullah, Z., Hakim, M. L., & Angga, M. (2023). ChatGPT open AI: Analysis of mathematics education students learning interest. *Journal of Technology Global*, 1(01), 1-10.



Análisis ontosemiótico de las conexiones matemáticas y etnomatemáticas: Ejemplos prácticos sobre diversos conceptos matemáticos

Camilo Andrés **Rodríguez-Nieto**

Universidad de la Costa (CUC)

Colombia

crodrigu79@cuc.edu.co

Benilda María **Cantillo-Rudas**

Institución Universitaria de Barranquilla

Colombia

becantillo@unibarranquilla.edu.co

Vicenç **Font**

Universidad de Barcelona

España

vfont@ub.edu

Flor Monserrat **Rodríguez-Vásquez**

Universidad Autónoma de Guerrero

México

flor.rodriguez@uagro.mx

Resumen

En este taller se analizarán las conexiones matemáticas y etnomatemáticas desde una visión ontosemiótica. De manera cualitativa se procederá en el desarrollo de tres etapas: primero se explicará la Teoría Ampliada de las conexiones (matemáticas y etnomatemáticas) (TAC) y algunas herramientas del Enfoque Ontosemiótico (EOS). Segundo se explicará en qué consiste el networking of theories y cómo se usan los cuatro pares de estrategias para integrar la TAC con el EOS. Tercero se resolverán tareas sobre la derivada enfatizando en múltiples representaciones y significados de este concepto. Se concluye que los participantes de este taller aprenderán a analizar conexiones matemáticas.

Palabras clave: Conexiones matemáticas y etnomatemáticas; Enfoque ontosemiótico; Networking of theories; Derivada.

Introducción

Las conexiones matemáticas se han considerado un tema relevante para los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en todos los niveles educativos, dado que, por medio de ellas los estudiantes y profesores pueden relacionar conceptos, significados, representaciones entre sí y, también relacionar las Matemáticas con problemas de la vida cotidiana (García-García & Dolores-Flores, 2018, 2020; NCTM, 2000; Rodríguez-Nieto et al., 2022a; Rodríguez-Nieto et al., 2023). Asimismo, son un requisito fundamental para lograr comprensión matemática.

Particularmente, con el concepto derivada se han realizado estudios enfocados en las conexiones (García-García & Dolores-Flores, 2018, 2020; Rodríguez-Nieto *et al.*, 2020) y en la comprensión matemática desde distintos marcos teóricos (Borji et al., 2018; Rodríguez-Nieto et al., 2022b). A pesar de la importancia que se le ha atribuido a este concepto matemático, algunas investigaciones reportan que es un concepto dificultoso por su complejidad y abstracción, que, de hecho, en varios casos los estudiantes presentan inconvenientes para conectar sus significados, representaciones y utilizarlo en problemas de aplicación (Fuentealba et al., 2019). Por lo tanto, en este taller se fomentará un espacio para promover y analizar conexiones matemáticas en la resolución de problemas asociados a la derivada y conexiones etnomatemáticas desde una visión ontosemiótica.

Motivación del taller y problemática asociada

Este taller es motivado porque la mayoría de los estudiantes y profesores tienen dificultades para comprender los conceptos de Cálculo, especialmente la derivada, integrales y vectores donde se reconoce que la causa de las dificultades es porque no conectan los significados y representaciones, lo cual les perjudica en la resolución de problemas (Rodríguez-Nieto et al., 2024). Además, en la enseñanza de las Matemáticas muchas veces se subvaloran las prácticas cotidianas donde se pueden evidenciar conexiones etnomatemáticas útiles para comprender situaciones de la vida real (Olivero-Acuña et al., 2025; Rodríguez-Nieto et al., 2024).

Referentes teóricos

Teóricamente este taller se fundamenta en la Teoría Ampliada de las Conexiones Matemáticas y Etnomatemáticas, donde se entiende una conexión como la punta de un iceberg conformadas por un conglomerado de prácticas, procesos, objetos y funciones semióticas que los relacionan y la tipología de conexiones matemáticas (Representaciones diferentes, procedimental, parte-todo, implicación, significado, característica, reversibilidad, instruccional, modelado y metafórica) (Businskas, 2008; García-García y Dolores-Flores, 2018; Rodríguez-Nieto et al., 2022b). Además, se considerarán las herramientas del Enfoque Ontosemiótico tales como la actividad matemática, prácticas matemáticas, objetos primarios y procesos, funciones semióticas, configuración cognitiva, entre otros (Godino et al., 2019). También, se tendrán en cuenta los cuatro pares de estrategias para integrar teorías (comprensión de las teorías, compara y

contrastar, coordinar y combinar, integrar y sintetizar) (Prediger et al., 2008). Ver la tipología de conexiones en la Figura 1.

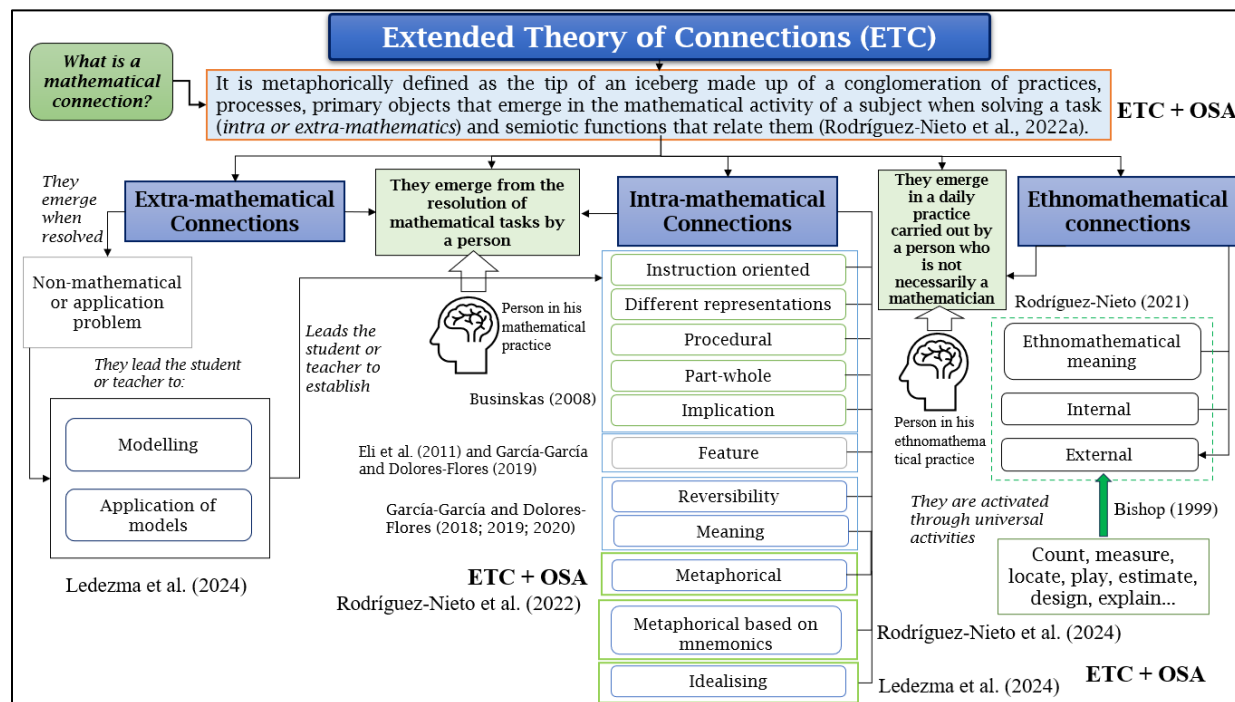


Figura 1. Síntesis de las categorías de conexiones de la TAC.

Cabe destacar que, las conexiones matemáticas son las relaciones entre la Matemática usada en la práctica cotidiana de una persona y las Matemáticas institucionales (Rodríguez-Nieto, 2021).

Metodología

Este taller está enmarcado dentro de las actividades del cemacyc y se llevará a cabo tres etapas de manera cualitativa: primero se explicará la Teoría Ampliada de las conexiones (matemáticas y etnomatemáticas) (TAC) y algunas herramientas del Enfoque Ontosemiótico (EOS). Segundo se explicará en qué consiste el networking of theories y cómo se usan los cuatro pares de estrategias para integrar la TAC con el EOS. Tercero se resolverán tareas: 1) sobre la derivada enfatizando en múltiples representaciones y significados de este concepto y 2) se analizará un extracto de una práctica cotidiana para explorar conexiones etnomatemáticas.

Expectativas o resultados a alcanzar

Se espera que los participantes de este taller reflexionen sobre las conexiones matemáticas que emergen al resolver problemas sobre la derivada y, reconozcan la importancia del contexto gráfico de este concepto, que permite establecer procedimientos fundamentados en la comprensión conceptual y procedimental. Además, se tendrá un espacio para reflexionar sobre las conexiones etnomatemáticas entendidas como la relación entre las Matemáticas usadas en prácticas cotidianas y las Matemáticas institucionales o públicas que están en los materiales

curriculares. También se dejará evidencia de la importancia de integrar teorías para mejorar el análisis de la actividad matemática.

Este taller se ha aplicado en tres ocasiones y los resultados obtenidos evidencian que los participantes mejorar su comprensión sobre la derivada y aprenden a analizar situaciones cotidianas en términos matemáticos, debido a que resuelven los problemas o tareas propuestas por medio de conexiones matemáticas que, de hecho, posibilita un paso a paso detallado en el procedimiento (algebraico o gráfico), así como los errores experimentados durante la resolución. En relación con las conexiones etnomatemáticas, los participantes entienden que existe una Matemática asociada al desarrollo de las prácticas cotidianas y aprenden a realizar un análisis etnográfico y minucioso sobre las Matemáticas usadas por un carpintero, un elaborador de cometas, entre otras.

Finalmente, reconocemos que es fundamental poner en práctica la Teoría Ampliada de las Conexiones desde diferentes aristas, y que no se considere solo teoría que está en los artículos, libros y otros documentos online, sino aplicaciones prácticas para la mejora de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

Se adjunta un cronograma tentativo de las actividades a realizar durante el taller (ver Tabla 1).

Tabla 1
Cronograma de actividades

Actividad	Descripción de la actividad	Duración
Presentación de la Teoría Ampliada de las conexiones y el Enfoque ontosemiótico.	Explicación detallada de las herramientas teóricas y metodológicas de la TAC y el EOS.	10 minutos
¿Cómo se desarrolla un networking de teorías? Y aplicación de la primera tarea.	Se mostrará la aplicación de un networking de teorías y cuáles son las conexiones matemáticas fundamentales para resolver tareas sobre la derivada.	35 minutos
Aplicación de la tarea 2 y análisis de conexiones.	Se implementará una tarea sobre la derivada en un contexto gráfico con el fin de valorar las conexiones de reversibilidad, ver Rodríguez-Nieto et al. (2023).	15 minutos
Exploración de conexiones etnomatemáticas.	Se analizarán dos episodios, uno sobre la elaboración de cometas y otro sobre las tortillas y tacos mexicanos y GeoGebra.	50 minutos

Fuente: Elaboración propia.

Reflexiones finales

A partir del desarrollo del taller presentado, se reafirma la importancia de promover conexiones matemáticas y etnomatemáticas desde una perspectiva ontosemiótica. La articulación entre la Teoría Ampliada de las Conexiones y el Enfoque Ontosemiótico permite analizar de forma más profunda los significados, representaciones y prácticas involucradas en el aprendizaje de conceptos complejos como la derivada. Las experiencias analizadas evidencian que los

participantes logran comprender mejor estos conceptos al integrar múltiples representaciones y contextos cotidianos. Así, se reconoce que la práctica educativa debe ir más allá de lo formal, incorporando saberes culturales que potencien la comprensión y aplicación significativa de las Matemáticas.

Referencias

- Borji, V., Font, V., Alamolhodaei, H., & Sánchez, A. (2018). Application of the Complementarities of Two Theories, APOS and OSA, for the Analysis of the University Students' Understanding on the Graph of the Function and its Derivative. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(6), 2301-2315.
- Businskas, A. M. (2008). *Conversations about connections: How secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections*. Unpublished PhD Thesis. Simon Fraser University. Canada.
- Fuentealba, C., Badillo, E., & Sánchez-Matamoros, G. (2019). Identificación y caracterización de los subniveles de desarrollo del esquema de derivada. *Enseñanza de las Ciencias*, 37(2), 63-84.
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2018). Intra-mathematical connections made by high school students in performing Calculus tasks, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(2), 227–252.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 37–42.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Olivero-Acuña, R. R., Rodríguez-Nieto, C. A., Font Moll, V., Cantillo-Rudas, B. M., & Rodríguez-Vásquez, F. M. (2025). Ethnomathematical connections between the production of coastal cheese, geometric solids, measurements, and proportionality: A study with a Colombian merchant. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 21(4), em2608. <https://doi.org/10.29333/ejmste/16081>
- Prediger, S., Bikner-Ahsbahr, A., & Arzarello, F. (2008). Networking strategies and methods for connection theoretical approaches: First steps towards a conceptual framework. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 40(2), 165-178.
- Rodríguez-Nieto, C. A. (2021). Conexiones etnomatemáticas entre conceptos geométricos en la elaboración de las tortillas de Chilpancingo, México. *Revista de investigación, desarrollo e innovación*, 11(2), 273-296.
- Rodríguez-Nieto, C., Rodríguez-Vásquez, F. M., & Font, V. (2022a). A new view about connections. The mathematical connections established by a teacher when teaching the derivative. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(6), 1231-1256.
- Rodríguez-Nieto, C. A., Font, V., Borji, V., & Rodríguez-Vásquez, F. M. (2022b). Mathematical connections from a networking theory between extended theory of mathematical connections and onto-semiotic approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(9), 2364-2390.
- Rodríguez-Nieto, C.A., Rodríguez-Vásquez, F.M., & Font, V. (2023). Combined use of the extended theory of connections and the onto-semiotic approach to analyze mathematical connections by relating the graphs of f and f' . *Educational Studies in Mathematics*, 114, 63–88.
- Rodríguez-Nieto, C. A., Cabrales González, H. A., Arenas-Peñaloza, J., Schnorr, C. E., & Font Moll, V. (2024). Onto-semiotic analysis of Colombian engineering students' mathematical connections to problems-solving on vectors: A contribution to the natural and exact sciences. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(5), em2438. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14450>



Aprendizaje basado en desafíos para desarrollar el pensamiento lógico, creativo y crítico en la resolución de ejercicios geométricos

Agueda **Báez**

Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña, Recinto Luis Napoleón Núñez Molina
República Dominicana

aguedabaezj@gmail.com

Adriana **Santos**

Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña, Recinto Luis Napoleón Núñez Molina
República Dominicana

adrianasnt13@gmail.com

Antony **Guzmán**

Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña, Recinto Luis Napoleón Núñez Molina
República Dominicana

antonyguz07@gmail.com

Newman **Zambrano-Leal**

Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña, Recinto Luis Napoleón Núñez Molina
República Dominicana

newman.zambrano@isfodosu.edu.do

Resumen

El Aprendizaje Basado en Desafíos (ABD) se implementó para fortalecer el pensamiento lógico, creativo y crítico en la resolución de problemas geométricos en estudiantes del cuarto grado del segundo ciclo del nivel secundario en Santiago de los caballeros, República Dominicana. Con enfoque cualitativo basado en la investigación-acción, siguiendo el modelo de Kemmis se diseñaron talleres interactivos que incluyeron juegos, rallys matemáticos, dinámicas colaborativas y la construcción de maquetas con materiales reciclables. Los resultados mostraron un aumento en la motivación estudiantil del 18.5% al 82%, y en el desarrollo del pensamiento crítico y lógico del 40.7% al 81%. Además, la capacidad de relacionar la geometría con el entorno pasó del 36% al 89%. Se concluye que el ABD es una estrategia efectiva para mejorar la enseñanza de la geometría promoviendo un aprendizaje significativo, participativo y aplicable a contextos reales.

Palabras claves: Aprendizaje Basado en Desafíos (ABD); Educación secundaria; Enseñanza de la geometría; Estrategias activas en la Educación Matemática; Motivación y aprendizaje significativo en Matemáticas; República Dominicana

Definición y relevancia del problema

En el contexto educativo actual, la innovación en las metodologías de enseñanza se ha vuelto indispensable para responder a las exigencias de una sociedad en constante evolución. Los modelos tradicionales, basados en la transmisión unidireccional del conocimiento han demostrado ser insuficientes para desarrollar habilidades esenciales en los estudiantes, como el pensamiento lógico, creativo y crítico. En este sentido, el Aprendizaje Basado en Desafíos (ABD) emerge como una metodología activa que promueve el aprendizaje significativo a través de la resolución de problemas reales y complejos.

En las reflexiones sobre la fundamentación de esta investigación, resulta pertinente evocar la célebre frase de Benjamín Franklin que inspiró conceptualmente la implementación de esta iniciativa: “Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”; esta afirmación sintetiza con precisión el propósito esencial del enfoque adoptado: involucrar al estudiante como agente activo en la construcción de su propio aprendizaje, persiguiendo de este modo, no únicamente la optimización del rendimiento académico, sino la formación integral de pensadores críticos y resolutivos con capacidad de contribuir constructivamente al desarrollo social.

La relevancia de esta investigación radica en su potencial para transformar las prácticas educativas tradicionales, especialmente en contextos donde persiste una percepción negativa hacia las Matemáticas. Como señala Aguirre (2024), las metodologías activas como el ABD no solo mejoran la comprensión conceptual, sino que también desarrollan competencias esenciales para el siglo XXI, como el pensamiento crítico y la resolución creativa de problemas. En este sentido, la presente investigación contribuye al cuerpo de conocimiento sobre estrategias pedagógicas efectivas para la enseñanza de la geometría en el nivel secundario.

Con el paso de los años, se ha vuelto cada vez más evidente la aversión de los estudiantes hacia las Matemáticas, lo cual se refleja en fenómenos palpables como la desmotivación, la escasa iniciativa en la realización de actividades y el bajo rendimiento académico, entre otros aspectos que dificultan el proceso de adquisición de conocimientos. Comentarios como “las Matemáticas son demasiado difíciles; no entiendo nada”, “las Matemáticas son aburridas,” o el clásico “¿por qué necesito aprender esto? Si nunca lo usaré en la vida real,” son una prueba clara de la aversión que los estudiantes tienen hacia la asignatura. Ante esta situación, el docente debe dinamizar el proceso de enseñanza, enfocándose en desarrollar competencias clave como el pensamiento lógico, creativo y crítico, esenciales tanto en Matemáticas como en otras áreas.

Este estudio se desarrolla a partir de la observación de un grupo de estudiantes de cuarto grado del segundo ciclo de educación secundaria, en los que se han identificado actitudes negativas hacia las Matemáticas y dificultades en la resolución de problemas geométricos. Fue a partir de estos hallazgos, que se diseñaron e implementaron talleres didácticos basados en el modelo ABD, considerando su impacto en el desarrollo del pensamiento lógico y crítico.

El objetivo general de la investigación es implementar el Aprendizaje Basado en Desafíos para desarrollar el pensamiento lógico, creativo y crítico en la resolución de ejercicios geométricos. A partir de este objetivo general, se definieron tres objetivos específicos: En primer lugar, se busca emplear el Aprendizaje Basado en Desafíos como enfoque pedagógico para mejorar la motivación de los estudiantes en la resolución de ejercicios geométricos. En segundo lugar, se pretende realizar talleres sobre geometría básica que fomenten la participación de los estudiantes, con el fin de potenciar su pensamiento lógico, creativo y crítico, y finalmente, el tercer objetivo es relacionar la geometría con la vida cotidiana, a través de la creación de maquetas que reflejen elementos geométricos en la representación de problemáticas de la vida diaria, utilizando materiales reciclables.

Referencial teórico

El Aprendizaje Basado en Desafíos o Aprendizaje Basado en Retos es un enfoque de aprendizaje activo que busca el desarrollo integral de competencias específicas y habilidades transversales mediante un proceso colaborativo en el cual se genera conocimiento aplicado y multidisciplinar entre los estudiantes (Servicio de Innovación Educativa de la UPM, 2020). Posso Pacheco et al. (2023) enfatizan que el Aprendizaje Basado en Desafíos va más allá de la simple transmisión de información, transformándose en un proceso donde los estudiantes construyen su propio conocimiento a través de la reflexión activa y la colaboración.

Este enfoque pedagógico emerge como una evolución natural de metodologías activas previamente desarrolladas, particularmente el Aprendizaje Basado en Problemas y el Aprendizaje Basado en Proyectos, consolidando una aproximación más comprensiva que integra elementos de ambas tradiciones pedagógicas. Según Perna, Recke y Nichols (2023), el ABD se caracteriza por elementos distintivos, como la centralidad del desafío contextual, la investigación guiada, la multidisciplinariedad, la colaboración estructurada y la implementación de soluciones en contextos reales.

La literatura contemporánea ha identificado beneficios sustanciales derivados de la implementación del ABD en diversos contextos educativos. Luzuriaga Guamán y Barrera Erreyes (2023) señalan que esta metodología potencia significativamente la motivación intrínseca del alumnado, fortalece capacidades cognitivas complejas y fomenta el desarrollo de competencias socioemocionales como la empatía y la colaboración efectiva. A través del análisis sistemático de su entorno, los estudiantes adquieren la capacidad de identificar problemáticas auténticas y participar activamente en la formulación de soluciones viables, estableciendo conexiones significativas entre el aprendizaje formal y la vida cotidiana.

El desarrollo integral del pensamiento constituye una prioridad educativa reconocida universalmente. En el contexto dominicano, el Ministerio de Educación (MINERD, 2022) ha establecido el pensamiento lógico, creativo y crítico como una de las competencias fundamentales del diseño curricular nacional. Esta competencia se orienta específicamente a que los estudiantes construyan conocimientos significativos mediante el análisis metódico de datos e informaciones, favoreciendo la toma de decisiones informadas y la resolución efectiva de problemas complejos.

Esta conceptualización curricular coincide fundamentalmente con la perspectiva epistemológica del ABD, que trasciende la mera acumulación de conocimientos declarativos para enfatizar su aplicación funcional en la resolución de problemáticas contextualizadas (Observatorio de Innovación Educativa del Tecnológico de Monterrey, 2015).

La enseñanza de la geometría ha presentado históricamente desafíos metodológicos particulares, derivados de la naturaleza abstracta de sus conceptos fundamentales y las exigencias cognitivas asociadas a la visualización espacial (Villarreal, 2018). Investigaciones recientes como la de Fabres Fernández (2016) han evidenciado que las dificultades recurrentes en el aprendizaje geométrico se asocian frecuentemente con aproximaciones didácticas descontextualizadas que generan desconexión entre los conceptos formales y sus aplicaciones prácticas.

En este contexto, las metodologías activas emergen como alternativas pedagógicas prometedoras para abordar estas limitaciones tradicionales. Molina, Hernández y Bello (2023) han documentado mejoras significativas en la comprensión conceptual geométrica cuando se implementan estrategias que vinculan explícitamente los constructos teóricos con aplicaciones contextualizadas. El Servicio de Innovación Educativa de la UPM (2020) destaca la importancia de una guía clara para implementar el ABD de manera efectiva, mientras que Camino Flores (2022) subraya la necesidad de considerar los estilos de aprendizaje de los estudiantes para optimizar el proceso.

Método y desarrollo conceptual

La investigación adoptó un enfoque cualitativo fundamentado en la metodología de investigación-acción, siguiendo específicamente el modelo cíclico propuesto por Kemmis. Esta elección metodológica responde a la naturaleza transformativa del proyecto, orientado a generar cambios significativos en las prácticas pedagógicas y en la experiencia de aprendizaje de los estudiantes. Como señalan Campos y Madriz (2015), la investigación-acción educativa permite abordar problemáticas contextuales específicas mediante ciclos iterativos de planificación, acción, observación y reflexión. En una primera etapa, se llevaron a cabo observaciones en la institución educativa, donde se identificaron dificultades en el rendimiento académico y problemas de disciplina entre los estudiantes de cuarto grado del segundo ciclo de secundaria. Ante esta situación, se implementaron diversas estrategias para profundizar en el análisis de la problemática, tales como la realización de grupos focales con la maestra titular, la elaboración de diarios reflexivos y la aplicación de una prueba diagnóstica.

El estudio se desarrolló con 27 estudiantes (14 mujeres y 13 hombres) del cuarto grado del segundo ciclo de secundaria, sección B, de una institución educativa ubicada en Santiago de los Caballeros, República Dominicana. La selección del grupo respondió a criterios de conveniencia y a la identificación previa de necesidades pedagógicas específicas relacionadas con la enseñanza-aprendizaje de la geometría.

Resultados

Para alcanzar los objetivos establecidos en el proyecto, se diseñaron e implementaron una serie de talleres interactivos y desafiantes, alineados con el enfoque por competencias del Ministerio de Educación de la República Dominicana (MINERD), los cuales estuvieron desarrollados en tres fases:

Primera fase: Exploración inicial

Se iniciaron las actividades con tres talleres claves: GeoAdventure: Explorando las diagonales y ángulos de un polígono, el Buen Perdedor Geométrico: Área y perímetro de polígonos regulares y Geometría Escondida: Descubre el tesoro en el mundo poligonal. Dentro de estos talleres, se implementaron actividades con enfoque lúdico y participativo.

Una de las más significativas fue la dinámica del “Puente Geométrico”, en la cual los estudiantes eran seleccionados al azar para lanzar un dado que les indicaba el peldaño hacia el cual debían moverse. Dependiendo de la casilla en la que cayeran, resolvían un ejercicio geométrico relacionado con los polígonos. Además, se realizó un rally matemático con el desafío “Busca el Tesoro”, en el cual los estudiantes, organizados en equipos, fueron guiados al patio del plantel para encontrar rótulos escondidos con ejercicios geométricos. Para avanzar en la competencia, cada equipo debía resolver correctamente los desafíos planteados.

Segunda fase: Desarrollo del pensamiento geométrico

En esta etapa se introdujeron tres nuevos talleres: Geopuzzlers: Resuelve, Aprende y Gana, el Ganador de Aprendizaje sobre Construcción de Triángulos y el Lenguaje de las Matemáticas en Nuestro Entorno.

Entre los desafíos más relevantes estuvo “Pasa el Sobre”, una actividad colaborativa en la que los estudiantes, organizados en equipos, debían resolver ejercicios geométricos dentro de sobres que, una vez completados, pasaban al siguiente grupo. El equipo que lograra resolver más ejercicios en el tiempo estipulado era declarado ganador. Esta estrategia fomentó la toma de decisiones rápidas, el trabajo en equipo y el pensamiento crítico, dentro de un contexto dinámico y motivador.



Figura 1. Actividad grupal “pasa el sobre”.

Tercera fase: Aplicación y creatividad

Para cerrar el proyecto, se llevaron a cabo cuatro talleres diseñados para reforzar la relación entre la geometría y la vida cotidiana: Geomakers: Explora, Aprende y Construye, Explorando Motivaciones: Un Viaje de Reflexión y Creatividad, Relaciono y Me Divierto con Figuras Geométricas y Creando Soluciones Geométricas.

En esta fase, los estudiantes participaron en un “Circuito Matemático”, donde debían resolver acertijos geométricos que les indicaban en qué peldaño debían posicionarse. Además, seleccionaron problemáticas específicas sobre las cuales diseñaron sus maquetas, incorporando materiales reciclables y aplicando conceptos geométricos en contextos reales.

Finalmente, cada equipo realizó una presentación en la que expusieron sus creaciones, destacando las figuras geométricas utilizadas en sus diseños y explicando su relevancia en la vida cotidiana. Esta actividad no solo fortaleció su comprensión de la geometría, sino que también promovió la expresión oral, el pensamiento reflexivo y la creatividad.



Figura 2. Maquetas realizadas por los estudiantes en los últimos cuatro talleres.

La evaluación diagnóstica aplicada a inicios del proyecto reveló que solo el 18.50% de los estudiantes mostraban una alta motivación para resolver ejercicios geométricos, sin embargo, tras la implementación del Aprendizaje Basado en Desafíos (ABD) y la ejecución de actividades innovadoras, se observó un incremento significativo, alcanzando un 82% en la evaluación final. Este aumento evidencia el impacto positivo de la metodología en la motivación estudiantil.

Asimismo, el desarrollo del pensamiento lógico, creativo y crítico también experimentó un avance notable, pasando de un 40.70% en la evaluación inicial a un 81% en la evaluación final. De igual manera, la capacidad de los estudiantes para relacionar la geometría con su vida cotidiana mostró una mejora significativa, pasando del 36% en la evaluación diagnóstica al 89% en la evaluación final. Este avance puede interpretarse dentro del marco de la teoría de la transferencia del aprendizaje, que subraya la importancia de conectar los conocimientos abstractos con situaciones reales, lo que facilita una comprensión más profunda y duradera. Siendo las actividades prácticas, como la construcción de maquetas y la resolución de problemas cotidianos esenciales en este proceso.

Es de esta manera, como los resultados obtenidos demuestran una mejora considerable en todos los aspectos evaluados, destacando la eficacia de esta metodología innovadora.

Conclusiones

Los resultados obtenidos en este proyecto corroboran la efectividad del Aprendizaje Basado en Desafíos (ABD) como metodología pedagógica para desarrollar el pensamiento lógico, creativo y crítico en la resolución de ejercicios geométricos. Al promover la aplicación del conocimiento en contextos reales, el ABD ha facilitado el desarrollo del pensamiento crítico y creativo de los estudiantes, transformando positivamente su percepción de la geometría. Este enfoque coincide con estudios previos que destacan el impacto positivo del ABD en el aprendizaje (Posso Pacheco et al., 2023; Luzuriaga Guamán & Barrera Erreyes, 2023) y con las recomendaciones del Ministerio de Educación de la República Dominicana (MINERD, 2022), que subraya la importancia de desarrollar competencias fundamentales que permitan a los estudiantes construir conocimientos significativos y resolver problemas complejos.

A lo largo de tres fases bien definidas: exploración inicial, desarrollo del pensamiento geométrico y aplicación y creatividad, se observó un avance significativo en la motivación, el pensamiento lógico y la capacidad de los estudiantes para aplicar conceptos geométricos a situaciones cotidianas. Este progreso fue particularmente evidente en la evaluación final, que mostró un aumento en la motivación estudiantil del 18.50% al 82%, y una mejora en la capacidad de relacionar la geometría con la vida cotidiana, pasando del 36% al 89%. Estos resultados reflejan la eficacia del ABD en la creación de un entorno de aprendizaje más dinámico, participativo y alineado con las necesidades de los estudiantes.

Este estudio no solo valida la efectividad del Aprendizaje Basado en Desafíos en la enseñanza de la geometría, sino que también contribuye a la literatura educativa al proporcionar evidencia empírica sobre su aplicación en el contexto dominicano. Los resultados sugieren que el ABD puede ser una estrategia pedagógica valiosa para transformar las prácticas tradicionales y promover un aprendizaje más significativo, relevante y adaptable a los desafíos del siglo XXI. De esta manera, se evidencia que el ABD tiene un impacto positivo tanto en la motivación como en el desarrollo cognitivo y creativo de los estudiantes, abriendo nuevas posibilidades para la enseñanza de las Matemáticas en la educación secundaria.

Bibliografías y referencias

- Aguirre, C. M. (2024, 6 junio). 5 tipos de retos en el Aprendizaje Basado en Retos - Innovación pedagógica %. Innovación Pedagógica. [https://ucontinental.edu.pe/innovacionpedagogica/5-tipos-de-retos-en-el-aprendizaje-basado-en-retos/notas-destacadas/#:~:text=El%20Aprendizaje%20Basado%20en%20Retos%20\(ABR\)%2C%20o%20Challenge%20D,creatividad%20y%20el%20pensamiento%20cr%C3%ADtico.](https://ucontinental.edu.pe/innovacionpedagogica/5-tipos-de-retos-en-el-aprendizaje-basado-en-retos/notas-destacadas/#:~:text=El%20Aprendizaje%20Basado%20en%20Retos%20(ABR)%2C%20o%20Challenge%20D,creatividad%20y%20el%20pensamiento%20cr%C3%ADtico.)
- Araya, R. G., & Mora, T. E. M. (2017). Actitudes y creencias hacia las matemáticas: Un estudio comparativo entre estudiantes y profesores. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 17(1), 1-45.
- Báez Ureña, N., & Blanco Sánchez, R. (2020). La Epistemología de la Matemática en su Didáctica. *Mikarimin. Revista Científica Multidisciplinaria*, 6(3), 105–116. <https://revista.uniandes.edu.ec/ojs/index.php/mikarimin/article/view/2057>
- Camino Flores, K. E. (2022). *Los estilos de aprendizaje y su incidencia con el desarrollo del pensamiento crítico* (Tesis de maestría, Universidad Tecnológica Indoamérica).

- Campos, J., & Madriz, L. (2015). *Investigación-acción en contextos educativos*. EUNED.
- Castillo-Núñez, J., & Rodríguez-Ponce, E. (2022). El pensamiento creativo en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Investigación Educativa*, 40(1), 257-274.
- Crespí, P., & García-Ramos, J. M. (2020). Competencias genéricas en la universidad. Evaluación de un programa formativo. *Educación XXI*, 24(1). <https://doi.org/10.5944/educxx1.26846>
- Fabres Fernández, R. (2016). Estrategias metodológicas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, utilizadas por docentes de segundo ciclo, con la finalidad de generar una propuesta metodológica atinente a los contenidos. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 42(1), 87-105.
- Jimenez Bajaña, S. R., Crespo Peñafiel, M. F., Villamarín Barragán, J. G., Barragán Averos, M. D. L., Barragan Averos, M. B., Escobar Vite, E. A., & Bernal Párraga, A. P. (2024). Metodologías Activas en la Enseñanza de Matemáticas: Comparación entre Aprendizaje Basado en Problemas y Aprendizaje Basado en Proyectos. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(3), 6578-6602. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i3.11843
- Luzuriaga Guamán, P. d. R., & Barrera Erreyes, H. M. (2023). Aprendizaje basado en retos y el desarrollo del razonamiento lógico-matemático en contexto reales. *Unian des Episteme*, 10(1), 119-133.
- Macías Sánchez, R. (2019). *Metodologías activas de aprendizaje para Matemáticas en Educación Secundaria* (Trabajo fin de máster, Universidad Politécnica de Madrid). Archivo Digital UPM. https://oa.upm.es/56995/1/TFM_RICARDO_MACIAS_SANCHEZ.pdf
- Ministerio de Educación de la República Dominicana [MINERD]. (2022). *Bases de la revisión y actualización curricular*.
- Mola Reyes, C. E., Martín Sánchez, A. V., & Matías de Rodríguez, C. E. (2024). Temáticas de investigación de la matemática educativa en la República Dominicana. *Revista de Investigación y Evaluación Educativa*, 11(2), 25-42. <https://doi.org/10.47554/revie.vol11.num2.2024.pp25-42>
- Molina, Y. M., Hernández, U. C., & Bello, R. T. R. A. (2023). Proceder metodológico para propiciar el aprendizaje de los contenidos geométricos (Original). *ROCA. Revista Científico-Educacional de la provincia Granma*, 19(1).
- Observatorio de Innovación Educativa del Tecnológico de Monterrey. (2015). *Aprendizaje basado en desafíos*. Tecnológico de Monterrey. <https://innovaciondocente.udd.cl/files/2021/06/aprendizaje-basado-en-desafios.pdf>
- Paredes-Rojas, M., & Guzmán-Valenzuela, C. (2023). Investigación acción participativa en educación superior: reflexiones desde la práctica. *Revista Complutense de Educación*, 34(2), 129-146.
- Perna, S., Recke, M. P., & Nichols, M. H. (2023). *Challenge Based Learning: A Comprehensive Survey of the Literature*. The Challenge Institute. https://www.challengeinstitute.org/CBL_Literature_Survey.pdf
- Posso Pacheco, R. J., Córdor Chicaiza, M. G., Mora Guerrero, L. M., & Segundo Leonidas, R. M. (2023). Aprendizaje basado en retos: una mirada desde la educación superior. *Podium. Revista de Ciencia y Tecnología en la Cultura Física*, 18(2).
- Servicio de Innovación Educativa de la UPM. (2020). *Guía para el Aprendizaje Basado en Retos*. Universidad Politécnica de Madrid. <https://innovacioneducativa.upm.es/sites/default/files/guias/GUIA-ABR.pdf>
- Villarreal, J. D. L. (2018). Algunos obstáculos que imposibilitan el aprendizaje efectivo de la matemática. *Investigación y postgrado*, 33(1), 53-74.



Cartografías sobre Educación Matemática: una metodología de investigación

Natalia Ruiz-López

Facultad de Formación de Profesorado y Educación, Universidad Autónoma de Madrid
España

natalia.ruiz@uam.es

Aarón Álvarez Araujo

Facultad de Formación de Profesorado y Educación, Universidad Autónoma de Madrid
España

aaron.alvareza@estudiante.uam.es

Resumen

Se presenta un estudio exploratorio sobre el uso de una herramienta metodológica cualitativa, apropiada según varios autores, para realizar investigaciones educativas con jóvenes en los márgenes del sistema. La metodología seguida consistió en realizar mapas del itinerario de aprendizaje matemático desde la escuela hasta la actualidad, con un grupo de estudiantes de un máster en Educación para la Justicia Social. Se pretendía experimentar/vivir la herramienta, conocerla a fondo y valorar su adecuación para futuras investigaciones. Entre los resultados obtenidos destaca la influencia de la etapa de secundaria y de los profesores de Matemáticas en las experiencias que más impacto tienen en la relación a largo plazo con las Matemáticas. También se confirma la potencia de la cartografía sobre Educación Matemática para involucrar a las personas participantes en la investigación, empoderarlas y darles voz, ya que son ellas las que validan las conclusiones alcanzadas.

Palabras clave: Cartografías de itinerarios matemáticos; Formación de Profesorado; Mapeos; Métodos cualitativos.

Introducción

Las estructuras de dominación y subordinación en las instituciones educativas son sufridas y resistidas por distintos colectivos de diferentes maneras. La posibilidad de cuestionar y

transformar la educación hacia la justicia social requiere comprender las perspectivas que tienen estudiantado y profesorado sobre sus experiencias de opresión y sus formas de resistencia (Ammanama, 2017; Futch y Fine, 2014; Solórzano y Delgado Bernal, 2001). Esta investigación explora las narrativas sobre su itinerario formativo a través de la Educación Matemática, de jóvenes egresados de distintas titulaciones de la rama de ciencias sociales, en su mayoría Formación de Profesorado y Educación. El objetivo es conocer las experiencias y vivencias educativas que han experimentado a lo largo de su escolarización mediante el uso de una metodología cualitativa para la investigación educativa: la creación de mapas de recorridos educativos. El uso de mapas como herramienta metodológica permite conocer las narrativas acerca de sus experiencias dentro del sistema educativo, al mismo tiempo que comprender otras formas de concebir y vivir la educación a través de sus historias, saberes y vivencias. En este estudio exploratorio analizamos los mapas de trayectorias/viajes por la Educación Matemática producidos por un grupo de once estudiantes de un máster en Educación para la Justicia Social.

Marco teórico

Si bien la cartografía/mapeo (mapping) suele considerarse una metodología cuantitativa relacionada con la Geografía, su uso como metodología cualitativa viene de lejos. Desde la geografía, el mapeo cualitativo se expandió para incluir relaciones conceptuales, sociales y cognitivas en diversos campos y disciplinas (Annamma, 2017). Por ejemplo, se ha usado como una metodología mediacional, que conecta las teorías utilizadas y las historias que las personas cuentan sobre sí mismas a través del tiempo y el espacio, en múltiples proyectos de investigación empírica (Futch y Fine, 2013; Katsiaficas et al., 2011; Sirin y Fine, 2008). El mapeo ofrece la oportunidad de narrar sus historias a través, o con el poderoso soporte, de la representación espacial. Los mapas interrogan el espacio entre las personas y las estructuras sociales y vinculan las experiencias micro-encarnadas (micro-embodied) con las desigualdades macro-sociopolíticas (Futch y Fine, 2014).

Según Marx (2023), la investigación cualitativa con el método de mapeo es un enfoque que (1) se centra en las experiencias y percepciones de los participantes, entendiéndolas como conocimiento significativo; (2) involucra a los participantes para ilustrar un viaje o proceso y luego describir la ilustración en una entrevista, conversación u otro formato; (3) se basa en la creatividad de la ilustración como una entrada accesible a la investigación; y (4) es contextualizado dentro de un marco teórico y/o metodológico crítico que muestra los objetivos compartidos anteriormente. En lugar de responder a una serie de preguntas de una encuesta o entrevista, se ofrece a las personas participantes la oportunidad de contar sus historias y compartir sus experiencias de una forma significativa, auténtica y poderosa que pone de manifiesto la naturaleza multidimensional de la experiencia (Marx, 2023). En el estudio de Futch y Fine (2014) se pide a jóvenes que realicen un mapa de su viaje desde su país de origen hasta llegar a EE. UU. Este mapa lo usa cada joven para presentarse en las entrevistas grupales. Es una herramienta creativa que además ayuda a superar las diferencias de cohorte y de idioma y la incomodidad con el inglés.

Los *mapas de recorrido educativo* son un desarrollo específico de Annamma (2017), una variante de la metodología del mapeo para investigar inequidades en los sistemas educativos con diferentes estudiantes. Procuran ilustrar-narrar trayectorias educativas del estudiantado y se

desarrollan a partir de una serie de consignas que permiten cambios en el espacio y en el tiempo. Souto-Manning y Martell (2019), ambas latinas en Estados Unidos que trabajan como profesoras universitarias, maestras de segundo grado y también formadoras de docentes, introducen esta metodología para mapear y "re-mediar" la formación de profesorado, con el objetivo de poner fin a la *blancura* de la formación docente y a su desconexión con la enseñanza.

Por tanto, los mapas de recorrido educativo pueden considerarse una herramienta para investigación cualitativa crítica en la que, en lugar de responder a preguntas de investigación cerradas o abiertas creadas por un investigador, se pide a los participantes que generen su propia historia. Algunos investigadores utilizan los mapas como herramientas interactivas y dialógicas para generar conversaciones con los participantes (Annamma, 2018; Borrero y Sánchez, 2017).

En resumen, los mapas son una metodología cualitativa basada en una dialéctica socioespacial, brindan la oportunidad de colaborar con los estudiantes para estudiar social y espacialmente las injusticias que se producen en sus vidas y, también, cómo se resisten a esas cartografías de la desigualdad. Estas contra-cartografías permiten a las personas de entornos históricamente marginados mediar en las relaciones de poder con los investigadores.

Metodología

Este estudio exploratorio se realizó en tres sesiones de dos horas cada una en octubre de 2024, con un grupo de doce estudiantes del máster de Educación para la Justicia Social de la Universidad Autónoma de Madrid. La formación universitaria de la que provenían era principalmente de Profesorado (7 personas) y una persona de cada una de las siguientes titulaciones: Sociología, Educación Social, Antropología/Estudios históricos, Administración y Estudios Internacionales. Los estudiantes comenzaban su inmersión en el tema Enseñanza de las Matemáticas para la Justicia Social y, para vivir en primera persona una metodología de investigación que puede ser valiosa en estudios con jóvenes en los márgenes del sistema educativo, se propuso la realización de sus propios mapas del recorrido a través del aprendizaje de las Matemáticas.

En la primera sesión, la profesora realizó una breve presentación sobre las etapas necesarias para realizar cartografías sobre itinerarios educativos y mostró su propio mapa (ya dibujado por cuestiones de ahorro de tiempo). Después narró el itinerario de su trayectoria académica e investigadora sobre Educación Matemática, apoyándose en las imágenes y la información contenida en el mapa. En la segunda parte de la sesión, los estudiantes tuvieron tiempo para realizar sus mapas utilizando distintos materiales: papel de tamaño DinA3, rotuladores y pinturas de colores, revistas para recortar imágenes y pegarlas formando collages, pegatinas y cualquier otro elemento que quisieran añadir para representar o enriquecer su mapa.

La consigna que se les dio fue la siguiente: ‘Dibuja un mapa con tu viaje/camino educativo por el aprendizaje de las Matemáticas desde que empezaste la escuela hasta ahora. Incluye personas, lugares, obstáculos y oportunidades que afectaron e influyeron en tu viaje. Dibuja tu relación con las Matemáticas. Puedes incluir lo que te ha funcionado y/o lo que no. Lo que te ha hecho sentir bien y lo que no te ha hecho sentir bien. Puedes utilizar distintos colores para mostrar diferentes sentimientos y emociones, utilizar símbolos como líneas y flechas o palabras.

Sé tan creativo como quieras y si prefieres no dibujar, puedes hacer un esquema o diagrama, incluso un texto'. Además, se mostraron distintos ejemplos de mapas realizados por niños y adultos para que observaran la variedad de posibilidades de expresión y la creatividad que podía desarrollarse en esta actividad.

La segunda sesión se realizó la siguiente semana y comenzó con un paseo por la galería. Es decir, se pegaron los mapas de todos los estudiantes en las paredes del aula y se dio la siguiente consigna: 'Haz un recorrido silencioso por la galería. Anota lo que veas sobre los mapas. De momento, escribe o toma nota mentalmente en silencio: ¿Cuáles son las similitudes que ves? ¿Qué te gusta? ¿Qué preguntas te surgen? ¿Qué te hace pensar sobre tu propia vida? ¿Qué te gustaría que hubiera en el mapa dentro de cinco años/el año que viene? Valores atípicos: Pregúntate ¿Qué destaca? ¿Qué es diferente? Recuerda que para ser un caso atípico hay que tener el valor de decir algo. Puede que sea algo que todos pensamos, pero a muchos nos da miedo decirlo'. En la segunda parte de la sesión se invitó a los estudiantes a que contaran su propia historia, porque "cada persona tiene una historia que contar y es esa historia la que tiene que contar" (Annamma, 2017).

La consigna en este caso fue: 'Podemos compartir los mapas voluntariamente. Se consensuaron las siguientes normas de participación: (a) nadie está obligado a compartir, pero todos podemos aprender de las historias de los demás; (b) podemos preguntar, pero no interrumpir; y (c) si hay experiencias convergentes o contrarias, podemos hablar de ellas y sacar conclusiones al relacionarlas'. También se pidió permiso para grabar el audio de las narrativas, para luego poder transcribirlas y analizarlas con fines de investigación y docencia. Ningún estudiante rehusó la invitación a compartir sus experiencias con el grupo ni a ser grabado. Se generó un clima de gran intimidad, respeto y cuidado, ya que surgieron momentos muy personales que despertaron las emociones positivas y negativas que guardaban en el recuerdo.

En la tercera sesión, la consigna fue la siguiente: 'En esta parte final se trata de producir una reflexión/discusión grupal sobre las trayectorias educativas respecto a las Matemáticas, para poner en común la diversidad de historias, lo que tienen en común, lo que las diferencia, lo que las hace únicas'. En este caso no se grabó la sesión, sino que se tomaron notas de las intervenciones de cada estudiante. Se generó una discusión muy rica donde se abordaron muchas de las problemáticas que a lo largo de sus vidas habían experimentado con la Educación Matemática. Algunos de los temas de miedo/odio/rechazo hacia las Matemáticas eran compartidos por los estudiantes. Entre todos se realizó un resumen que fue consensuado, subiéndose a la presentación común que contenía todo el trabajo realizado (en Genially).

El análisis de los datos en este tipo de metodología se realiza en común con las personas participantes, son sus voces las que deben ser escuchadas y son ellas las que deben validar las conclusiones alcanzadas. Es decir, son incluidas en el análisis de los datos como expertas de sus propias vidas. La investigación tiene como objetivo empoderarlas y darles voz, no explicarlas como si fueran objeto de estudio.

Resultados

A partir de las narraciones de cada uno de los mapas (en la Figura 1 se muestran solo 4 mapas por razones de espacio), extraemos aquí las principales ideas que surgen del itinerario a través de la Educación Matemática de cada participante. El ¹ inicialmente tuvo una buena relación con las Matemáticas en primaria. Experimentó dificultades y frustración en secundaria, llevándola a terapia y optó por el bachillerato de artes para evitar las Matemáticas. Posteriormente estudió magisterio y redescubrió su interés en la didáctica de las Matemáticas. Aboga por considerar las individualidades de los alumnos en la enseñanza para evitar la frustración y la ansiedad matemática. E2 proviene de una familia orientada a las letras. Tuvo dificultades con las Matemáticas en primaria y secundaria, pero mejoró su relación con las Matemáticas en una academia. Logró buenos resultados en bachillerato y selectividad. Reflexiona sobre la asociación entre inteligencia y habilidad matemática. E3 fue una estudiante aplicada desde pequeña y tuvo una buena relación con las Matemáticas en primaria. Experimentó cambios sociales en secundaria que afectaron su rendimiento. Estudió contabilidad e informática, enfrentando prejuicios de género y posteriormente cursó un grado de Magisterio. Desarrolló interés en la didáctica de las Matemáticas y su aplicación práctica. E4 inicialmente destacó en Matemáticas en primaria, pero desarrolló una relación negativa con las Matemáticas en secundaria. Optó por estudios de letras a pesar de la presión de su entorno por elegir ciencias. Experimentó dificultades con las Matemáticas en la universidad (Grado de Estudios Internacionales). Reflexiona sobre la necesidad de reconectar con las ciencias y las Matemáticas ahora que ya ha pasado un tiempo desde que dejó de estudiarlas.



Figura 1. Mapas de los participantes E2, E3, E6 y E8 (arriba, de izquierda a derecha, en el sentido horario)

¹ E1 es la notación usada para referirse a la estudiante que narró su mapa en primer lugar. Análogamente se sigue la misma notación con el resto de participantes.

E5 tuvo una experiencia positiva con las Matemáticas en primaria, aunque enfrentó dificultades con ciertos profesores en secundaria y bachillerato. Estudió magisterio y desarrolló interés en la didáctica de las Matemáticas, por ejemplo, a partir de la aplicación de métodos innovadores como el ABN en sus prácticas docentes. E6 proviene de Chile y enfrentó desafíos sociales en su educación primaria (sufrió bullying en la escuela). Se inclinó hacia las humanidades debido a dificultades con las Matemáticas. Estudió Derecho, pero luego cambió a Sociología, donde tuvo ansiedad con las Matemáticas especialmente con álgebra. Reflexiona sobre la importancia de las Matemáticas en la investigación social. E7 tuvo una buena relación inicial con las Matemáticas en primaria, pero desarrolló una relación traumática con las Matemáticas en secundaria. Las evitó en sus estudios universitarios, pero finalmente tuvo que enfrentar las Matemáticas en su vida profesional y al ayudar a otros dando clases particulares. E8 sufrió experiencias negativas con profesores de Matemáticas en primaria y mejoró su relación con ellas gracias al apoyo de su madre. Optó por el bachillerato de letras para evitarlas.

Desarrolló un nuevo interés en la didáctica de las Matemáticas durante sus estudios de Magisterio. E9 tuvo dificultades de comportamiento en primaria que afectaron su aprendizaje. Mejoró su relación con las Matemáticas en secundaria con ayuda de terapia y clases particulares y logró buenos resultados en Matemáticas en bachillerato. Reflexiona sobre la importancia de un ambiente de aprendizaje adecuado para estudiantes con necesidades especiales de aprendizaje. E10 experimentó dificultades con las Matemáticas desde la escuela primaria (en Ecuador). Viene de una familia con problemas graves de violencia y desarrolló una dislexia de origen emocional debido a experiencias negativas en la infancia. Redescubrió su interés por las Matemáticas a través de la estadística en la universidad. Utiliza su experiencia para ayudar a personas vulnerables a mejorar su relación con las Matemáticas y la gestión financiera. E11 siempre tuvo facilidad con las Matemáticas en su infancia en Cuba. Estudió contabilidad y finanzas, teniendo una relación cercana con las Matemáticas. Experimentó desafíos con ciertos profesores durante sus estudios universitarios, llegando a reprobar una asignatura de Matemáticas repetidas veces hasta el último curso. Aplicó las Matemáticas en proyectos de trabajo social. Reflexiona sobre cómo las Matemáticas han estado presentes en diversos aspectos de su vida, incluyendo el activismo social.

Basándonos en las ideas clave de cada participante, se han identificado varios temas compartidos. A continuación, se presenta una tabla comparativa de estos temas y los participantes que los comparten:

Tabla 1
Principales temas surgidos en las narrativas de los mapas

Temas	Personas que lo mencionan
Influencia de los profesores	E1, E2, E5, E8, E9, E11
Redescubrimiento del interés por las Matemáticas en estudios superiores	E1, E3, E5, E8, E10
Dificultades en secundaria	E1, E2, E4, E7
Experiencia positiva inicial en primaria	E1, E3, E5, E7
Evitación de las Matemáticas en estudios superiores	E1 (bachillerato de artes), E4 (estudios de letras), E6(cambio de carrera), E7 (elección de estudios sin Matemáticas)

Impacto emocional de las dificultades matemáticas	E1 (terapia), E4 (síndrome del impostor), E7 (experiencia traumática), E10 (dislexia emocional)
Reflexión sobre la didáctica de la Matemática	E1, E3, E5, E8
Apoyo externo (clases particulares o academias)	E2, E7, E9
Aplicación de las Matemáticas en la vida profesional	E3, E11, E10
Reflexión sobre la relación entre Matemáticas e inteligencia	E2, E4

Notas. Elaboración propia

Conclusiones

Observando los temas que en la discusión en grupo de la última sesión surgieron como más significativos para todas las personas participantes, destacan la influencia de la etapa de secundaria y de los profesores de Matemáticas que tuvieron. Estas experiencias tienen un gran impacto en la relación a largo plazo con las Matemáticas. Analizando esto con más detalle se pueden identificar varios aspectos clave:

1. Cambio de percepción. La secundaria marca un punto de inflexión donde las Matemáticas pasan de ser una asignatura manejable a convertirse en un gran desafío. Describen que es difícil adaptarse.

2. Alto impacto del profesorado. La actitud y métodos de enseñanza de los profesores de secundaria pueden ser determinantes, tanto para motivar como para desmotivar a los estudiantes en su relación con las Matemáticas. Hablan de sentir desprecio por parte de profesores hacia los que no saben: las Matemáticas como algo “para listos”.

3. Presión del entorno: La sociedad concede un carácter elitista a las ciencias y a las Matemáticas (se asocia que hay relación entre ser bueno en mates y ser inteligente). También existen expectativas por parte de las familias (si eres listo tienes que ir por la rama científica).

4. Impacto emocional y autoconcepto matemático. Las experiencias negativas en secundaria pueden generar ansiedad, frustración y baja autoestima en relación con las Matemáticas (autoconcepto), efectos que persisten en la edad adulta.

5. Decisiones académicas futuras. Las dificultades en Matemáticas durante la secundaria a menudo influyen en la elección de itinerarios académicos, llevando a algunos estudiantes a evitar carreras o asignaturas relacionadas con ellas. En concreto, desalientan las vocaciones científicas de las chicas especialmente, alimentando la brecha de género (SheFigures, 2024).

6. Estrategias de afrontamiento. Las experiencias en secundaria pueden llevar al desarrollo de estrategias de aprendizaje, algunas positivas como buscar ayuda adicional (en el caso de varias personas participantes los apoyos fueron sus madres) y otras perjudiciales (como la memorización sin comprensión).

A pesar de las experiencias negativas en secundaria, algunos participantes lograron redescubrir un interés por las Matemáticas en etapas posteriores, especialmente al encontrar

aplicaciones prácticas o enfoques didácticos diferentes. Y otros reconocen que desean reconciliarse con esta materia y actualizar sus conocimientos sobre algunos temas que pueden mejorar su comprensión de la realidad con un enfoque crítico. Como observó Annamma (2017) en su estudio, también en este caso, durante el análisis de sus narrativas, nuestros participantes encontraron conexiones entre sus trayectorias de aprendizaje matemático y pudieron situar sus propias experiencias individuales dentro de narrativas más amplias en torno a la Educación Matemática.

En cuanto a la valoración de la metodología de la cartografía en estudios con jóvenes en los márgenes del sistema educativo, todos apreciaron la adecuación de esta herramienta para empoderar a los participantes y quizá conseguir su implicación y la motivación necesaria para engancharse nuevamente a los estudios. O en otro sentido, alentar su decisión de salir del sistema y resistir las presiones de la sociedad, que les impele a plegarse al itinerario académico y de vida establecido, siendo dueños de su voz. En todo caso, se observó que la investigación cualitativa facilita la construcción compartida de significados partiendo de diferentes subjetividades, siendo clave la relación o vínculo creado desde la honestidad, ya que se desvela la identidad y posicionamiento de la persona investigadora.

Referencias y bibliografía

- Annamma, S. A. (2017). Disrupting cartographies of inequity: Education journey mapping as a qualitative methodology. En A. Morrison, S. A. Annamma y D. Jackson (Eds.), *Critical race spatial analysis* (pp. 35-50). Stylus.
- Annamma, S. A. (2018). Mapping Consequential Geographies in the Carceral State: Education Journey Mapping as a Qualitative Method with Girls of Color with Dis/abilities. *Qualitative Inquiry*, 24 (1), 20–34. <https://doi.org/10.1177/1077800417728962>
- Borrero, N. y Sanchez, G. (2017). Enacting Culturally Relevant Pedagogy: Asset Mapping in Urban Classrooms. *Teaching Education*, 28 (3), 279–295. <https://doi.org/10.1080/10476210.2017.1296827>.
- Futch, V. A. y Fine, M. (2014). Mapping as a method: History and theoretical commitments. *Qualitative research in psychology*, 11(1), 42-59. <https://doi.org/10.1080/14780887.2012.719070>
- Katsiaficas, D., Futch, V. A., Fine, M. y Sirin, S. R. (2011). Everyday Hyphens: Exploring Youth Identities with Methodological and Analytic Pluralism. *Qualitative Research in Psychology*, 8 (2), 120–139. <https://doi.org/10.1080/14780887.2011.572743>
- Marx, S. (2023). El mapeo como metodología crítica de investigación cualitativa. *Revista Internacional de Investigación y Método en Educación*, 46 (3), 285-299.
- SheFigures 2024. (n.d.). Retrieved from <https://projects.research-and-innovation.ec.europa.eu/en/knowledge-publications-tools-and-data/interactive-reports/she-figures-2024>
- Sirin, S. R. y Fine, M. (2008). *Muslim American Youth: Understanding Hyphenated Identities Through Multiple Methods*. New York University Press.
- Souto-Manning, M. y Martell, J. (2019). Toward critically transformative possibilities: Considering tensions and undoing inequities in the spatialization of teacher education. *Teachers College Record*, 121(6), 1-42.
- Solórzano, D. G. y Delgado Bernal, D. (2001). Examining transformational resistance through a critical race and LatCrit theory framework: Chicana and Chicano students in an urban context. *Urban Education*, 36, 308-342. <https://doi.org/10.1177/0042085901363002>

Nota: Esta investigación forma parte del proyecto *Resistencia transformadora en las escuelas. Contranarrativas en la Educación para la justicia social*. Proyecto PID2021-122310NB-I00.



Conocimiento profesional para enseñar Matemáticas: El caso del concepto matemático de función

Angy **Coronel-Suárez**

Departamento de Ciencias Matemáticas, Universidad de Puerto Rico Mayagüez

Puerto Rico

angy.coronel@upr.edu

Omar **Hernández Rodríguez**

Departamento Estudios Graduados, Facultad Educación, Universidad de Puerto Rico Río Piedras

Puerto Rico

omar.hernandez4@upr.edu

Ana Helvia **Quintero**

Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico Río Piedras

Puerto Rico

ana.quintero1@upr.edu

Liliana **Torres Rodríguez**

Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico Bayamón

Puerto Rico

liliana.torres1@upr.edu

Aileen **Velázquez Estrella**

Departamento de Educación de Puerto Rico

Puerto Rico

aileen.velazquez@gmail.com

Resumen

Se llevó a cabo un estudio cualitativo donde por medio de entrevistas grupales se determinó el conocimiento profesional de un grupo de docentes asistentes a un seminario con el propósito de elaborar materiales educativos para desarrollar el concepto matemático de función. Definimos el conocimiento profesional como el conocimiento en cuatro dimensiones: (1) conocimiento del contenido y de la forma de enseñarlo; (2) sus creencias sobre la profesión y ellos mismos; (3) participación en una comunidad profesional; y, (4) elaboración de materiales para los procesos de enseñanza y aprendizaje. Encontramos que, aunque los docentes se apropiaron tardíamente del concepto de función en sus estudios universitarios, ellos entienden

que es importante introducir a sus estudiantes el tema por medio del uso de contextos y programas computarizados. Sin embargo, reconocen obstáculos de su aplicación en el salón de clase por limitaciones de tiempo, extensión del currículo y poca creatividad para diseñar actividades innovadoras.

Palabras clave: Educación matemática; Educación Matemática Realista; educación preuniversitaria; estudio de la lección; funciones; investigación cualitativa; Puerto Rico.

Definición y relevancia del problema

En la actualidad, el estudio de las funciones es fundamental en el currículo matemático escolar. Sin embargo, existe diversidad de concepciones entre las personas que inician estudios universitarios (Bardini et al., 2014; Sheikh Abdullah, 2007; Tall & Bakar, 1992; Vinner & Dreyfus, 1989). En varias universidades públicas de Estados Unidos y en Puerto Rico, el primer curso de matemáticas que deben afrontar los estudiantes de ciencias, matemáticas y disciplinas afines es Pre-cálculo. No obstante, existe una gran preocupación por la divergencia en la preparación matemática a nivel escolar y los conocimientos de los estudiantes al inicio de sus estudios universitarios. Bressoud (2020) señala que, debido a la estructura del sistema escolar público en Estados Unidos, las decisiones curriculares son realizadas a nivel estatal, lo que lleva a una gran disparidad en la formación matemática de los estudiantes. La gran diferencia va desde aquellos estudiantes que tomaron cursos avanzados en su etapa escolar, hasta aquellos que apenas completaron la secuencia requerida que termina con el curso de Álgebra. En Puerto Rico, al terminar sus estudios escolares los estudiantes reciben una gran diversidad de contenidos matemáticos, sin embargo, los conocimientos adquiridos no son suficientes para enfrentar los cursos universitarios. Los profesores universitarios consideran que los estudiantes no están bien preparados para afrontar sus estudios (Caro, 2008; Sanoff, 2006). Igualmente, investigaciones vinculan el conocimiento de los estudiantes al conocimiento de los maestros (Casinillo, 2023).

En esta investigación, nos enfocamos en el conocimiento que tienen docentes de matemáticas. Nos preguntamos ¿cuál es el conocimiento profesional que tienen los docentes sobre el concepto matemático de función? Definimos el conocimiento profesional como el conocimiento que tienen los docentes en cuatro dimensiones: (1) el conocimiento del contenido y de la forma de enseñarlo; (2) las creencias sobre la profesión y sobre ellos mismos; (3) la participación en una comunidad profesional; y, (4) la elaboración de materiales para los procesos de enseñanza y aprendizaje (Lewis et al, 2019). Nos proponemos caracterizar el conocimiento profesional de los docentes de matemáticas sobre el tema de las funciones describiendo instancias que reflejen su conocimiento vinculado a su habilidad para elaborar materiales.

Referencial teórico

Utilizamos los cambios intermedios propuestos por Lewis et al. (2019) para definir el conocimiento profesional del maestro en cuatro dimensiones: (1) conocimiento del contenido y de la forma de enseñarlo; (2) sus creencias; (3) participación en una comunidad profesional; y, (4) elaboración de materiales para los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Para la primera dimensión, Tall y Vinner (1981) distinguieron entre la forma en que se define un concepto matemático y los procesos cognitivos relacionados que ayudan a construir ese concepto. Utilizaron la expresión concepto imagen como el conjunto de representaciones, propiedades y procesos asociados a un concepto que posee una persona. En un momento dado, la porción de imagen expresada la denominan el concepto imagen evocado, el cual indican, es dinámico y se transforma con el tiempo. Por otro lado, denominan concepto definición al conjunto de palabras que una persona utiliza para referirse a un determinado concepto, es decir, la forma verbal del concepto imagen evocado. Los autores diferencian entre el concepto definición personal y concepto definición formal, siendo este último el aceptado por la comunidad de profesionales que se dedican a la matemática. En este contexto, consideramos de gran importancia especificar el concepto imagen relacionado al concepto de función de maestros de matemáticas de Puerto Rico pues este repertorio de secuencias de imágenes, representaciones, procesos y procedimientos será el que ellos utilicen para ayudar a sus estudiantes a construir una definición de función. Esta secuencia se complementa con el conocimiento que los maestros tienen sobre cómo enseñar los conceptos relacionados al concepto matemático de función. Este conocimiento incluye aspectos como: hacer evidente el pensamiento de los estudiantes, establecer metas a largo plazo y tomar decisiones para alcanzar y evaluar metas intermedias (Gravemeijer, 2020; Van Es & Sherin, 2002). Además, puede abarcar aspectos tales como la especificación de los elementos necesarios para la elaboración del plan de lecciones, el uso de un lenguaje común relacionado al marco metodológico en que se desarrolla la instrucción y la incorporación de la tecnología, entre otros (González et al., 2023).

Sobre la segunda dimensión, las creencias de los maestros son un factor determinante en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Torres Rodríguez, 2019). Aunque las creencias se pueden considerar como conocimiento, las diferenciamos del conocimiento profesional en que no están apoyadas en evidencia “científica”, sino en la percepción del maestro. Las creencias de los maestros pueden abarcar diversos aspectos: el contexto en el que enseñan, la forma en que aprenden los estudiantes que atienden, la dificultad de la disciplina, la forma de enseñar un tema en específico e incluso sobre ellos mismos, incluyendo su propia eficacia (Lewis et al., 2019; Torres Rodríguez, 2019). Estas creencias pueden influir en aspectos importantes como la manera en que desarrollan los contenidos y en que utilizan la tecnología para enseñar un tema específico.

La tercera dimensión contempla las formas en que los maestros están motivados a mejorar la instrucción de manera colaborativa o colegiada. Aunque la preparación y el desarrollo de la clase en gran medida son individuales, la enseñanza ocurre principalmente en contextos sociales donde es importante considerar las necesidades de los colegas y demostrar responsabilidad colectiva de proporcionar una instrucción de alta calidad. La participación en las discusiones de planificación o en procesos de reflexión después de la enseñanza requieren del uso de un lenguaje compartido para referirse a determinados procesos tanto matemáticos como didácticos (González et al., 2023). Aunque estos aspectos son fundamentales en el conocimiento profesional de los docentes, su desarrollo suele tener poca relevancia durante su formación.

Finalmente, en la cuarta dimensión, las trayectorias de aprendizaje requieren que los docentes elaboren tareas y actividades que revelen y promuevan el pensamiento matemático de los estudiantes (Lewis & Perry, 2015). Aunque las tareas y actividades propuestas a menudo provienen de libros de texto, la tecnología ha ampliado el acceso a recursos en la Internet, lo que

requiere que los docentes posean criterios sólidos para seleccionar materiales que respondan a los objetivos establecidos. Además, es necesario crear espacios en los centros educativos que permitan la planificación y elaboración colaborativa de materiales educativos, adaptados a las necesidades particulares de los contextos en los que se desarrolla los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esto implica la colaboración entre docentes de diferentes grados, la observación de colegas ofreciendo clases y el análisis del papel que desempeñan los materiales y recursos en el pensamiento matemático de los estudiantes (Lewis & Perry, 2015).

Método y desarrollo conceptual

Esta investigación se llevó a cabo en el contexto de un seminario dirigido a estudiantes de posgrado en Educación Matemática de una universidad de Puerto Rico. El propósito era reflexionar sobre los aspectos teóricos y prácticos para la creación de lecciones para la enseñanza de las funciones con base en los principios de la Educación Matemática Realista. En este seminario convergen personas interesadas en mejorar la educación matemática, incluyendo profesores universitarios, maestras retiradas y estudiantes de programas de matemáticas puras y de educación matemática a nivel de maestría o doctorado. Las sesiones del seminario se desarrollan durante 15 semanas, con una duración de tres horas semanales. El seminario contó con la participación de 13 personas: 6 investigadores y/o colaboradores y 7 estudiantes, de los cuales 6 ejercían como docentes de matemáticas de los tres niveles escolares y 1 de universidad. Los estudiantes se dividieron en dos grupos para garantizar la diversidad en cuanto al nivel en el que enseñaban. Los investigadores se dividieron e integraron en cada uno de los grupos. Al inicio del seminario se llevaron a cabo entrevistas grupales para explorar el conocimiento profesional de los estudiantes del seminario. Las entrevistas se realizaron en forma grupal y tuvieron una duración de entre 60 y 90 minutos. La Imagen 1 muestra las preguntas que se utilizaron como guía para dirigir la entrevista en esta parte del estudio.

El concepto de función

1. ¿Recuerdas en qué momento de tus estudios viste por primera vez el concepto de función? ¿Cuál era?
2. ¿Puedes indicar de qué manera se enseñan las funciones a nivel escolar actualmente? Descríbela, por favor.
3. ¿En los cursos que tienes asignados este año académico, esperas enseñar el concepto de función? ¿Ya tienes un plan para hacerlo?
4. ¿Cuál es el concepto de función que más te gusta? ¿Cuál consideras que es el más apropiado para enseñar a nivel escolar?
5. ¿Qué tan familiarizado estás con los resultados de investigaciones sobre la enseñanza del tema de funciones a nivel escolar? ¿Puedes mencionar algunos resultados de investigaciones que guíen tu práctica educativa?
6. ¿Qué influye más cuando enseñas el tema de las funciones, la forma en que las aprendiste o la experiencia enseñando el tema?

Uso de tecnología para la enseñanza de las funciones

7. ¿Cuál ha sido su experiencia usando tecnología para la enseñanza de las funciones?
8. ¿Qué aplicaciones has usado (por ejemplo, Desmos, GeoGebra, calculadora gráfica, etc.)?
9. ¿Podrías dar un ejemplo de la forma en la que integrarías tecnología para la enseñanza de funciones?
10. ¿Qué beneficios tiene para tus estudiantes cuando usas la tecnología en las lecciones matemáticas?
11. ¿Qué dificultades anticipas que pueden tener tus estudiantes al usar tecnología en tus lecciones?

Aprendizaje de las funciones de las matemáticas

12. ¿Cuáles son las ideas más importantes que debe aprender un estudiante relacionadas al tema de funciones?
13. ¿Qué procedimientos sabe realizar un estudiante que domina las ideas fundamentales de las funciones?
14. ¿Qué esperas ver en un salón de matemáticas donde los estudiantes están aprendiendo el tema de funciones?
15. ¿Qué diferencia a un estudiante que entiende el tema de funciones de otro que no?
16. ¿Qué problemas puede resolver un estudiante que domina la idea matemática de función?
17. ¿Consideras que el estudiante puede aprender el tema de funciones a partir del análisis de situaciones problemáticas?

Imagen 1. Preguntas relacionadas con esta parte del estudio que guiaron la entrevista.

El análisis de las entrevistas se inició con la transcripción de las grabaciones. Se desarrolló un libro de códigos que incluyó definiciones y ejemplos de cada aspecto del conocimiento profesional. Cada investigador clasificó las aseveraciones de los participantes en una tabla con cuatro columnas: (1) su conocimiento sobre los conceptos relacionados con las funciones y la forma de enseñarlas; (2) sus creencias sobre la profesión y ellos mismos, relacionadas con las

funciones, con la forma de enseñarlas y con sus estudiantes; (3) su participación en una comunidad profesional; y (4) la elaboración o uso de materiales para la enseñanza y aprendizaje de las funciones. Luego de realizar esta clasificación, se llevaron a cabo reuniones entre los investigadores para comparar y contrastar la distribución de las aseveraciones. La discusión se centró en determinar el concepto imagen, no de manera individual, sino analizando las percepciones de todos los estudiantes entrevistados. La Tabla 1 muestra algunas expresiones dadas por los participantes en cada una de las cuatro dimensiones del conocimiento.

Tabla 1

Aseveraciones de algunos participantes respondiendo a la entrevista

	Conocimiento	Creencias	Comunidad	Materiales
Concepto de función	- “La f con paréntesis de la forma tradicional” - “Después de mucho tiempo entendí que $f(x)$ es igual a y” - “Asociación única, una persona solo puede hacer una cosa a la vez”	- “Hacen cosas sin saber que es matemáticas” - “Si no sabe qué es una función no puede resolver problemas” - “La función no se entiende cuando es dominio y rango, sí con la máquina”	- “Concordar en las respuestas, luego es valedero” - “Generalmente los maestros empiezan definiendo la función”	- “Que entre un número a la máquina y salga otro no es suficiente para que el estudiante deduzca la función, necesita por lo menos otro, patrones”
Enseñanza de las funciones	- “Máquina, tabla de valores, gráficas, dominio y rango” - “En primaria, las flechas son buen acercamiento para las funciones”	- “Enseñar de forma concreta se recuerda con el tiempo” - “La forma como uno aprendió no es como sus estudiantes lo entenderán”	- “Acoger las experiencias de otros para su práctica” - “Sugerencias de estrategias de colegas”	- “Utilizo material del DEPR y luego con internet” - “Empezar con una historia, plantear problema, ver concepto y resolver”
Uso de la tecnología	- “Dominio, rango, máximo y mínimo con Desmos” - “Asíntotas, en Desmos, dan zoom out y la gráfica sigue igual. Ver numéricamente por qué no pasa”	- “Los estudiantes no dominan la tecnología como pensamos, solo en ciertos aspectos” - “Nos deslumbra algo que no utilizamos en nuestra época y a ellos no les motiva”	- “Utilizar lecciones ya elaboradas por colegas en Desmos”	- “Desmos permite compartir ideas de forma innovadora y tecnológica” - “Considerar el tiempo para enseñar a manejar la herramienta en la planificación”

Resultados y conclusiones

Se presentan los resultados de las entrevistas según las cuatro dimensiones con las que definimos el conocimiento profesional.

Primera dimensión: conocimiento sobre las funciones y la forma de enseñarlas

Para varios participantes la primera vez que vieron el concepto de función fue mediante el modelo de la máquina. Recuerdan que representaban elementos de entrada y salida, hacían tablas de valores y una gráfica en el plano cartesiano. Aunque no todos están de acuerdo con que la máquina sea la mejor representación, destacan la importancia del aspecto visual para representar la correspondencia entre los valores. Mencionaron representaciones, como diagramas de Venn con flechas que salen de un conjunto A a otro conjunto B y coordenadas en el plano cartesiano.

Sólo un participante recordó que le presentaron el concepto de función con una situación contextual, pero utilizada como contraejemplo, no representaba una función. Todos coincidieron en que fueron expuestos de alguna manera al concepto de función durante su escuela superior (grados 10 a 12) y luego estudiaron las funciones formalmente en la universidad en el curso universitario de pre-cálculo. A este nivel, vieron la función como una correspondencia entre dos conjuntos de tal manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde un solo elemento del segundo conjunto. En ese momento también vieron la representación $f(x)$, definieron el dominio, rango, analizaron funciones básicas, como polinomiales, trigonométricas y exponenciales, y las representaron en el plano cartesiano. Sólo un participante mencionó el concepto de función como una dependencia entre dos variables de diferente naturaleza.

En cuanto al conocimiento de la didáctica de las funciones, resaltaron la importancia de utilizar medios visuales para representar el concepto de correspondencia, el valor de entrada y el valor de salida y el dominio del álgebra para calcular estos valores. La calculadora graficadora interactiva de Desmos, plataforma disponible gratuitamente en Internet, se mencionó como una herramienta efectiva para visualizar aspectos, como el dominio y recorrido, y para distinguir las características de las familias de funciones. Algunos participantes mencionaron el uso de videos de YouTube, simulaciones y otras aplicaciones como alternativas para introducir el concepto de función. También señalaron la importancia de introducir el tema a través del uso de contextos más cercanos a los estudiantes y permitirles manipular los objetos matemáticos bajo estudio para una mejor comprensión, en contraposición a que el maestro explique y haga ejercicios.

Los participantes también reconocieron algunos obstáculos cognitivos que presentan sus estudiantes los cuales dificultan el aprendizaje del concepto de función. Destacaron el poco dominio de la aritmética durante la evaluación de expresiones algebraicas como una dificultad para calcular los valores de salida de una función expresada por una fórmula. Igualmente, consideran que la notación $f(x)$ representa un problema porque muchos de sus estudiantes no relacionan a $f(x)$ con el segundo componente de la pareja ordenada (x, y) . Además, mencionaron la confusión que puede generar el uso de homónimos durante la instrucción, como el término rango que tiene diferentes significados en el contexto de la estadística y las funciones.

Segunda dimensión: creencias sobre la profesión y ellos mismos, relacionadas con las funciones, con la forma de enseñarlas y con sus estudiantes

Las creencias las clasificamos en cuatro categorías: sobre las estrategias de enseñanza, sobre el aprendizaje de los estudiantes, sobre el uso de la tecnología y sobre el currículo.

- Sobre la enseñanza. La mayoría de los que enseñan el tema prefieren comenzar con la definición, aunque reconocen la importancia de otras representaciones. Todos consideran relevante el uso de contextos, pero no es su forma preferida para introducir el tema. Reconocen que los alumnos aprenden de diferentes maneras según sus experiencias y estilos de aprendizaje, algunos aprenden mejor a través de la observación, la manipulación o la acción, mientras que otros lo hacen de manera más abstracta, luego enfatizaron la necesidad de adaptar las estrategias de enseñanza a las necesidades individuales de los estudiantes. Esto implica que los docentes deben realizar investigaciones para determinar la mejor forma de llegar a cada estudiante. Sin embargo, consideran que la forma como

aprendieron el concepto influye al momento de enseñar, aunque también influyen los aprendizajes que han obtenido en su experiencia enseñando el tema.

- Sobre el aprendizaje de los estudiantes. Los participantes señalaron que los estudiantes enfrentan dificultades al aprender matemáticas en general. Consideran que algunos tienen obstáculos cognitivos de índole emocional y colocan una barrera que les impide aprender. Problemas con operaciones aritméticas y propiedades algebraicas se mencionaron como obstáculos frecuentes. Se destacaron algunas creencias de los estudiantes, como que si el resultado al evaluar una función es una fracción o un decimal, la respuesta es incorrecta, o que estos valores no se pueden graficar en el plano cartesiano. Algunos expresaron que si los estudiantes no dominan los conceptos de funciones, tendrán dificultades para resolver aplicaciones. A nivel universitario, coinciden en que los profesores asumen que los estudiantes dominan las funciones, luego no es necesario explicarlas con detalle.
- Sobre el uso de la tecnología. Representa desafíos ya que los docentes a menudo sobreestiman la capacidad tecnológica de los estudiantes. Si bien es cierto que los estudiantes dominan ciertas aplicaciones, son pocas las herramientas educativas que manejan, así que conlleva inversión de tiempo del proceso de enseñanza en aprender a utilizar una determinada aplicación, que no volverán a utilizar. Según mencionaron, en muchos casos los docentes valoran la capacidad computacional de la tecnología, porque en su momento tuvieron que hacer todos los cálculos y gráficas de forma manual. También resaltaron ciertos problemas con las herramientas tecnológicas, como la representación de las asíntotas y las funciones definidas por partes, pues en las gráficas se ven conectadas.
- Sobre el currículo. Los docentes dependen principalmente de las directrices y documentos normativos del Departamento de Educación, como los estándares y los mapas curriculares. Consideran que en esos documentos se hace más énfasis a la enseñanza de valores que a los contenidos matemáticos, lo que implica que los cursos no sean lo suficientemente rigurosos. Además, señalan que hay mucha diversidad en la aplicación del currículo porque los salones de clase son laboratorios en donde los docentes aprenden alguna técnica didáctica, la adapta y la aplica, la evalúa y sigue optimizándola según la va utilizando.

Tercera y cuarta dimensión: comunidades profesionales y elaboración o uso de materiales

Estas dimensiones estuvieron bastante relacionadas. Ninguno de los participantes de esta investigación reportó haber trabajado con colegas en sus instituciones, ni fuera de ellas, en la elaboración de materiales para la enseñanza de funciones y resaltaron su falta de conocimiento sobre investigaciones relacionadas con la enseñanza de funciones. Ellos coincidieron en que en los cursos donde se trabaja el tema de función, han dependido principalmente de algún libro de texto y otros materiales que les provee la institución. Algunos mencionaron recursos que han utilizado de la Internet como Desmos, Khan Academy, YouTube y PhET, entre otros. Uno de los participantes mencionó que utiliza la representación de la máquina para introducir el concepto de función, elaborar la tabla de valores y la gráfica de la función. Otro mencionó que ofrece a sus estudiantes unos materiales de repaso antes de comenzar el tema de funciones, que incluye conjuntos numéricos, los números reales y las propiedades de la adición y la multiplicación.

En conclusión, los docentes introducen el concepto de función como una relación de entrada y salida, luego presentan la definición formal, seguida de ideas y procesos relacionados para finalizar con sus aplicaciones. Consideramos que hay una desconexión entre la forma como se introduce el tema y la definición formal, pues no expresan con claridad cómo se conecta la representación de la máquina con las concepciones de dominio, rango, gráfica, etc. Los participantes van desde el que estudió el tema en la universidad, pero no lo ha enseñado y no está muy familiarizado, hasta los que han enseñado el tema en escuela o universidad, luego podemos concluir que el concepto imagen de función está determinado por la manera en que lo enseñan. La diversidad en las formas de aprender de los estudiantes, las ventajas y desventajas de las aplicaciones tecnológicas y la forma cómo aprendieron ellos mismos, entre otras, son creencias que influyen en la planificación de las lecciones que utilizan los docentes para enseñar las funciones, del mismo modo que las limitaciones para trabajar en equipo con otros colegas y la falta de creatividad y tiempo para ser creativos en el diseño de actividades innovadoras.

Referencias

- Bardini, C., Pierce, R., Vincent, J., & King, D. (2014). Undergraduate mathematics students' understanding of the concept of function. *Indonesian Mathematical Society Journal on Mathematics Education*, 5(2), 85-107.
- Bressoud, D. (2020). *The strange role of calculus in the United States*.
<https://www.mathvalues.org/masterblog/launchings20201001>
- Caro, E. (2008). 180 variables predictoras en el aprovechamiento académico en los cursos de pre cálculo de la Universidad de Puerto Rico en Bayamón. *Milenio: Revista de Artes y Ciencias*, 12, 180-196.
- Casinillo, L. F. (2023). Calculus teacher's competencies as correlates of students' learning experiences. *International Journal of Indonesian Education and Teaching*, 7(1), 22-32.
- González, G., Villafañe-Cepeda, W., & Hernández-Rodríguez, O. (2023). Leveraging prospective teachers' knowledge through Lesson Study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 26, 79-102.
- Gravemeijer, K. (2020). Emergent modeling: An RME Design heuristic elaborated in a series of examples. *Educational Designer*, 4(13).
- Lewis, C. C., and Perry, R. R. (2015). A randomized trial of lesson study with mathematical resource kits: Analysis of impact on teachers' beliefs and learning community. In J. A. Middleton, J. Cai, & S. Hwang (Eds.), *Large-scale studies in mathematics education* (pp. 133-155). Cham, Switzerland: Springer. doi:10.1007/978-3-319-07716-17
- Lewis, C., Friedkin, S., Emerson, K., Henn, L., and Goldsmith, L. (2019). How does lesson study work? Toward a theory of lesson study process and impact. In *Theory and practice of lesson study in mathematics* (pp. 13-37). Springer, Cham.
- Sanoff, A. P. (2006). A perception gap over students' preparation. *Chronicle of Higher Education*, 52(27), B9-B14.
- Sheikh Abdullah, S. A. (2007). Conceptions of functions among first degree and diploma students. *Social and Management Research Journal (SMRJ)*, 4(1), 67-76.
- Tall, D., & Bakar, M. (1992). Students' mental prototypes for functions and graphs. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 23(1), 39-50.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, 12(2), 151-169.
- Torres Rodríguez, L. M. (2019). *Creencias filosóficas acerca de las matemáticas y vínculos con la enseñanza: Estudio de casos con maestras de matemáticas de escuela elemental del DEPR*. Recuperada de Dissertations and Theses (ProQuest No. 13884894).
- Van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of technology and teacher education*, 10(4), 571-596.
- Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for research in mathematics education*, 20(4), 356-366.



Conocimientos y competencias del profesorado en la enseñanza de la derivada en cursos de ingeniería civil

Denise **Chamorro** Manríquez
Universidad Católica de la Santísima Concepción
Chile

dchamorro@ucsc.cl

Adriana **Breda**
Universitat de Barcelona
España

adriana.breda@ub.edu

Maritza **Galindo** Illanes
Universidad San Sebastián
Chile

maritza.galindo@uss.cl

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo investigar las competencias y conocimientos del profesorado para diseñar y valorar la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción en la enseñanza de la derivada en la asignatura de Cálculo Diferencial en carreras de ingenierías civiles, considerando las especialidades de Ingeniería Civil, Industrial, Informática, Geológica y Eléctrica. La metodología incluye una revisión sistemática del estado del arte, un diagnóstico de las percepciones y prácticas docentes, el análisis de materiales didácticos y el diseño de un proceso de instrucción fundamentado en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Este diseño se evaluará bajo criterios de idoneidad didáctica, con el propósito de identificar mejoras en el aprendizaje del objeto matemático derivada y su aplicación en problemas específicos de la ingeniería. La investigación busca contribuir a la formación docente y al fortalecimiento de la enseñanza del cálculo diferencial en contextos profesionales.

Palabras clave: Cálculo diferencial; Didáctica de la Matemática; Enfoque Ontosemiótico; Idoneidad didáctica; Ingeniería Civil.

Definición del problema

La derivada es un concepto clave en el cálculo diferencial, fundamental para modelar y optimizar fenómenos de cambio en disciplinas como la ingeniería, la economía y las ciencias físicas. En ingeniería civil, su aplicación es esencial en áreas como el análisis estructural, la hidráulica y el transporte.

Sin embargo, su enseñanza en carreras de ingeniería suele centrarse en procedimientos simbólicos y mecánicos, dejando de lado su conexión con aplicaciones contextualizadas (Pino-Fan, Godino & Font, 2015; Gutiérrez, Buitrago & Ariza, 2017, Galindo et. al., 2022; Galindo & Breda, 2023). Este enfoque limita la comprensión profunda de la derivada y dificulta su transferencia a problemas reales. Además, la falta de integración entre cursos de ciencias básicas y asignaturas profesionalizantes genera una brecha en la formación del estudiantado.

Otros estudios han identificado dificultades en la interpretación de la función derivada y su representación geométrica, así como en su aplicación en análisis de monotonía y optimización de funciones (Galindo Illanes et al., 2022; Galindo Illanes & Breda, 2022a, 2022b). Estas limitaciones evidencian la necesidad de repensar su enseñanza, promoviendo enfoques didácticos que incorporen representaciones múltiples, herramientas tecnológicas y aplicaciones contextualizadas.

Relevancia de estudiar la derivada y su enseñanza

Desde la perspectiva matemática

La derivada es un objeto matemático complejo que trasciende su carácter procedimental, ya que involucra múltiples significados, como la tasa de cambio, la pendiente de una tangente, y el análisis de optimización, así como diversas representaciones (simbólica, gráfica, numérica, y contextual) que interactúan en su comprensión (Pino-Fan, Godino & Font, 2015). Este enfoque integral no solo promueve una comprensión más profunda de la derivada, sino que también desarrolla competencias clave para resolver problemas complejos en el ámbito de las ingenierías, donde se requiere interpretar fenómenos físicos y aplicarlos en situaciones reales (Larios, Páez & Moreno, 2020). La articulación de estas representaciones y significados es esencial para que el estudiantado pueda transferir el conocimiento matemático a contextos profesionales y técnicos.

Desde la perspectiva del cuerpo docente

El cuerpo docente que enseña cálculo frecuentemente adopta un enfoque predominantemente simbólico y técnico al abordar la derivada, enfatizando su operatoria y la resolución de problemas rutinarios, pero dejando de lado la conexión con aplicaciones reales y contextos profesionales. Este enfoque limita la capacidad del estudiantado para comprender los significados matemáticos y desarrollar una visión interdisciplinaria del concepto (Font & Contreras, 2008). Por ello, es esencial analizar cómo los profesores de Matemática interpretan y priorizan los significados y las situaciones problema de la derivada, con el fin de diseñar intervenciones didácticas que integren herramientas tecnológicas, representaciones múltiples y problemas contextualizados.

Desde la perspectiva del cuerpo docente de especialidad

En las asignaturas profesionalizantes de las distintas especialidades de ingeniería civil, la derivada se utiliza de manera transversal para resolver problemas específicos, como el análisis de esfuerzos, el flujo de fluidos, la optimización de recursos, entre otros. Sin embargo, se asume que el estudiantado ya posee un conocimiento sólido y funcional de la derivada adquirido en los cursos de cálculo, lo que no siempre es el caso (Londoño, Kakes & Decena, 2013). Esta desconexión curricular dificulta la aplicación práctica de los objetos matemáticos en contextos ingenieriles. Analizar cómo el profesorado de especialidad percibe las carencias del estudiantado respecto a la derivada puede guiar el diseño de estrategias pedagógicas y fortalecer la articulación entre las ciencias básicas y las aplicaciones profesionales. Esto es clave para formar ingenieros con competencias integrales que puedan abordar los desafíos de la ingeniería civil de manera efectiva y contextualizada.

Referencial Teórico

El presente trabajo se fundamenta en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS), desarrollado por Godino y colaboradores, el cual proporciona un marco teórico integral para analizar y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Este enfoque permite estudiar cómo los significados matemáticos son construidos, comunicados y validados en contextos educativos, y cómo los diferentes elementos didácticos interactúan en dicho proceso (Godino et al., 2019).

Los significados matemáticos en el EOS

En el EOS, un objeto matemático (como la derivada) es entendido como un sistema de prácticas que involucra diversos significados. Estos significados surgen a partir de la interacción entre representaciones semióticas (simbólicas, gráficas, numéricas y contextuales), procedimientos, problemas asociados, y su interpretación en diferentes contextos (Godino, 2008). Esto implica que enseñar la derivada requiere no solo abordar su formalización simbólica, sino también articular los diferentes significados que permiten su comprensión y aplicación en problemas reales.

En el trabajo de Pino-Fan, Godino y Font (2011), se realizó un estudio histórico-epistemológico detallado sobre la evolución de la derivada. En su investigación, identificaron nueve significados parciales de la derivada, entre los cuales se incluyen:

1. Significado como tasa de cambio: Interpretación del cambio de una cantidad en relación con otra, como velocidad en función del tiempo.
2. Significado geométrico: Pendiente de la tangente a una curva en un punto.
3. Significado como operador matemático: Derivación como herramienta para analizar y optimizar funciones en aplicaciones prácticas.

El EOS permite identificar las conexiones entre estos significados y diseñar estrategias didácticas que promuevan su construcción progresiva en el estudiantado (Pino-Fan et al., 2013).

Modelo del Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas

El EOS introduce el modelo denominado Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del Profesor de Matemáticas (modelo CCDM) (Godino et al., 2017; Pino-Fan et al., 2017) y articula las competencias y conocimientos que se consideran necesarios para una enseñanza adecuada de las Matemáticas (Godino et al., 2017). En el modelo CCDM, por un lado, se considera que las dos competencias clave del profesor de Matemáticas son la competencia Matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica. El núcleo fundamental de esta última es (Breda et al., 2017): diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje, tanto propias como de otros, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de idoneidad, con el fin de establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y proponer mejoras. Por otro lado, este modelo teórico caracteriza los conocimientos del profesorado a partir de tres dimensiones: la dimensión matemática, la dimensión didáctica y la dimensión metadidáctico-matemática (Pino-Fan & Godino, 2015). Por un lado, la dimensión matemática del CDM incluye dos subcategorías de conocimiento: el conocimiento común del contenido (conocimiento sobre un objeto matemático concreto, suficiente para resolver problemas o tareas del currículo en un nivel educativo determinado) y el conocimiento ampliado del contenido (conocimiento de las Matemáticas del nivel educativo siguiente). Por otro lado, la dimensión didáctica del CDM incluye las siguientes subcategorías: conocimiento especializado de la dimensión matemática (faceta epistémica), conocimiento sobre los aspectos cognitivos del alumnado (faceta cognitiva), conocimiento sobre los aspectos afectivos, emocionales y actitudinales del alumnado (faceta afectiva), conocimiento sobre las interacciones en el aula (faceta de interacción), conocimiento sobre los recursos y medios que pueden potenciar el aprendizaje (faceta de medios), y conocimiento sobre los aspectos curriculares, contextuales, sociales y políticos que influyen en la gestión del aprendizaje (faceta ecológica) (Breda et al., 2017; Pino-Fan et al., 2018).

Criterios de idoneidad didáctica

Un eje central del EOS es el constructo de idoneidad didáctica, el cual valora la idoneidad los procesos de enseñanza y aprendizaje desde seis dimensiones de idoneidad: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica (Godino et al., 2006).

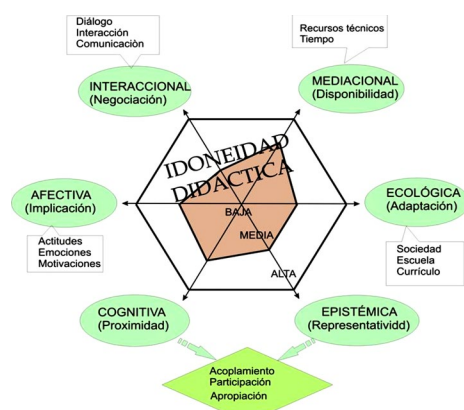


Figura 1: Criterios de Idoneidad Didáctica. Godino et al. (2006)

Estas dimensiones, consensuadas por la comunidad educativa (Breda et al., 2018), sirven para asegurar que un proceso de instrucción es coherente con los objetivos educativos, las capacidades del estudiantado y el contexto en el que se desarrolla. A continuación, se presentan las dimensiones de la idoneidad didáctica y su descripción (Font et al., 2010):

Tabla 1

Dimensiones de la idoneidad didáctica según el enfoque ontosemiótico

Dimensión	Descripción
Idoneidad epistémica	Evalúa la adecuación del contenido matemático enseñado, asegurando que los conceptos y procedimientos sean correctos, coherentes y relevantes para los objetivos educativos.
Idoneidad cognitiva	Analiza la correspondencia entre las actividades de aprendizaje y las capacidades cognitivas del estudiantado, promoviendo una comprensión profunda y significativa.
Idoneidad interaccional	Valora la calidad de las interacciones en el aula, incluyendo la comunicación entre docentes y estudiantes, fomentando un aprendizaje colaborativo y participativo.
Idoneidad mediacional	Examina la pertinencia y efectividad de los recursos didácticos utilizados, como materiales manipulativos, tecnologías digitales y otros apoyos para facilitar el aprendizaje.
Idoneidad afectiva	Considera las actitudes, emociones y motivaciones del estudiantado hacia las Matemáticas, creando un ambiente que favorezca una actitud positiva hacia el aprendizaje.
Idoneidad ecológica	Analiza la coherencia del proceso de enseñanza con el contexto educativo, cultural y social, asegurando la relevancia y aplicabilidad de los aprendizajes en la vida profesional y cotidiana del estudiantado.

Estos criterios permiten analizar de manera integral la enseñanza de la derivada y guían el diseño, implementación y evaluación de procesos de instrucción (Pino-Fan et al., 2018).

Método y desarrollo conceptual

Este estudio adopta un enfoque mixto con diseño de investigación-acción educativa, integrando métodos cualitativos y cuantitativos para analizar y mejorar la enseñanza de la derivada en ingeniería civil. La metodología se estructura en siete etapas, que abordan desde el análisis del estado del arte hasta la evaluación de un diseño instruccional fundamentado en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS).

Las primeras etapas comprenden una revisión sistemática de literatura especializada, un diagnóstico de prácticas docentes y un análisis del uso de la derivada en materiales de asignaturas de especialidad. Posteriormente, se diseña un proceso de instrucción basado en TIC y situaciones contextualizadas, el cual es implementado y evaluado considerando criterios de idoneidad didáctica. Participan docentes de Cálculo Diferencial y profesores de asignaturas profesionalizantes de una universidad chilena, seleccionados mediante muestreo intencional.

Resultados preliminares de la investigación

Resultados de la revisión sistemática

Se realizó una revisión sistemática en SciELO, Scopus y Web of Science con publicaciones de los últimos 10 años, utilizando palabras clave como “enseñanza de la derivada”,

“ingeniería” y “enfoque ontosemiótico”. De las 80 publicaciones encontradas, 15 cumplieron con los criterios de inclusión.

Los resultados muestran que predomina una enseñanza tradicional centrada en la instrucción directa y la resolución de ejercicios rutinarios, con énfasis en la operatoria simbólica (Gutiérrez et al., 2017). Sin embargo, emergen propuestas innovadoras que incorporan el uso de TIC (GeoGebra, Desmos, OVA) y enfoques teóricos como el EOS (Pino-Fan et al., 2015; Galindo & Breda, 2022b). Las dificultades más frecuentes reportadas incluyen problemas en la comprensión del concepto de derivada más allá de lo procedimental, en la interpretación gráfica y en su aplicación a contextos reales.

También se evidencia una escasa articulación entre los cursos de ciencias básicas y las asignaturas profesionalizantes, y una limitada documentación de estrategias didácticas que conecten la enseñanza del cálculo con las aplicaciones específicas de la ingeniería (Galindo & Breda, 2023).

Diagnóstico del contexto docente

En paralelo, se desarrolló un diagnóstico institucional del curso de Cálculo Diferencial impartido en catorce secciones coordinadas de ingeniería en una universidad chilena. El curso opera con materiales compartidos (guías, ejercicios, presentaciones), lo cual garantiza homogeneidad, pero restringe la flexibilidad pedagógica. La enseñanza se caracteriza por un enfoque expositivo tradicional, centrado en la aplicación de reglas de derivación y ejercicios repetitivos, con escaso uso de recursos tecnológicos o tareas contextualizadas a las especialidades.

La dinámica de clase se enfoca en la transmisión de procedimientos, descuidando la construcción de significados múltiples del objeto derivada y su conexión con problemas reales de la ingeniería. Además, se identifican pocas oportunidades de vinculación interdisciplinar, lo que contribuye a una desconexión entre los aprendizajes matemáticos y su aplicación profesional.

Análisis de materiales de especialidad y primera iteración del diseño instruccional

Actualmente, la investigación avanza en la tercera etapa, centrada en el análisis de los significados y campos de problemas asociados a la derivada en el material didáctico de asignaturas de especialidad en carreras de ingeniería civil. Esta revisión incluye programas, guías y textos utilizados por docentes de formación profesional, permitiendo identificar cómo se aplica la derivada en contextos reales y qué demandas cognitivas implica para el estudiantado.

De forma paralela, se desarrolló una primera versión de un diseño instruccional fundamentado en el EOS, actualmente en fase de pilotaje en el curso de Cálculo Diferencial. Este diseño propone una trayectoria didáctica centrada en dos grandes temas: rectas tangentes y optimización de funciones, organizados en torno a campos de problemas contextualizados en ingeniería.

Las actividades consideran recursos diversos: materiales concretos (cartulinas, elementos de construcción), software matemático como GeoGebra, applets interactivos y códigos QR. En el aula, se implementan estrategias de activación de conocimientos previos mediante plataformas interactivas y trabajo colaborativo que articula representaciones gráficas, algebraicas y numéricas. Además, se disponen recursos asincrónicos en Moodle, como videos y guías, para reforzar los aprendizajes.

Este proceso de pilotaje permitirá recolectar evidencias para evaluar la idoneidad didáctica del diseño y realizar ajustes en una próxima iteración, con el objetivo de fortalecer la enseñanza de la derivada en contextos de formación profesional en ingeniería.

Conclusión

Los avances preliminares de esta investigación revelan que la enseñanza de la derivada en carreras de ingeniería continúa fuertemente anclada en enfoques tradicionales, centrados en la operatoria simbólica y con escasa conexión con aplicaciones contextualizadas. Tanto la revisión sistemática como el diagnóstico docente evidencian una débil articulación entre los cursos de ciencias básicas y las asignaturas de especialidad, lo que limita la transferencia del conocimiento matemático a problemas reales.

En respuesta a esta problemática, se diseñó una primera trayectoria didáctica basada en el Enfoque Ontosemiótico, que incorpora campos de problemas significativos, uso de tecnologías como GeoGebra y estrategias de aprendizaje colaborativo. Este diseño, actualmente en fase de pilotaje, busca promover una enseñanza más significativa y contextualizada de la derivada.

Se espera que los resultados de la implementación permitan ajustar el diseño y aportar herramientas concretas para fortalecer la enseñanza del cálculo en carreras de ingeniería desde una perspectiva de idoneidad didáctica.

Referencias y bibliografía

- Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: El caso del constructo idoneidad didáctica. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 32(60), 255–278. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>
- Breda, A., Pino-Fan, L. R., & Font, V. (2017). Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for The Reflection and Assessment on Teaching Practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Font, V., Planas, N., & Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105. <https://doi.org/10.1174/021037010790317243>
- Galindo Illanes, M. K., Breda, A., Chamorro, D., & Alvarado, H. (2022). Analysis of a teaching-learning process of the derivative with the use of ICT oriented to engineering students in Chile. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(7), em2130.
- Galindo Illanes, M. K., & Breda, A. (2022a). El tratamiento de la derivada en el plan de estudios de Ingeniería Comercial en Chile. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, & J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 285-293). SEIEM.
- Galindo Illanes, M. K., & Breda, A. (2022b). Estudo da derivada com o uso das TIC realizado com estudantes de engenharia no Chile. En C. A. Hauschild Johann & S. Nunes Lopes (Eds.), *Docência e ciência: [re]valorização do conhecimento* (1.a ed., Vol. 1, pp. 110-117). Editora Univates.

- Galindo Illanes, M. K., & Breda, A. (2023). Significados de la derivada en los libros de texto de las carreras de Ingeniería Comercial en Chile. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 37(75), 271–295. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n75a13>
- Galindo Illanes, M. K., & Breda, A. (2024). Proceso de instrucción de la derivada aplicado a estudiantes de Ingeniería Comercial en Chile. *Uniciencia*, 38(1), 303-323. <https://www.scielo.sa.cr/pdf/uniciencia/v38n1/2215-3470-uniciencia-38-01-303.pdf>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). El enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 22(1), 248-268.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., & Wilhemi, M. R. (2006a). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *BOLEMA*, 31(57), 90-113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Gutiérrez Mendoza, L., Buitrago Alemán, M. R., & Ariza Nieves, L. M. (2017). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación pedagógica. *Revista Científica General José María Córdova*, 15(20), 137–153. <https://doi.org/10.21830/19006586.170>
- Larios, V., Páez, J., & Moreno, R. (2020). Significados sobre la derivada evidenciados por alumnos de ingeniería. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 20(1), 45-67. <https://aiem.es/article/view/v20-larios-paez-moreno>
- Londoño, J. M., Kakes, I., & Decena, J. (2013). La enseñanza del cálculo en la formación de ingenieros. *Ingeniería y Competitividad*, 15(2), 75-86.
- Pino-Fan, L. R., Castro, W. F., Godino, J. D., & Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma*, 34(2), 129-150.
- Pino-Fan, L. R., Font, V., & Breda, A. (2017). Mathematics teachers' knowledge and competences model based on the onto-semiotic approach. En Kaur, B., Ho, W. K., Toh, T. L., & Choy, B. H. (Eds.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 33–40). PME.
- Pino-Fan, L. R., & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109.
- Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., & Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa*, 13(1), 141–178.
- Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., & Font, V. (2015). Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 29(51), 60-89. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a04>
- Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., & Font, V. (2018). Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: the case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21, 63-94. <https://doi.org/10.1007/s10857-016-9349-8>



Creencias sobre la implicación parental en las tareas matemáticas en el hogar: Un estudio exploratorio

Adriana **Toxtle** Colotl
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
México
toxtleadry9@gmail.com
José Antonio **Juárez** López
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
México
jajul32@hotmail.com

Resumen

Este estudio investigó las creencias de padres e hijos sobre la implicación parental en las Tareas Matemáticas en el Hogar (TMH) con base en tres dimensiones: expectativas de la tarea, percepciones y opiniones. La investigación siguió un enfoque cualitativo y la modalidad del estudio de casos múltiple. Se seleccionaron tres diadas padre-hijo, los estudiantes de 12 años cursaban el primer grado de secundaria en distintas escuelas de la ciudad. A través de protocolos de entrevista y el análisis de contenido cualitativo, se encontró que Padres e hijos comparten creencias sobre el valor, la exigencia y el impacto de las TMH en el rendimiento y la autonomía. Aunque los padres están dispuestos a ayudar, los estudiantes demandan apoyos distintos que consideran más efectivos. Se subraya la importancia de alinear expectativas y colaboración entre padres, estudiantes y maestros para fortalecer el desempeño y compromiso en las TMH.

Palabras clave: Educación Matemática; educación secundaria; investigación cualitativa; Matemáticas; México.

Definición y relevancia del problema

Las tareas matemáticas en el hogar (TMH) representan un entorno educativo relevante para reforzar el aprendizaje de esta disciplina. En este contexto, la implicación de los padres actúa

como una variable ambiental que puede favorecer o limitar el aprendizaje de las Matemáticas en sus hijos, en función de las respuestas afectivas que les brindan (Guzmán et al., 2023). Estas respuestas afectivas son impulsadas por las creencias de los padres y pueden afectar tanto sus interacciones como las propias creencias de sus hijos sobre estas mismas tareas, lo que en última instancia repercute en su aprendizaje de las Matemáticas.

Aunque recientemente se ha prestado un mayor interés por los factores afectivos involucrados en las TMH con la implicación de los padres, todavía no se sabe con claridad cómo las creencias de los padres sobre su implicación en las TMH corresponden con las creencias desarrolladas por sus hijos sobre dicha implicación. Además no se han reportado estudios cualitativos que busquen comprender las creencias de padres y estudiantes a través de las dimensiones expectativas, percepciones y opiniones sobre la implicación parental en las tareas matemáticas en el hogar. Este trabajo buscó responder la pregunta de investigación ¿Cómo son las creencias de padres e hijos sobre la implicación parental en las tareas matemáticas en el hogar (TMH)?

Algunos estudios relacionados han revelado que las creencias sobre las Matemáticas de los padres influyen en la formación de creencias de sus hijos, específicamente en el autoconcepto y la autoeficacia académica (Del Río et al., 2021). Otro estudio afín señala que las creencias son parte de las cogniciones de los padres sobre la Educación Matemática de sus hijos y afectan tanto su manera de motivarlos como sus comportamientos hacia ellos (Betts et al., 2023). Por otro lado, Abaszadeh et al. (2024) encontraron diferencias en el comportamiento parental con base en el género. Las altas expectativas de los padres (hombres) sobre el rendimiento matemático de sus hijos, y el comportamiento afectivo y de apoyo de las madres (mujeres), moldean las creencias de los estudiantes sobre su inteligencia y favorecen su autoeficacia académica. Estos hallazgos evidencian que las creencias de los padres influyen en las creencias de sus hijos, y son relevantes por su papel en el desarrollo de otros afectos como emociones y actitudes hacia las Matemáticas (McLeod, 1992).

Como objetivo de investigación se planteó explorar las creencias de padres y estudiantes sobre la implicación parental en el apoyo a las tareas de Matemáticas en el hogar.

Las expectativas, percepciones y opiniones interactúan continuamente en el modo en que las personas interpretamos el mundo, por lo tanto se considera que estos aspectos reflejan las creencias de una persona. Esto no ha sido mostrado en otras investigaciones, las cuales se centran en el estudio de algún aspecto únicamente, sin involucrar dichos componentes de las creencias en su conjunto para una comprensión más precisa de las creencias de padres e hijos.

Referencial teórico

Las creencias influyen en las reacciones y comportamientos de los estudiantes hacia las Matemáticas debido a su durabilidad (estabilidad en el tiempo), resistencia al cambio, fuerte arraigo y prevalencia en la mente de los estudiantes. Estos factores afectan tanto el aprendizaje de las Matemáticas (McDonough & Sullivan, 2014) como “el desarrollo actitudinal y emocional de las respuestas a las Matemáticas” (McLeod, 1992, p. 579).

Desde el punto de vista del Dominio Afectivo de la Educación Matemática, las respuestas afectivas negativas, es decir las emociones y actitudes negativas (influidas por ciertas creencias sobre las Matemáticas) son capaces de generar desconexión, desafección, desvinculación y disminución de la participación en las Matemáticas (Grootenboer & Marshman, 2016). En concreto, las creencias matemáticas de los estudiantes son interpretaciones que influyen en el comportamiento, el aprendizaje y la relación presente y futura entre los estudiantes y las Matemáticas.

Otro aspecto importante de las creencias es que se desarrollan a partir de interpretaciones de situaciones en diversos contextos, incluido el hogar, con la participación de personas significativas como padres y maestros (García-González et al., 2020). En este sentido, se considera que las influencias socioculturales desempeñan un papel fundamental, configurando una estructura relacional que sustenta dichas creencias. En otras palabras, las creencias se desarrollan según sus conexiones con otras creencias conformando lo que se denomina sistema de creencias (Op ‘t Eynde et al., 2002), el cual permite comprender la forma de abordar y aprender Matemáticas (Gómez-Chacón et al., 2006). La Figura 1 representa la estructura de los sistemas de creencias.

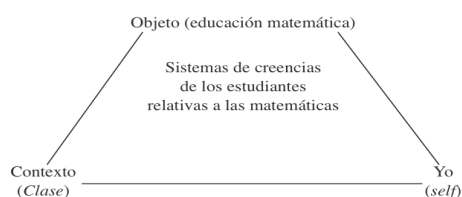


Figura 1. Representación de la estructura de los sistemas de creencias de los estudiantes relativos a las Matemáticas (Op ‘t Eynde et al., 2002).

Como se muestra en la figura anterior, las creencias sobre la Educación Matemática, las creencias sobre sí mismos y las creencias sobre el contexto son elementos que constituyen los sistemas de creencias de los estudiantes relativos a las Matemáticas (Gómez-Chacón et al., 2006; Op ‘t Eynde et al., 2002).

Este trabajo se enfoca en explorar las creencias sobre la implicación parental en las tareas matemáticas en el hogar (TMH). La contribución a esta línea de investigación consiste en revelar las creencias tanto de padres como de hijos respecto a dicha implicación, lo cual podría ser relevante para seguir explorando su papel en la conformación de los sistemas de creencias de los estudiantes en torno a las Matemáticas.

En este trabajo nos enfocamos en explorar las creencias de padres e hijos sobre el involucramiento parental en el contexto de las TMH. Para tal fin, se desglosaron tres dimensiones de las creencias: *expectativas de la tarea*, *percepciones* y *opiniones*, elegidas con base en su importancia en estudios previos sobre la participación de los padres en las TMH y factores afectivos (Darragh & Franke, 2022; Deringöl, 2019; Elliot et al., 2020; Erdogan et al., 2021; Gilead et al., 2019; Xu et al., 2020).

Asimismo, y en línea con Grootenboer and Marshman (2016) se considera que “los estudiantes desarrollan creencias sobre las Matemáticas basadas en un grado significativo en sus

percepciones a partir de las cuales construyen sus opiniones” (p. 8). A este respecto, las expectativas, percepciones y opiniones interactúan continuamente en el modo en que las personas interpretamos el mundo, por lo tanto se considera que dichos aspectos reflejan las creencias de una persona. En la Tabla 1 se presenta la descripción utilizada de cada dimensión.

Tabla 1

Dimensiones de las creencias sobre la implicación parental en las TMH

Dimensiones	Descripción
Expectativa de las TMH	Las expectativas reflejan las creencias del estudiante sobre su capacidad de realizar las TMH de forma exitosa (Xu et al., 2020). Se asocian con el valor de las TMH, la exigencia y compromiso sobre los deberes de sus hijos (Deringöl, 2019).
Percepción de las TMH	Se refieren a las interpretaciones mentales que padres e hijos construyen respecto al involucramiento parental. Estas interpretaciones son referidas a la frecuencia de participación y la detección de dificultades (Elliot et al., 2020). Otras percepciones son acerca del estrés parental, la percepción de eficacia, el fomento de la motivación y la autonomía del estudiante (Erdogan et al., 2021).
Opinión de las TMH	Las opiniones son proposiciones subjetivas inherentemente inverificables y están sujetas a interpretación personal (Gilead et al., 2019). Las opiniones que se han estudiado se sustentan en percepciones acerca del rol del docente, el empleo de los recursos y materiales y sobre la propia participación de los padres en el contexto de la pandemia por COVID 19 (Darragh & Franke, 2022).

Nota. Las iniciales TMH corresponden a las palabras Tareas Matemáticas en el Hogar.

El marco conceptual expuesto en este apartado se tomó como base para el análisis de las creencias de padres e hijos acerca de la implicación en las TMH.

Método y desarrollo conceptual

La presente investigación es de carácter cualitativo y adoptó la modalidad de estudio instrumental de casos. La elección de los casos se realizó en función de su potencial explicativo del fenómeno de interés, siguiendo la propuesta de Gundermann (2013). Es decir, se eligieron casos delimitados con base en características socioculturales específicas, para garantizar que cada caso fuera pertinente para los objetivos del estudio. En concreto, se seleccionaron tres diadas madre-hijo de nivel socioeconómico medio, con distintos niveles de desempeño matemático (bajo, medio y alto). Los estudiantes de 12 años cursaban el primer grado de secundaria en diferentes escuelas de la ciudad de Puebla, México. Eventualmente, las madres participaron en el estudio por ser quienes se involucraban activamente en las tareas matemáticas en casa. Además, habían asumido el rol de amas de casa desde antes del ingreso de sus hijos a la educación formal. Dos de las madres tenían 38 años y la tercera, 48 años.

Se diseñaron dos protocolos de entrevista, uno para cada miembro de la diada. Cada protocolo incluyó una sección de cuestionario estructurado y una sección de entrevista informal. Con respecto a la elaboración de los cuestionarios, estos fueron conformados por trece preguntas inspiradas en indicadores de las tres dimensiones de las creencias señaladas por los autores de este estudio. Estos indicadores se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2

Dimensiones e indicadores de las creencias sobre la implicación parental en las tareas matemáticas en el hogar

Dimensiones	Indicadores
Expectativa de las TMH	Reconoce expectativas sobre la capacidad de realizar las TMH de forma exitosa.
	Reconoce el valor de las TMH (significado instrumental)
	Expresa el nivel de exigencia sobre los deberes de Matemáticas en casa
	Identifica el grado de compromiso invertido
Percepción de las TMH	Reconoce la frecuencia de participación
	Identifica dificultades a través de las TMH
	Identifica estrés durante los deberes de Matemáticas en casa
	Reconoce la eficacia en la implicación parental
	Identifica el favorecimiento a la autonomía en las TMH
Opinión de las TMH	Reconoce su papel en la motivación sobre las TMH
	Expresa alguna opinión sobre el rol del docente durante la pandemia por COVID 19
	Expresa alguna opinión sobre los recursos y materiales durante esta etapa
	Expresa alguna opinión sobre la propia participación en dicho periodo de contingencia

La sección de entrevista constituyó un espacio de reflexión y profundización en torno a las respuestas dadas por los miembros de las diadas en los cuestionarios. Durante este proceso, el entrevistador leyó en voz alta las preguntas del cuestionario junto con las respuestas previamente registradas, y luego formuló preguntas abiertas orientadas a explorar con mayor profundidad dichas respuestas. Previo al desarrollo de los protocolos de entrevista, se obtuvo la autorización correspondiente para el tratamiento confidencial de los datos, en cumplimiento con los principios éticos de la investigación.

La validez de contenido de los cuestionarios se aseguró mediante criterio de dos jueces expertos en Educación Matemática y una prueba piloto del cuestionario con padres e hijos distintos de los participantes del estudio. Los autores de esta investigación se basaron en los resultados preliminares para mejorar el diseño, la claridad, la coherencia y la relevancia de las preguntas. Se analizaron los datos registrados en los protocolos de entrevista mediante el análisis de contenido cualitativo y con base en categorías deductivas.

Resultados

Se presentan los resultados más relevantes para cada categoría deductiva.

Categoría deductiva de análisis: Expectativas de las TMH

Independientemente del nivel de desempeño matemático de los estudiantes, se encontró que las madres y sus hijos tienen altas expectativas de éxito y de exigencia en las TMH. Sin embargo, el compromiso que los padres invierten fue reportado en menor proporción. Únicamente el estudiante de alto desempeño expresó un alto sentido de compromiso de su mamá con las TMH. Lo cual indica una correspondencia entre la expectativa de éxito, la exigencia y el compromiso en la implicación parental en esta diada. Con relación al valor de las TMH, las tres diadas coincidieron en reconocer que estas tareas contribuyen a promover y mejorar el rendimiento en Matemáticas de los estudiantes. Por lo tanto, es una expectativa compartida de

forma general respecto a su valor, es decir, su utilidad para alcanzar metas y aspiraciones académicas.

Categoría deductiva de análisis: Percepción de las TMH

Se observó una concordancia de las diadas en la percepción sobre la frecuencia en la realización de las TMH. Este resultado pone de manifiesto que las TMH son percibidas por padres e hijos como una actividad cotidiana en los hogares de los participantes. Además se pudo identificar que las madres conocen bien el tiempo que sus hijos emplean. Estos resultados revelan un seguimiento activo de los hábitos de las tareas por parte de las madres en el hogar. Otro resultado fue la variación significativa del tiempo que los estudiantes dedican a las TMH. Los estudiantes de bajo y mediano desempeño matemático destinan entre 10 y 30 minutos, mientras que el estudiante de alto rendimiento utiliza el doble o incluso más del doble de tiempo para realizarlas. Lo anterior sugiere que el tiempo dedicado a las TMH podría impactar en el rendimiento en Matemáticas.

La percepción de los padres acerca de las dificultades de los estudiantes en las TMH no fue constante entre las diadas. El resultado más sobresaliente fue el desacuerdo en las respuestas entre la diada de bajo desempeño. La madre sobrevaloró su intervención, mientras que el estudiante manifestó no percibir apoyo por parte de ella ante sus dificultades. En cambio, recurre a internet, redes sociales, el tiempo libre en clase y al profesor como principales recursos para realizar las tareas de Matemáticas. Solo acude a su madre o al docente para mostrar que ha cumplido.

Con relación a la percepción de estrés en la implicación parental, los resultados no arrojaron hallazgos significativos, ya que las diadas reportaron un nivel moderado de estrés. Por otro lado, la percepción de eficacia parental fue, en general, más alta desde la perspectiva de los padres en comparación con la de los estudiantes. Esto podría indicar que las percepciones de los estudiantes están vinculadas a expectativas más elevadas respecto a la implicación de sus padres; es decir, los estudiantes esperan de ellos otras cualidades o formas de apoyo que consideren más eficaces. Finalmente, las expectativas de padres e hijos respecto al impulso a la autonomía y la motivación no evidenciaron diferencias significativas, lo que sugiere una percepción compartida de las TMH como un contexto que favorece el desarrollo de la autonomía y requiere de motivación.

Categoría deductiva de análisis: Opiniones sobre las TMH

Se exploraron las opiniones de padres e hijos respecto a tres elementos, la participación del docente, los recursos y materiales, así como la propia participación de los padres en el contexto de la pandemia por COVID 19.

En general, las opiniones sobre la labor de los docentes para continuar el aprendizaje de Matemáticas en casa fueron positivas, en el sentido de que los profesores aconsejaban a los padres, hacían recomendaciones y se mantuvieron en constante comunicación con padres e hijos. También opinaron que la interacción presencial es preferible a la comunicación remota o virtual. Sobre el empleo de los materiales y recursos, padres e hijos opinaron que el uso de internet y

redes sociales es un recurso necesario para entender el tema o los ejercicios que se abordan en las TMH. Únicamente se identificaron opiniones sobre los libros de texto, las explicaciones del docente y de los padres como recursos de aprendizaje en las diadas de mediano y alto desempeño.

En cuanto a la implicación de los propios padres, la opinión compartida entre las madres fue que siempre estuvieron dispuestas a ayudar a sus hijos. No obstante, también manifestaron inseguridad frente a las TMH, lo cual incrementaba su nivel de estrés. Por su parte, la opinión predominante entre los estudiantes es que la implicación de sus padres fue regular, ya que no confiaban totalmente en la capacidad de sus madres para ayudarlos, con excepción del estudiante de alto desempeño. Estos resultados ponen de manifiesto la importancia de aprovechar la disposición de los padres como punto de partida para fortalecer su autoeficacia y, con ello, mejorar su implicación en las TMH.

Conclusión

En este trabajo se exploraron las creencias de padres e hijos sobre la implicación parental en el apoyo a las tareas de Matemáticas en el hogar, con base en tres dimensiones.

El análisis presentado aquí indica que las expectativas, percepciones y opiniones de padres y estudiantes sobre la implicación parental, constituyen diferentes dimensiones que, en conjunto muestran un acercamiento más preciso sobre dichas creencias. Como se sostiene en la literatura, conocer el sistema de creencias significa explorar el contexto en el cual se generan, por lo que se requiere de un enfoque integral como el propuesto en este trabajo.

En suma, los hallazgos mostraron una alineación de las creencias entre padres e hijos acerca de las expectativas de éxito, de exigencia y valor de las TMH, que aunada al compromiso de los padres, pueden potenciar el rendimiento en Matemáticas de los hijos. Además fue constante la percepción sobre el tiempo que los hijos dedican a las TMH, y que las TMH son un contexto que favorece el desarrollo de la autonomía y un espacio para promover la motivación de los estudiantes. Así también, en las diadas es generalizada la opinión de que los padres muestran disposición para ayudar a sus hijos, sin embargo los estudiantes suelen requerir otras características del apoyo parental que consideran más eficaces.

Finalmente, fomentar la autoeficacia parental y alinear expectativas entre padres e hijos puede fortalecer creencias positivas hacia las Matemáticas y mejorar la implicación en las TMH, contribuyendo así a un mejor desempeño en Matemáticas y compromiso académico desde el hogar. Por su parte, los docentes pueden beneficiarse de reconocer la importancia de las creencias y percepciones de los padres sobre las TMH y de trabajar en conjunto con ellos para crear un ambiente más colaborativo y eficiente, tanto en la escuela como en casa.

Referencias y bibliografía

- Abaszadeh, H., Amani, M., & Pordanjani, T. R. (2024). The relationship between motivational-cognitive variables, academic self-efficacy of students mediated by parent's educational expectations, parent-child interaction, and teacher-student interaction. *Learning and Motivation*, 86(5), 13–27. <https://doi.org/10.1016/j.lmot.2024.101983>

- Betts, A., Son, J. W., & Bang, H. J. (2023). Learning to Parent Mathematically: Critical Factors in Parent-Child Math Engagement. In T. Lamberg, & D. Moss (Eds.), *Proceedings of the forty-fifth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 455-464). University of Nevada, Reno.
- Darragh, L., & Franke, N. (2022). Lessons from lockdown: Parent perspectives on home-learning mathematics during COVID-19 lockdown. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20(7), 1521-1542. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10222-w>
- del Río, M. F., Susperreguy, M. I., Strasser, K., Cvencek, D., Iturra, C., Gallardo, I., & Meltzoff, A. N. (2021). Early sources of children's math achievement in Chile: The role of parental beliefs and feelings about math. *Early Education and Development*, 32(5), 637-652. <https://doi.org/10.1080/10409289.2020.1799617>
- Deringöl, Y. (2019). Parents' expectation of mathematics education and their engagement in education and homework habits of children. *Acta Educationis Generalis*, 9(3), 16-40. <https://doi.org/10.2478/atd-2019-0012>
- Elliott, L., Bachman, H. J., & Henry, D. A. (2020). Why and how parents promote math learning with their young children: A mixed-methods investigation. *Parenting*, 20(2), 108-140. <https://doi.org/10.1080/15295192.2019.1694830>
- Erdogan, F., Kirmizigul, H. G., & Gokhan, A. (2021). Investigation of Parents' Views about Middle School Math Homework. *International Online Journal of Educational Sciences*, 13(1), 1-17. <https://doi.org/10.15345/iojes.2021.01.008>
- García-González, M. D., Cortés-Ortega, J. y Rodríguez Vásquez, F. M. (2020). Aprender Matemáticas es resolver problemas: Creencias de estudiantes de bachillerato acerca de las Matemáticas. *Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 11(1), 1-17. <https://doi.org/10.33010/ierierediech.v11i0.726>
- Gilead, M., Sela, M., & Maril, A. (2019). That's my truth: Evidence for involuntary opinion confirmation. *Social Psychological and Personality Science*, 10(3), 393-401. <https://doi.org/10.1177/1948550618762>
- Gómez-Chacón, I. M. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea.
- Gómez-Chacón, I. M., Op't Eynde, P., & De Corte, E. (2006). Creencias de los estudiantes de matemáticas. La influencia del contexto de clase. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 24(3), 309-324.
- Grootenboer, P. & Marshman, M. (2016). *Mathematics, Affect and Learning: Middle School Students' Beliefs and Attitudes About Mathematics Education*. Springer.
- Gundermann, H. (2013). El método de los estudios de caso, En M. L. Tarrés, (Coord.), *Observar, escuchar y comprender. Sobre la tradición cualitativa en la investigación social* (1ª ed., pp. 231-264). El Colegio de México: Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales.
- Guzmán, B., Rodríguez, C., & Ferreira, R. A. (2023). Effect of parents' mathematics anxiety and home numeracy activities on young children's math performance-anxiety relationship. *Contemporary Educational Psychology*, 72, 102140. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2022.102140>
- McDonough, A., & Sullivan, P. (2014). Seeking insights into young children's beliefs about mathematics and learning. *Educational Studies in Mathematics*, [doi:10.1007/s16049-014-9565-z](https://doi.org/10.1007/s16049-014-9565-z).
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics, teaching and learning* (pp. 575-596). Macmillan.
- Op 't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2002). Framing students' mathematics-related beliefs: A quest for conceptual clarity and a comprehensive categorization. In G.C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 13-37). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Xu, J., Wang, C., & Du, J. (2020). Investigating factors that influence math homework expectancy: A multilevel approach. *Sustainability*, 12(16), 6586. <https://doi.org/10.3390/su12166586>



Criptodisco: Possibilidades para a aprendizagem matemática no contexto da inclusão

Lucas Linke **Nunes**
Universidade Franciscana
Brasil

lucas.linke@ufn.edu.br

Beatriz Horst **Figueira**
Universidade Franciscana
Brasil

b.horst@ufn.edu.br

Laura Tiemme de **Castro**
Universidade Franciscana
laucaastro@gmail.com

Silvia Maria de Aguiar **Isaia**
Universidade Franciscana
Brasil
sisiaia@ufn.edu.br

Resumo

Esta comunicação tem como objetivo discutir as contribuições que o criptodisco possui para a aprendizagem matemática no contexto da inclusão. Tal estudo caracteriza-se como qualitativo sendo que o mesmo foi desenvolvido com uma aluna com diagnóstico de Paralisia Cerebral. Para a coleta de dados utilizou-se os registros da aluna e a análise deu-se na perspectiva das pesquisas descritiva e interpretativa. Os resultados do estudo indicam que o criptodisco teve um papel importante no processo de escrita da aula, uma vez que ela conseguiu estabelecer uma relação entre os números e as letras a partir desse material manipulável.

Palavras-chave: Criptodisco; Educação Especial; Ensino de Matemática; Inclusão; Material manipulável.

Introdução

Um dos princípios que norteia a Base Nacional Curricular Comum – BNCC é a equidade. Tal princípio requer o compromisso de toda a comunidade escolar com os alunos com deficiência, reconhecendo a necessidade de ações pedagógicas inclusivas e de adaptação curricular, conforme a legislação nacional vigente (Brasil, 2018).

Um dos grandes desafios que se apresenta no contexto escolar é a adaptação ou a criação de métodos e recursos que possam atender aos mais distintos públicos, de modo a garantir que todos tenham a oportunidade de aprender. Diante deste cenário acreditamos que o criptodisco pode desempenhar um papel importante na aprendizagem da Matemática no contexto da inclusão.

O criptodisco é um material manipuláveis que permite o trabalho com a criptografia. Para Singh (2014) o objetivo principal da criptografia não é ocultar a existência da mensagem, mas ocultar o seu significado, num processo no qual chamamos de encriptação. Assim, para tornar a mensagem incompreensível em um primeiro momento, o texto é mistura de acordo com um protocolo específico, conhecido previamente pelo transmissor e pelo receptor.

No entanto a criptografia, quando aplicada ao contexto escolar, pode favorecer a aprendizagem da Matemática pois desenvolver uma série de habilidades, entre elas uma das mais fundamentais para a compreensão das distintas áreas do conhecimento: o raciocínio lógico. Defendemos que este recurso pode ser um importante aliado para o trabalho com os alunos em processo de inclusão escolar.

Nossa preocupação com estes alunos justifica-se a medida em que a inclusão necessita de uma atenção adequada, que perpassa pela necessidade de materiais, sala de recursos e equipes especializadas (Fernandes & Healy, 2007). Neste sentido, esta comunicação tem como objetivo discutir as contribuições que o criptodisco possui para a aprendizagem matemática no contexto da inclusão.

Referencial teórico

Partimos da ideia de que a educação é um direito de todos, independentemente de suas condições físicas, emocionais, intelectuais ou sociais. Com isso queremos dizer que a escola, nas suas mais diversas esferas, precisar garantir as condições mínimas necessárias para que isso ocorra.

A Base Nacional Curricular Comum – BNCC, traz como uma das competências gerais para a Educação Básica, a necessidade de exercitar a empatia, a resolução de conflitos e a cooperação, “fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza” (Brasil, 2018, p. 10). O documento saliente que cada as mais distintas disciplinas que compõe o currículo da Educação Básica, ações que promovam o desenvolvimento desta competência.

Embora esta não seja uma temática recente, nos últimos anos as discussões sobre os processos de inclusão no ambiente escolar têm ganhado força. A preocupação com a proposta de uma educação inclusiva pauta-se no fundamento do respeito à diversidade e a participação desses indivíduos na vida social juntamente com os demais colegas (Rosa; Papi, 2017). Essas propostas devem caminhar na direção de pensarmos em ações de ensino que possam ser desenvolvidas por todos os alunos (com suas devidas adaptações) para que de fato o aluno se sinta incluído no processo de escolarização.

Desde modo, entendemos que o criptodisco pode ser um recurso valioso para potencializar a aprendizagem de todos alunos, uma vez que a inclusão implica uma nova compreensão do processo educacional, já que uma educação inclusiva não atinge apenas alunos com deficiência, mas também o que apresentam alguma dificuldade de aprendizagem (Mantoan, 2003).

Este material manipulável permite o trabalho com a critografia de forma concreta. Segundo Nunes et al (2023) a critografia é a ciência que oculta as informações, sendo que a sua decodificação ou decifração é a quebra da ocultação da informação. “Quando não se conhece o método utilizado na ocultação da informação, é necessário quebrar o sistema a partir da Criptoanálise, descobrindo o segredo que ocultou a mensagem” (Nunes et al, 2023, p. 510).

Assim a utilização de recursos didáticos apropriados, são fundamentais ao pensarmos nas aulas de Matemática, uma vez que a inclusão ocorre quando um aluno tem a oportunidade de ser tratado como os demais colegas, participando e se envolvendo em situação de ensino em que ele tenha as mesmas condições dos colegas para aprender (Manrique; Ferreira, 2010).

Metodologia

Este estudo é de caráter qualitativo uma vez que ela tem o foco nas ciências sociais, investigando em uma realidade que não pode ser quantificada, ou seja, nessa investigação procuramos compreender o universo dos significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes dos sujeitos diante do objetivo a ser investigado (Minayo, 1994).

A atividade foi realizada com uma aluna com paralisia cerebral, sendo que esta aluna é considerada não verbal, e utiliza comunicação alternativa, especialmente para o sim (estalo de língua) e para o não (balança a cabeça e grunhe). No parecer encaminhado pela Educação Especial está descrito que ela possui hiperfoco na escrita, e por tanto, uma sugestão estava em atividade que envolvessem a escrita de frases e pequenos textos (faz com auxílio), quebra cabeça, pareamento de palavras e figuras, construções com uso de recursos manuais como maquetes, desenhos e encaixes.

A partir dessa orientação consideramos que o CriptoDisco seria um bom recurso para se trabalhar aspectos da Matemática, pois ele permite a associação das letras (aspecto mais desenvolvido na aluna) com os números (aspectos que gostaríamos de desenvolver com a atividade). A figura 1 apresenta o recurso manipuláveis utilizado nesta atividade.



Figura 1. CripDisco utilizado na atividade.

Para coleta de dados utilizamos as anotações realizadas pela aluna e um diário de bordo dos pesquisadores. A análise deu-se utilizando os princípios da pesquisa descritiva (Triviños, 1978) e explicativa (Gil, 2007).

Resultados e discussões

A partir da aplicação da atividade é possível fazer algumas considerações que julgamos serem pertinentes para pensarmos os processos de inclusão na sala de aula de Matemática. A Figura 2 apresenta o momento em que a atividade estava sendo realizada pela aluna participante desse estudo.

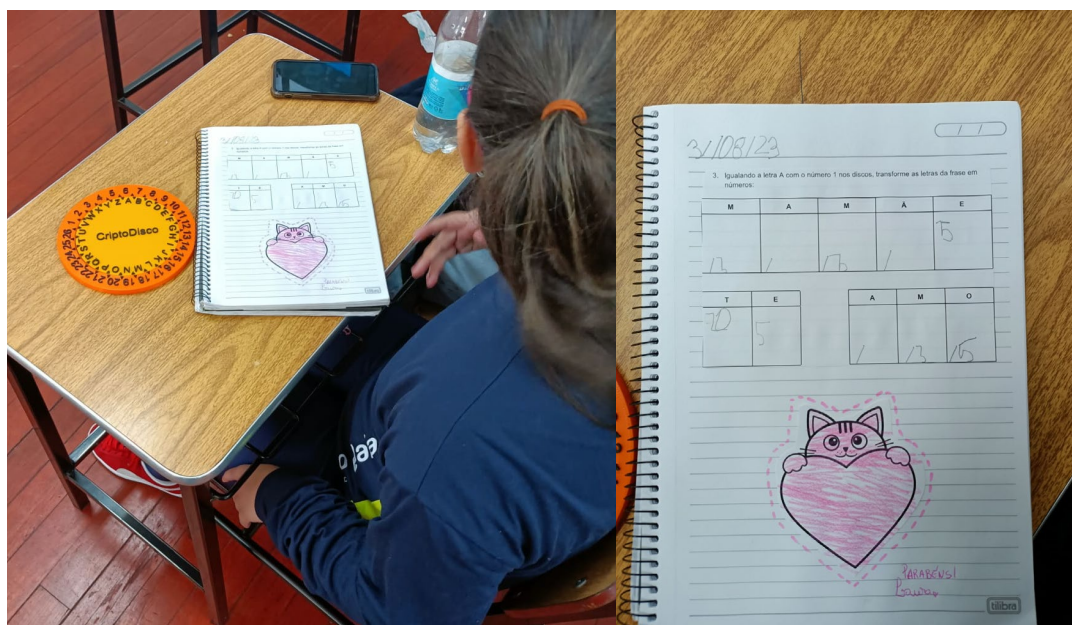


Figura 2. Resolução apresentada pela sujeita participante do estudo.

Como é possível ver pela imagem, na atividade, buscamos associar os números com as letras, já que a aluna tem hiperfoco na escrita e gostaríamos de desenvolvermos aspectos relacionados a Matemática. Inicialmente a aluna ficou curioso sobre o material apresentando, manipulando-o sem um objetivo específico. A professora que acompanhava a atividade permitiu que ela explorasse o material livremente.

A exploração do material concreto é importante, pois através deste o aluno pode desenvolver diferentes habilidades que auxiliam na compreensão dos conceitos. Lorenzato (2006) pontua que é muito difícil para qualquer ser humano caracterizar um objeto sem nunca ter visto, tocado ou utilizado este objeto. Desde modo, “materializar” os conceitos que queremos que nossos alunos aprendam é fundamental para o processo de abstração dos mesmos.

Após a exploração inicial do material a professora auxiliou na leitura da atividade e explicou o modo como o CriptoDisco poderia ser utilizado para realizar a tarefa solicitada. Nesse momento, destacamos a importância que o professor tem no encaminhamento das ações planejadas, uma vez que nesse contexto o professor terá que explicar a atividades diversas vezes e procurar formas distintas para ajudar no processo de compreensão do que está sendo solicitado.

Nesse cenário o professor assume o papel de mediador do processo de aprendizagem, uma vez que ele estabelece uma relação com o aluno, que tem como base a colaboração entre eles. Tal relação é caracterizada pela autenticidade, segurança e pelo respeito ao ritmo de desenvolvimento das atividades (Ghedin, 2009).

Além disso, Lorenzato (2006) chama atenção que a realização de atividade manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem, para que ela efetivamente ocorra, se faz necessário que aluno realize uma atividade mental. Isso reforça novamente o papel do professor ao organizar o ensino e escolher os materiais que irá utilizar, uma vez que o ensino precisa ser organizado, sistemático e intencional.

Embora a aluna tenha conseguido estabelecer as relações corretamente e compreender a lógica do CriptoDisco, ela demonstrou grandes dificuldades na escrita das letras, o que novamente fez com que a professora interferisse e incentivasse de modo que ela se sentisse motivada a concluir a atividade proposta. O fato da aluna conseguir utilizar o material manipulável e ter compreendido a lógica presente no material, para nós, significa um grande avanço, e abre novas possibilidades de atividades, onde possamos relacionar a Matemática com outros contextos.

Considerações finais

Nesta comunicação tivemos como objetivo discutir as contribuições que o criptodisco possui para a aprendizagem matemática no contexto da inclusão. Sobre este estudo podemos pontuar dois aspectos que sintetizam os principais pontos percebidos.

O primeiro ponto diz respeito ao fato de que o uso de materiais manipuláveis no contexto da inclusão é fundamental para ajudar o aluno no processo de materialização do conceito, uma vez que, dificilmente teremos a representação mental de algo que não conhecemos. O

CriptoDisco, se mostrou fundamental para que a aluno estabelecesse uma relação entre o processo de escrita com os números.

O segundo aspecto observado na aplicação dessa atividade é o papel que o professor desempenha nos processos de ensino e aprendizagem para aluno com deficiência, uma vez que se exige que o professor assuma um papel de mediador do processo de resolução das atividades propostas. No entanto, as trajetórias formativas desses sujeitos, por vezes, não contribui para a compreensão e atuação neste contexto específico.

Por fim, sublinhamos que este estudo busca causar reflexões sobre o ensino da Matemática no contexto da inclusão, pois reconhecemos que tal ação não é fácil e precisa ser constantemente repensada para que possamos efetivamente contribuir com o desenvolvimento de todos os alunos, nos mais distintos contextos.

Referências e bibliografia

- Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base nacional comum curricular*. Ministério da Educação.
- Fernandes, S. H. A. A., & Healy, L. (2007). Ensaio sobre a inclusão da educação matemática. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 10, 59-76.
- Ghedin, E. (2009). *Ensino de filosofia no ensino médio* (2ª ed., pp. 93–132). Cortez.
- Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social* (6ª ed.). São Paulo: Atlas.
- Lorenzato, S. A. (2006). Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In S. Lorenzato (Org.), *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. Autores Associados.
- Manrique, A. L., & Ferreira, G. L. (2010). Mediadores e mediação: Inclusão em aulas de matemática. *Revista Contrapontos*, 10(1), 7-13.
- Mantoan, M. T. E. (2011). Diferenciar para incluir: A educação especial na perspectiva da educação inclusiva. Diversa: Educação inclusiva na prática. Recuperado de <https://diversa.org.br/artigos/diferenciar-para-incluir-a-educacao-especial-na-perspectiva-da-educacao-inclusiva/>
- Minayo, M. C. S. (1994). Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. In S. F. Deslandes, O. C. Gomes, R. Neto, & M. C. S. Minayo (Orgs.), *Pesquisa social: Teoria, método e criatividade* (pp. 9-27). Vozes.
- Nunes, L. L., Horst, B., Hemann, L. V., Mathias, C. V., & Bemme, L. S. B. (2023). Criptodisco: Um material interativo para o auxílio do ensino do pensamento lógico-matemático. In *VIII Escola de Inverno de Educação Matemática, V Encontro Nacional PIBID Matemática e I Encontro Nacional Residência Pedagógica Matemática* (p. 507-520). Santa Maria.
- Rosa, K. B., & Papi, S. de O. G. (2017). Os professores e os desafios da inclusão de alunos com deficiência no ensino comum. Em *Formação de professores: contextos, sentidos e práticas*. Paraná.
- Singh, S. (2014). *O livro dos códigos: A ciência do sigilo - do antigo Egito à criptografia quântica* (10ª ed.). Record.
- Trivinos, A. W. S. (1987). *Introdução à pesquisa em ciências sociais*. São Paulo: Atlas.



El diálogo heurístico y su rol en la elaboración y comunicación de conjeturas

Luis **Torres**

Universidad de Puerto Rico

Puerto Rico

luis.torres78@upr.edu

Omar **Hernández**

Universidad de Puerto Rico

Puerto Rico

omar.hernandez4@upr.edu

Resumen

La Matemática es una disciplina de descubrimiento y comunicación. Además, ocurre como un proceso social donde la discusión y el debate facilitan la construcción del conocimiento. Esta ponencia explora cómo el diálogo heurístico, una estrategia de enseñanza basada en la exploración y el cuestionamiento, contribuye a la comunicación matemática, especialmente en la formulación de conjeturas en la enseñanza de la geometría. Se aborda el papel del docente en la mediación de este diálogo, fomentando la formulación de conjeturas, su validación mediante el análisis crítico y la comunicación efectiva entre estudiantes. A través del uso de preguntas estratégicas y ambientes colaborativos, se evidencia que el diálogo heurístico fortalece la capacidad argumentativa de los estudiantes y mejora la calidad de sus razonamientos matemáticos. Finalmente, se presentan ejemplos de su aplicación en la enseñanza de la geometría y la geometría analítica.

s

Palabras clave: Argumentación Matemática; Comunicación Matemática; Conjeturas; Diálogo Heurístico; Enseñanza de la Geometría; Geometría Dinámica; Pensamiento Crítico.

Introducción

Las Matemáticas van más allá de ser un conjunto de procedimientos y algoritmos. Son una disciplina de descubrimiento y comunicación; un proceso social en el que la discusión y el

debate facilitan la construcción del conocimiento (Freudenthal, 1981). La capacidad de formular, validar y comunicar conjeturas es fundamental en el aprendizaje matemático. En el estudio de Iacono (2021), se desarrollan e implementan actividades a través de sistemas de geometría dinámica que fomentan la formulación y prueba de conjeturas. En este contexto, se observa cómo los estudiantes, al trabajar en actividades de construcción geométrica en ambientes de colaboración digital (i.e. Geogebra), logran identificar y corregir sus propios errores a través de la discusión y el intercambio de ideas. Este ambiente digital permitió a los estudiantes formular y refinar conjeturas sobre figuras geométricas, como identificar propiedades de paralelogramos y trapezoides, mediante la colaboración y el uso de herramientas digitales específicas (dello Iacono, 2021). En este ensayo, se explora cómo el diálogo heurístico, una estrategia de enseñanza basada en la exploración y el cuestionamiento, contribuye a la comunicación matemática, centrándose en la formulación de conjeturas en la enseñanza de la geometría.

Fundamentos Teóricos

Comunicación Matemática

La comunicación en Matemáticas requiere el intercambio de ideas y conceptos de manera clara y precisa que permita que los estudiantes expliquen sus razonamientos y reciban retroalimentación constructiva (Ball & Bass, 2003). En este sentido, el diálogo entre el docente y los estudiantes juega un papel crucial en la enseñanza matemática permitiendo que los estudiantes expliquen sus razonamientos y reciban retroalimentación constructiva, tanto del docente como de sus compañeros. Este proceso involucra una interacción activa en la que los estudiantes no solo presentan sus propios argumentos, sino que también comparan sus ideas con las de los demás, refinando y ajustando sus razonamientos a través de la discusión. Este carácter inherentemente social del proceso es fundamental para una comprensión profunda de las Matemáticas (Freudenthal, 1981). En un entorno colaborativo y digital, los estudiantes pueden compartir sus hipótesis y recibir comentarios detallados de sus compañeros, lo que les ayuda a reconocer errores y a mejorar la precisión de sus argumentos matemáticos (dello Iacono, 2021). Este intercambio no solo fortalece la comprensión matemática, sino que promueve un espacio para el desarrollo de destrezas fundamentales como la comunicación y la argumentación para un aprendizaje profundo de las Matemáticas.

El Diálogo Heurístico

En 1945, el matemático George Polya introdujo la idea del diálogo heurístico, un método de enseñanza en el que el docente guía a los estudiantes en el descubrimiento matemático mediante preguntas estratégicas y planificadas (Polya, 1945). Esta estrategia fomenta que los estudiantes exploren y construyan soluciones a través de preguntas como “¿qué pasaría si...?” o “¿cómo podrías verificar esa idea?”. Este proceso les permite analizar los componentes de un problema y decidir sobre posibles caminos a seguir, promoviendo un ambiente en el que el error se convierte en una oportunidad para revisar y ajustar su razonamiento.

Por ejemplo, en una actividad de geometría en la que los estudiantes deben demostrar que las diagonales de un paralelogramo se bisecan mutuamente, el docente podría comenzar preguntando: “¿Qué sabemos sobre las propiedades de los lados opuestos en un paralelogramo?”

Esta pregunta inicial estimula a los estudiantes a recordar que los lados opuestos son paralelos y congruentes, lo cual es un primer paso importante. Luego, el docente podría continuar: “¿Qué ocurriría si trazamos ambas diagonales? ¿Cómo podrían ayudarnos esas líneas adicionales a verificar la bisección?” Aquí, los estudiantes son guiados a dibujar y observar cómo las diagonales se cruzan, lo que los lleva a ver cómo se pueden formar triángulos congruentes.

En el caso de que los estudiantes lleguen a una conclusión incorrecta, el docente podría seguir con preguntas como: “¿Puedes probar que esos triángulos son congruentes? ¿Qué otros datos necesitarías para estar seguro?” Con estas preguntas, el diálogo heurístico se utiliza para promover un ambiente en el que el error se valora como parte del proceso de aprendizaje. Cada respuesta, correcta o no, sirve como un paso hacia el refinamiento de sus ideas y les provee una oportunidad para reconsiderar sus suposiciones.

Lakatos (1976) amplía esta idea al sostener que las conjeturas matemáticas se fortalecen y refinan mediante la crítica y la refutación. Así, el diálogo heurístico no solo facilita el descubrimiento, sino que convierte los errores en elementos esenciales para la validación de ideas, ya que cada intento fallido abre la puerta a un aprendizaje más profundo y a un ajuste de la estrategia hacia una solución más sólida. En este sentido, el diálogo heurístico va más allá de la simple búsqueda de respuestas correctas; crea un espacio donde el error y la incertidumbre son vistos como pasos naturales y necesarios en el proceso de construcción del conocimiento matemático, permitiendo a los estudiantes desarrollar una mentalidad de aprendizaje flexible y crítica.

Conjeturas en Matemáticas

Las conjeturas son hipótesis que surgen durante la exploración matemática y que requieren validación a través de pruebas o contraejemplos. Una conjetura es una suposición informada que invita a ser puesta a prueba. Según Van de Walle et al. (2010), la formulación de conjeturas es un proceso clave en el desarrollo del pensamiento matemático, pues implica observar patrones, hacer generalizaciones y justificar razonamientos. Este proceso es especialmente relevante en la enseñanza de la geometría, donde las propiedades visuales y espaciales permiten a los estudiantes plantear y refutar hipótesis de manera colaborativa y a través del diálogo.

En cuanto a la calidad de las conjeturas, no se trata tanto de que existan “buenas” o “malas”, sino de que algunas conjeturas pueden ser más sólidas o justificadas que otras de acuerdo a su capacidad para resistir pruebas y contraargumentos. Lakatos (1976) sugiere que una buena conjetura es aquella que puede ser mejorada y fortalecida a través de la crítica, el refinamiento, y la refutación de posibles errores. Así, en el diálogo heurístico, los estudiantes y el docente participan en un proceso de cuestionamiento mutuo, en el cual los estudiantes deben defender sus conjeturas mientras otros intentan encontrar contraejemplos o plantear dudas.

En la literatura, algunos criterios para evaluar las conjeturas incluyen su consistencia con axiomas y teoremas previos, a posibilidad de aplicar la conjetura en diferentes contextos o ejemplos y su capacidad explicativa (si permite a otros comprender y predecir propiedades matemáticas adicionales) (Schoenfeld, 1985). El docente, a través del diálogo heurístico, asegura que los estudiantes revisen estos aspectos preguntando, por ejemplo: “¿Puedes justificar esta

conjetura usando las propiedades conocidas?” o “¿Existe algún caso en el que esta conjetura no sea cierta?”. De esta forma, el diálogo no solo valida o invalida conjeturas, sino que refuerza la comprensión matemática y el rigor de los razonamientos al someterlos a un análisis crítico y colaborativo.

El Rol del Diálogo Heurístico en la Comunicación de Conjeturas

El diálogo heurístico desempeña un papel central en la formulación y comunicación de conjeturas. En un entorno educativo donde se fomenta el diálogo abierto, los estudiantes tienen la oportunidad de verbalizar sus hipótesis y recibir retroalimentación inmediata, lo que facilita la corrección de errores y la validación de ideas. Cobb y Bauersfeld (1995) destacan la importancia de crear un ambiente de colaboración, donde las preguntas abiertas estimulan la reflexión y la exploración conjunta de problemas matemáticos. Esta estrategia no solo favorece la construcción de conocimiento, sino que también promueve el desarrollo de habilidades de comunicación en el contexto matemático.

El uso de preguntas estratégicas es fundamental para guiar a los estudiantes en el proceso de conjetura. Según Clements (2003), las preguntas abiertas permiten a los estudiantes formular sus propias hipótesis, lo que fomenta un aprendizaje más profundo y significativo. Devlin (1998) enfatiza que la validación de una conjetura requiere una comunicación clara y efectiva, utilizando el lenguaje matemático adecuado para transmitir ideas complejas. Este proceso es crucial para la transición del pensamiento intuitivo al pensamiento formal (Tall y Vinner, 1981).

Diálogo Heurístico en la Geometría Dinámica

En la geometría dinámica, el diálogo heurístico se convierte en una herramienta poderosa para guiar a los estudiantes en la exploración activa de conceptos geométricos dentro de un entorno interactivo, como GeoGebra o Desmos. A diferencia de la geometría tradicional, donde las figuras y construcciones son estáticas, en la geometría dinámica los estudiantes pueden manipular puntos, líneas y figuras en tiempo real, observando de inmediato cómo estos cambios afectan propiedades y relaciones.

En este contexto, el docente puede utilizar el diálogo heurístico para invitar a los estudiantes a formular y poner a prueba conjeturas de manera dinámica. Preguntas como “¿qué sucede cuando mueves este punto a lo largo de la circunferencia?” o “¿cómo cambia la relación entre los lados del triángulo al ajustar este ángulo?” ayudan a los estudiantes a observar patrones emergentes y a desarrollar una comprensión intuitiva y visual de las propiedades geométricas.

Schoenfeld (1985) resalta que esta estrategia fomenta la autonomía en los estudiantes, ya que les permite experimentar y realizar modificaciones en sus construcciones según sus observaciones.

En la geometría dinámica, esta autonomía es crucial: los estudiantes pueden ajustar sus hipótesis de forma visual y verificarlas en un entorno interactivo, lo cual enriquece su capacidad para justificar conclusiones a partir de observaciones directas y experiencias manipulativas. De esta manera, el diálogo heurístico en la geometría dinámica no solo facilita el aprendizaje activo

y exploratorio, sino que también fortalece el razonamiento crítico y la habilidad para comunicar argumentos matemáticos fundamentados.

Evaluación de la Comunicación Matemática en el Diálogo Heurístico

La valoración del proceso de comunicación resulta clave para medir el impacto del diálogo heurístico en el aprendizaje matemático. Brown (2001) y Wiliam (2010) coinciden en sus trabajos de evaluación formativa en que los estudiantes deben reflexionar sobre su propio proceso de razonamiento, identificando fortalezas y posibles áreas de mejora en su expresión matemática. Según Wiliam (2010), la validez no reside en la herramienta empleada (transcripción, cuestionario o rúbrica), sino en la solidez del argumento constructual que establezca un vínculo entre lo observado (turnos de diálogo e interacciones) y el constructo heurístico que el alumno desea describir y evaluar.

En el ámbito de la geometría y la geometría analítica, una evaluación formativa bien diseñada puede orientar a los estudiantes hacia:

- El uso preciso del lenguaje matemático.
- La claridad en la exposición de sus conjeturas.
- La capacidad de ajustar hipótesis al encontrar contraejemplos o contradicciones.

De este modo, se favorece una reflexión justa y rigurosa sobre cómo los alumnos elaboran y comunican sus ideas matemáticas.

Conclusiones

El diálogo heurístico se presenta como una herramienta pedagógica poderosa para la enseñanza de la Matemática, especialmente en la formulación y validación de conjeturas geométricas. Esta estrategia no solo facilita la construcción de conocimiento, sino que también promueve habilidades comunicativas fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático. La incorporación del diálogo en la Educación Matemática, como sugieren Ernest (1998) y Polya (1945), representa un cambio necesario hacia un enfoque más comprensivo e inclusivo en la enseñanza de la Matemática.

Referencias y bibliografía

- Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Making Mathematics Reasonable in School. *Journal of Teacher Education*, 54(3), 197-206.
- Brown, M. (2001). *Evaluación en la educación matemática*. NCTM.
- Cobb, P., & Bauersfeld, H. (Eds.). (1995). *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Clements, D. H. (2003). *Learning and Teaching Geometry*. NCTM.
- Dello Iacono, U. (2021). From Argumentation to Proof in Geometry Within a Collaborative Computer-Based Environment. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 7(3), 395–426. <https://doi.org/10.1007/s40751-021-00090>
- Devlin, K. (1998). *The Language of Mathematics: Making the Invisible Visible*. W. H. Freeman.

- Ernest, P. (1998). *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*. SUNY Press.
- Freudenthal, H. (1981). Major Problems of Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 133-150.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge University Press.
- Polya, G. (1945). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University Press.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. Allyn & Bacon.
- Wiliam, D. (2010). Chapter 8: What counts as evidence of educational achievement? the role of constructs in the pursuit of equity in assessment. *Review of Research in Education*, 34(1), 254–284.
<https://doi.org/10.3102/0091732X09351544>



El efecto de los juegos tecnológicos y ejemplos realistas en el aprendizaje de las fracciones en los estudiantes de séptimo grado

Miguel Ángel **Delgado-Fernández**

Escuela de Estudios Graduados, Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán

Puerto Rico

miguel.delgado2773@gmail.com

Álvaro **Lecompte-Montes**

Departamento de Ciencias y Tecnología, Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán

Puerto Rico

alecompte@intersg.edu

Resumen

Este estudio tuvo como objetivo analizar el efecto de la gamificación y la Matemática realista en el aprendizaje de fracciones en estudiantes de séptimo grado. Se utilizó un diseño cuasiexperimental con enfoque cuantitativo, trabajando con una muestra de 21 estudiantes distribuidos en tres grupos: control, experimental A (gamificación con Kahoot) y experimental B (ejemplos realistas mediante módulo didáctico). Los resultados mostraron que el grupo que utilizó Kahoot obtuvo un rendimiento significativamente superior al grupo control, mientras que el grupo con ejemplos realistas mostró una mejora no significativa. Se concluye que la gamificación es una estrategia pedagógica eficaz en este contexto y se sugiere considerar su integración con enfoques contextualizados para potenciar el aprendizaje.

Palabras clave: Aprendizaje de fracciones; Educación Matemática; Enseñanza tradicional; Gamificación; Kahoot; Matemática realista.

Definición y Relevancia del Problema

El aprendizaje de las fracciones representa uno de los retos más persistentes en la Educación Matemática a nivel mundial. Aunque constituyen un concepto esencial para el desarrollo del pensamiento matemático, las fracciones continúan generando dificultades significativas tanto en estudiantes como en docentes. Esta problemática es particularmente evidente en el nivel intermedio, específicamente en los estudiantes de séptimo grado, quienes presentan obstáculos para comprender conceptos fundamentales como equivalencia, comparación y operaciones con fracciones.

En el contexto puertorriqueño, los resultados en pruebas estandarizadas, como las administradas por el Departamento de Educación de Puerto Rico (META-PR), revelan una deficiencia generalizada en el dominio de conceptos matemáticos básicos. El Departamento de Educación de Puerto Rico (2022) señala una tendencia a la baja en el rendimiento en Matemáticas, especialmente en temas que involucran números racionales. Este rezago es aún más preocupante si se comparan los resultados locales con los de otros países de América Latina, como lo destaca el informe del College Board (2017), el cual subraya las debilidades en el razonamiento matemático de los estudiantes puertorriqueños.

La importancia de superar estas deficiencias radica en que el dominio de las fracciones es fundamental para el aprendizaje de contenidos más complejos, como proporciones, porcentajes, álgebra y otros conceptos clave en las áreas STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y Matemáticas). Una comprensión inadecuada de estos temas puede limitar el desarrollo académico y profesional de los estudiantes, afectando su preparación para los desafíos del siglo XXI.

El objetivo principal de esta investigación es evaluar el efecto de los juegos tecnológicos y los ejemplos realistas en la mejora del aprendizaje de las fracciones en estudiantes de séptimo grado, comparando enfoques pedagógicos tradicionales con metodologías innovadoras basadas en la gamificación (usando herramientas como Kahoot) y la Matemática realista.

La contribución de este estudio se fundamenta en proponer alternativas didácticas contextualizadas que integran tecnología y situaciones del mundo real, con el fin de mejorar la motivación, el compromiso y el desempeño académico en el área de fracciones. A través de esta investigación, se busca enriquecer el debate pedagógico sobre la enseñanza de las fracciones y ofrecer recomendaciones prácticas que puedan ser implementadas por docentes en el contexto puertorriqueño.

Referencial teórico

El marco teórico de esta investigación se centra en dos teorías claves que respaldan los enfoques innovadores para la enseñanza de las fracciones: Gamificación y Matemática Realista. Ambas teorías promueven un aprendizaje activo, interactivo y contextualizado, y se alinean con el propósito de mejorar la comprensión de conceptos matemáticos complejos, como las fracciones, en los estudiantes de séptimo grado.

Gamificación en la educación

La gamificación es un enfoque pedagógico que utiliza los elementos del juego, como recompensas, competencias y reglas, en contextos educativos con el fin de aumentar la motivación, el compromiso y el rendimiento de los estudiantes (Deterding et al., 2011). Este concepto se basa en la idea de que los juegos, con su estructura dinámica y sus mecanismos de retroalimentación constante, pueden transformar el aprendizaje en una experiencia más atractiva y efectiva. Según Zichermann y Cunningham (2011), la gamificación puede facilitar la adquisición de conocimientos al crear un ambiente en el que los estudiantes se sientan motivados a participar, a resolver problemas y a aprender de manera activa. La investigación en el ámbito educativo ha demostrado que la gamificación mejora no solo la motivación de los estudiantes, sino también su rendimiento académico (Gómez, 2021).

En el caso de las fracciones, un concepto tradicionalmente difícil de entender, la gamificación a través de plataformas como Kahoot puede ofrecer una forma divertida y dinámica de presentar el material, lo que ayuda a los estudiantes a practicar de manera repetitiva y recibir retroalimentación instantánea, elementos que favorecen el aprendizaje (Gee, 2003). El uso de Kahoot, en particular, permite que los estudiantes interactúen con el contenido de manera más atractiva, al presentar preguntas en un formato de juego que fomenta la competencia sana y la participación activa. Esto puede aumentar la motivación intrínseca, lo que, según estudios, lleva a una mayor retención de la información y mejora la comprensión de los conceptos matemáticos (Deterding et al., 2011).

Matemática realista

La Matemática realista, desarrollada por el matemático y educador Hans Freudenthal, sostiene que la Matemática debe estar conectada con la vida real de los estudiantes. Freudenthal (1983) argumentó que, en lugar de enseñar Matemáticas como un sistema abstracto de reglas y fórmulas, los docentes deben presentar las Matemáticas como una actividad humana que está vinculada a situaciones y problemas reales. Según este enfoque, los estudiantes deben ser activos en el proceso de aprendizaje, construyendo su propio entendimiento a través de la resolución de problemas contextualizados.

En el caso de la enseñanza de las fracciones, la Matemática realista busca que los estudiantes comprendan las fracciones no solo como una abstracción matemática, sino como algo concreto, que cuantifica partes de un todo o unidades de partes más pequeñas en las fracciones impropias. Como tal es muy útil en situaciones cotidianas. Al incorporar ejemplos realistas, como dividir recursos, repartir alimentos o resolver problemas de proporciones, los estudiantes pueden ver la aplicabilidad de las fracciones en su vida diaria, lo que facilita la comprensión y hace que el aprendizaje sea más significativo (Pérez et al., 2016).

Este enfoque no solo mejora la comprensión de conceptos abstractos, sino que también fomenta el pensamiento crítico y la creatividad, ya que los estudiantes deben inventar soluciones a partir de situaciones contextualizadas. Freudenthal enfatiza que los estudiantes deben ser vistos como "matematizadores", es decir, individuos capaces de generar Matemáticas a partir de su entorno (Freudenthal, 1983). En este sentido, la Matemática realista apoya la idea de que los

estudiantes pueden comprender las fracciones a través de la contextualización de las mismas en problemas relevantes para su vida diaria.

Integración de la gamificación y la Matemática realista

La integración de la gamificación y la Matemática realista puede ofrecer un enfoque potente y dinámico para la enseñanza de las fracciones. Mientras que la gamificación motiva a los estudiantes a través de la competencia y la retroalimentación instantánea, la Matemática realista los conecta con el mundo real, permitiéndoles ver la utilidad práctica de los conceptos matemáticos. Esta combinación de enfoques permite que los estudiantes no solo se diviertan aprendiendo, sino que también adquieran una comprensión más profunda y aplicable de las fracciones.

Investigaciones previas han mostrado que la combinación de tecnologías lúdicas y ejemplos contextualizados en el aula puede mejorar el rendimiento académico de los estudiantes (Gee, 2003; Deterding et al., 2011). Por ejemplo, el uso de Kahoot para practicar conceptos de fracciones en un entorno competitivo y divertido, combinado con el análisis de situaciones del mundo real que requieren el uso de fracciones, puede potenciar la motivación y mejorar la comprensión conceptual de los estudiantes.

Método y Desarrollo Conceptual

Este estudio empleó un diseño de investigación cuasiexperimental con enfoque cuantitativo, con el propósito de evaluar el efecto de dos métodos alternativos para la enseñanza de las fracciones en estudiantes de séptimo grado. Se trabajó con tres grupos: un grupo control, que recibió enseñanza tradicional; un grupo experimental A, que utilizó juegos tecnológicos mediante la plataforma Kahoot; y un grupo experimental B, que trabajó con ejemplos realistas a través de un módulo didáctico diseñado para este fin.

Participantes

La muestra estuvo compuesta por 21 estudiantes de séptimo grado de la escuela Carmen L. Feliciano Carreras, en Río Grande, Puerto Rico. La asignación a los grupos fue no aleatoria, respondiendo a la estructura existente en los salones. Los grupos se distribuyeron de la siguiente manera:

- Grupo control: 11 estudiantes
- Grupo experimental A (gamificación - Kahoot): 4 estudiantes
- Grupo experimental B (ejemplos realistas): 6 estudiantes

El criterio de inclusión fue estar matriculado en séptimo grado en la escuela participante y contar con el consentimiento informado. No se establecieron criterios de exclusión.

Instrumentos

Para la evaluación del aprendizaje se utilizó una prueba de fracciones diseñada por los investigadores, que fue administrada como pre-prueba y pos-prueba. La validez de contenido del

instrumento fue asegurada mediante la revisión por tres expertos en enseñanza de Matemáticas del nivel intermedio. La confiabilidad fue determinada con el coeficiente Kuder-Richardson 20 (KR-20), obteniendo un valor de 0.92, lo cual indica una alta consistencia interna. Esta prueba de confiabilidad se aplicó en un grupo piloto de 15 estudiantes que no formaron parte de la muestra final.

Procedimiento

La intervención educativa se llevó a cabo durante dos semanas. Inicialmente, se aplicó la pre-prueba a los tres grupos para establecer su nivel base. Luego, se aplicaron las intervenciones pedagógicas según el grupo asignado:

- El grupo experimental A utilizó Kahoot para reforzar conceptos de fracciones en sesiones de 20 minutos.
- El grupo experimental B trabajó con ejemplos realistas contextualizados mediante un módulo didáctico diseñado para vincular las fracciones con situaciones del mundo real.
- El grupo control continuó con la instrucción regular sin intervención adicional.

Al finalizar el período de intervención, se administró la pos-prueba a todos los estudiantes.

Análisis de datos

Los datos obtenidos fueron procesados y analizados utilizando el software estadístico SPSS. Debido al tamaño reducido de la muestra y la no normalidad de los datos, se aplicaron pruebas no paramétricas. En específico, se utilizó la prueba de Kruskal-Wallis para comparar los resultados entre los tres grupos, seguida de comparaciones post-hoc (pruebas de Mann-Whitney con corrección de Bonferroni) para identificar diferencias significativas entre pares de grupos.

Resultados

El análisis se centró en comparar el rendimiento en las pruebas de fracciones entre los tres grupos de estudio: control, experimental A (gamificación con Kahoot) y experimental B (ejemplos realistas). Se utilizó la prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis, que mostró diferencias estadísticamente significativas entre los grupos ($p=0.027$). Solo el grupo que utilizó Kahoot obtuvo mejoras significativas respecto al grupo control.

Grupo Control

Mostró un incremento promedio de 2 puntos sobre 20 entre la pre-prueba y la posprueba. La mejora no fue estadísticamente significativa, lo que indica que la enseñanza tradicional no generó un cambio sustancial.

Grupo Experimental A (Kahoot)

Presentó un aumento promedio de 6 puntos sobre 20. Esta diferencia fue significativa ($p = 0.027$), indicando un efecto positivo del uso de gamificación. Estos resultados están alineados

con estudios previos (Gee, 2003; Zichermann & Cunningham, 2011), que destacan cómo la motivación intrínseca y la retroalimentación inmediata promueven un aprendizaje más eficaz.

Grupo Experimental B (Ejemplos Realistas)

Aunque hubo un incremento promedio de 3 puntos, la diferencia no fue significativa ($p = 0.087$). No obstante, los estudiantes manifestaron que los ejemplos eran relevantes, lo que sugiere que esta estrategia puede tener valor si se combina con elementos más interactivos.

Conclusiones

Este estudio confirma que la gamificación, mediante el uso de herramientas como Kahoot, tiene un impacto positivo en el aprendizaje de las fracciones en estudiantes de séptimo grado. Alineado con el marco teórico, los resultados demuestran que una enseñanza basada en experiencias lúdicas puede generar mayor motivación, participación y mejora académica.

En contraste, la Matemática realista, si bien ofrece una contextualización útil del contenido, no produjo resultados significativos por sí sola en este caso. Esto no niega su valor pedagógico, pero sugiere que la interactividad y la inmediatez del feedback, características propias de la gamificación, son elementos clave para mejorar la comprensión conceptual en temas complejos como las fracciones.

Aportes al conocimiento

Este estudio contribuye al campo educativo al proveer evidencia empírica comparativa sobre dos enfoques pedagógicos contemporáneos. Si bien existen múltiples trabajos sobre gamificación o Matemática realista por separado, este estudio permite observar sus efectos diferenciados en un mismo contexto escolar y sobre un mismo contenido. Además, valida el uso de Kahoot como herramienta efectiva en escuelas públicas de Puerto Rico, ofreciendo datos concretos que pueden ser considerados por docentes, directores escolares y responsables de política educativa.

Recomendaciones

- **Investigación futura:** Se recomienda explorar diseños híbridos que combinen la gamificación con situaciones contextualizadas, evaluando si dicha integración maximiza los beneficios de ambos enfoques.
- **Práctica docente:** Incorporar dinámicas interactivas como Kahoot puede aumentar el interés del estudiantado y facilitar la enseñanza de contenidos tradicionalmente difíciles.
- **Política pública:** El Departamento de Educación de Puerto Rico podría considerar la inclusión de estrategias gamificadas en los programas curriculares, como parte de una agenda de innovación pedagógica basada en evidencia.

Tablas

Tabla 1

Cambio Pos-Pre (Grupo Control)

Sujetos	Pre	Pos	Cambio (Pos-Pre)
Sujeto 1	9	11	2
Sujeto 2	7	9	2
Sujeto 3	8	10	2
Sujeto 4	11	12	1
Sujeto 5	5	8	3
Sujeto 6	8	10	2
Sujeto 7	2	7	5
Sujeto 8	8	9	1
Sujeto 9	5	8	3
Sujeto 10	11	12	1
Sujeto 11	8	10	2

Tabla 2

Cambio Pos-Pre (Grupo Experimental A: Kahoot)

Sujetos	Pre	Pos	Cambio (Pos-Pre)
Sujeto 1	2	15	13
Sujeto 2	4	15	11
Sujeto 3	2	14	12
Sujeto 4	1	11	10

Tabla 3

Cambio Pos-Pre (Grupo Experimental B: Módulo Didáctico)

Sujetos	Pre	Pos	Cambio (Pos-Pre)
Sujeto 1	8	8	0
Sujeto 2	6	10	4
Sujeto 3	4	9	5
Sujeto 4	5	9	4
Sujeto 5	5	14	9
Sujeto 6	7	10	3

Figuras

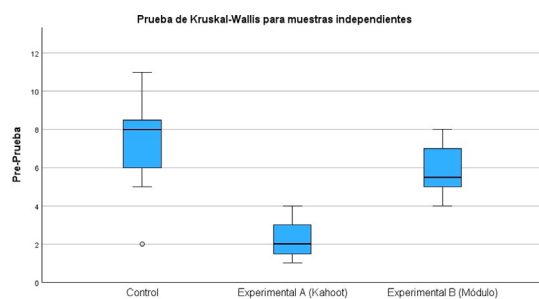


Figura 1. Resultados de Preprueba

Comunicación; Media inferior

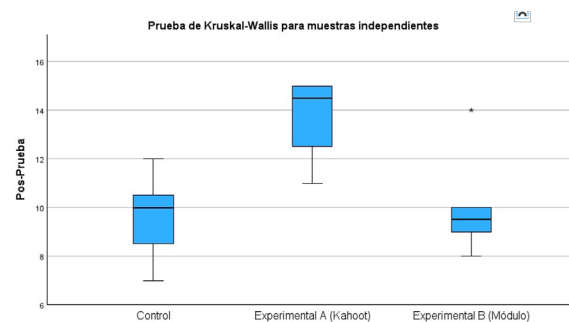


Figura 2. Resultados de Posprueba

IV CEMACYC, Santo Domingo,
República Dominicana, 2025.

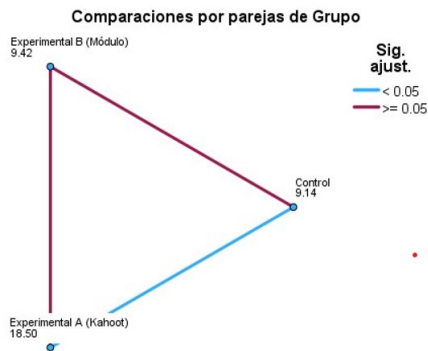


Figura 3. Comparaciones en ganancias parejas estadística de rango

Referencias y bibliografía

- Deterding, S., Khaled, R., Nacke, L., & Dixon, D. (2011). From game design elements to gamefulness: Defining “gamification.” *Proceedings of the 2011 annual conference extended abstracts on human factors in computing systems* (pp. 2425–2428).
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: D. Reidel.
- Gee, J. P. (2003). What video games have to teach us about learning and literacy. *Computers in Entertainment (CIE)*, 1(1), 20-20. <https://doi.org/10.1145/950566.950595>
- Gómez-Paladines, L. J., & Ávila-Mediavilla, C. M. (2021). Gamificación como estrategia de motivación en el proceso de enseñanza y aprendizaje. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía*, 6(3), 329–349. <https://doi.org/10.35381/r.k.v6i3.1316>
- Pérez, A., Vásquez N., Toledo, F., & Lagos, I. (2016). Educación Matemática Realista: Un enfoque para la apropiación de aprendizajes significativos sobre funciones en tercer año medio. *Universidad de Concepción, Campus Los Ángeles. XX Jornadas de Educación Matemática*.
- Zichermann, G., & Cunningham, C. (2011). *Gamification by design: Implementing game mechanics in web and mobile apps*. O'Reilly Media.



Epistemología y enseñanza del Cálculo diferencial: Un estudio de caso en la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia

Germán Cadavid-Arango

Universidad Tecnológica de Pereira
Colombia

gcadavid@utp.edu.co

Vivian Libeth Uzuriaga-López

Universidad Tecnológica de Pereira
Colombia

vuzuriaga@utp.edu.co

Resumen

La investigación indaga las creencias epistemológicas de tres docentes que imparten cálculo diferencial en la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia, utilizando cuestionarios, entrevistas y observaciones en el aula. Se encontró que los docentes que ven esta disciplina como compleja prefieren enfoques didácticos estructurados, buscando proporcionar un marco metodológico riguroso. En contraste, aquellos que enfatizan la aplicabilidad práctica optan por estrategias más adaptativas, conectando el contenido con escenarios reales para fomentar una comprensión integradora. A lo largo del estudio, se evidenció una coherencia entre las creencias manifestadas por los docentes y las metodologías implementadas en el aula, lo que resalta la alineación entre su visión didáctica de su práctica docente. Esta consistencia sugiere que las decisiones pedagógicas están fundamentadas en sus creencias epistemológicas, lo que puede tener un impacto en el aprendizaje de los estudiantes.

Palabras clave: Cálculo diferencial; Colombia; Creencias Epistemológicas; Creencias manifestadas; Enfoques didácticos; Metodologías implementadas en el aula.

Definición y relevancia del problema

La educación superior, especialmente en los programas de ingeniería y tecnología, enfrenta desafíos significativos en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias básicas, particularmente en Matemáticas. Los estudiantes presentan dificultades en su rendimiento académico debido a diversos factores: deficiencias en las bases académicas y conceptuales o falta de conocimientos previos; factores psicológicos, como la ansiedad y la baja tolerancia a la frustración durante la resolución de problemas matemáticos; hábitos de estudio inadecuados y problemas relacionados con la enseñanza. Además, Vila (2023) y Martínez-Rojas (2022) señalan que las creencias epistemológicas de los docentes, reflejadas en su práctica educativa, pueden influir en la comprensión y en la enseñanza de los contenidos matemáticos (García-Basilisa, 2020; Alfaro-Carvajal & Fonseca-Castro, 2018; Bombino, 2019).

En la Universidad Tecnológica de Pereira, Cálculo Diferencial es la asignatura con mayor índice de reprobación, impartándose en 15 programas entre 2016-1 y 2020-1. De 3963 estudiantes, solo 1848 (46%) aprobaron, mientras 1384 (35%) reprobaron y 731 (19%) cancelaron. En total, 2215 estudiantes (54%) no aprobaron la materia en el semestre inscrito. Estos resultados evidencian la necesidad de intervenir en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Por ello, se desarrolló una investigación sobre las creencias epistemológicas de los docentes y su posible relación con los bajos resultados académicos.

Organizaciones como (UNESCO, 2023; ONU, 2018; OCDE, 2019) han llevado a cabo investigaciones sobre la calidad de la Educación Matemática en diferentes países. Estos estudios han revelado que un alto porcentaje de los estudiantes que ingresan a la educación superior en carreras de ciencias, tecnología, e ingeniería, enfrentan bajos desempeños en los primeros cursos de Matemáticas, debido a diferentes factores: falta de conocimientos previos, bases conceptuales deficientes, porque la mayoría tiene concebida la Matemática como fórmulas, procedimientos, algoritmos y rutinas, que se reflejan en hábitos de estudio inadecuados; factores psicológicos, como la ansiedad y la baja tolerancia a la frustración durante la resolución de problemas matemáticos, Vila (2023) y Martínez-Rojas (2022). Obstáculos que representan un desafío para los profesores que enseñan Matemáticas en cualquier nivel de escolaridad (Cordero, 2022; Beswick, 2022; Chaidez-González, 2022; Fernández-César, 2018).

García-Basilisa (2020) y Vila (2023) destacan la importancia de reconocer y mejorar las estrategias de enseñanza de las ciencias básicas, incluyendo las Matemáticas, en el ámbito universitario latinoamericano, especialmente en los programas de ingeniería, ciencias y tecnología. Se señala la necesidad de proporcionar una consistente formación disciplinar para los futuros egresados, tal como se espera en los planes de estudio de los programas educativos institucionales. En este sentido es importante que los docentes reconozcan y reflexionen sobre sus creencias epistémicas, como un insumo que coadyuve a lograr una mayor coherencia entre sus prácticas educativas y las demandas actuales de la Educación Matemática, así podrán promover un aprendizaje significativo en sus estudiantes. (Cadavid -Arango, 2021; Fidalgo -Blanco, 2019; González, 2009; Antolínez, 2021; Xie, 2021).

El rol del profesor es trascendental en el complejo proceso de la educación, y sus creencias epistémicas, concepciones y enfoques pedagógicos pueden tener una incidencia en el aprendizaje de los estudiantes (Bryan, 2012; Beswick, 2022; Chaidez-González, 2022; García Basilisa, 2020). La manera en que el docente cree en el conocimiento, organiza su enseñanza y fomenta la participación activa de los alumnos puede incidir directamente en el desarrollo de habilidades cognitivas y críticas en el aula (Cruz, 2023; Godino, 2020; Cruz, 2023; Castela, 2021; Castañeda-Rivera, 2021).

En el presente documento se van a presentar algunos de los resultados obtenidos en la investigación doctoral en ciencias de la educación llamada: “Creencias epistemológicas de docentes de la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia. En torno al Cálculo Diferencial” la cual tuvo como objetivo general analizar creencias epistemológicas de docentes que enseñan Cálculo Diferencial en la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia, con el propósito de comprender su estilo de enseñanza, y la posible incidencia de estas en los bajos resultados académicos de los estudiantes.

Referencial Teórico

La investigación se fundamentó en el concepto de José Ortega y Gasset (1883-1955) sobre las creencias que son abordadas desde una perspectiva filosófica y se refieren a aquellas ideas o convicciones que una persona sostiene como verdaderas, y que influyen en su forma de percibir y comprender el mundo que le rodea. (Pinto, 2020). Revisar como se escriben las referencias porque la de Pinto está después de un punto. José Ortega, ¿se escribe el nombre? En consecuencia, las creencias son elementos centrales en la construcción de la identidad y la forma de vida de cada individuo. Están estrechamente vinculadas con nuestra percepción del mundo y tienen un impacto significativo en nuestras acciones y relaciones. Además, reconoce que las creencias son susceptibles de cambio y evolución a lo largo de la vida, lo que refleja su concepción dinámica y flexible del ser humano. Por tanto, se estudian desde:

1. Importancia de las creencias personales: Enfatizó la importancia de las creencias individuales en la construcción de la realidad subjetiva de cada persona. Para él, nuestras creencias conforman nuestra visión del mundo y determinan nuestra manera de actuar y relacionarnos con el entorno.

2. Creencias como elementos configuradores del ser humano: Consideraba que las creencias no son simplemente ideas abstractas, sino que impactan en la formación de la personalidad y la identidad del individuo. Las creencias moldean la manera en que nos relacionamos con los demás y con nosotros mismos.

3. Flexibilidad y cambio de las creencias: Reconocía que las creencias no son estáticas ni inmutables. Al contrario, pueden modificarse y evolucionar a lo largo de la vida de una persona, influenciadas por nuevas experiencias, aprendizajes y reflexiones.

4. Conexión entre creencias y acción: Las creencias no son meras ideas abstractas, sino que tienen un poder transformador en la acción humana. Las creencias influyen en nuestras

decisiones y comportamientos, llevándonos a actuar en concordancia con lo que consideramos verdadero.

Para (Gómez-Chacón I. M., 2020), las creencias/conocimiento son elementos complejos que poseen diversas características. Estas creencias pueden ser sostenidas por individuos con distintos grados de convicción, lo que significa que no necesariamente se llega a un consenso absoluto respecto a ellas. La controversia es inherente a las creencias, y en muchos casos, se generan debates y discusiones que no siempre se fundamentan en criterios evidentes.

Una característica fundamental de las creencias es su estrecha relación con el conocimiento. Autores como Shoenfeld referenciado por (Vila, 2023) resaltan que las creencias están vinculadas al desarrollo de la conciencia y el control sobre los procesos de pensamiento y aprendizaje, lo que las sitúa en el ámbito de la metacognición. En otras palabras, las creencias no solo afectan la manera en que un individuo percibe la información y el conocimiento matemático, sino que también influyen en la forma en que autorregula su propio aprendizaje.

El término epistemología deriva del griego episteme que significa conocimiento, y es una rama de la filosofía que se ocupa de todos los elementos que procuran la adquisición de conocimiento e investiga los fundamentos, límites, métodos y validez del mismo, Ceberio y Watzlawick (1998). La epistemología, distingue entre creencia u opinión y conocimiento. Mientras la opinión es subjetiva y carente de fundamento riguroso, el conocimiento se define como una creencia verdadera y justificada, obtenida mediante comprobación rigurosa.

La investigación analizó las creencias epistémicas de tres docentes de Cálculo Diferencial en la Universidad Tecnológica de Pereira y su incidencia en la enseñanza y el aprendizaje (Castañeda-Rivera, 2021; García-Basilisa, 2020). Se utilizó el modelo Multidimensional de Schommer Aikins (2008), adecuado para el estudio de creencias en Educación Matemática, junto con la Teoría Fundamentada de Strauss y Corbin (2016). Este enfoque permitió explorar dimensiones como estructura, estabilidad y fuentes del conocimiento, velocidad de aprendizaje y habilidad para aprender. Las creencias docentes se vincularon con sus decisiones pedagógicas. El estudio busca comprender su impacto en los bajos resultados académicos.

Alabau Gonzalvo (2020) enfatiza la relevancia de las creencias epistemológicas, dado que están intrínsecamente relacionadas con nuestras ideas sobre la naturaleza del conocimiento. Estas creencias abarcan aspectos fundamentales, como la idoneidad del conocimiento, sus orígenes, justificación, adquisición y forma (Godino J. D., 2020). Aunque diferentes investigadores emplean enfoques y terminología variada para abordar este tema, en general, las creencias epistemológicas forman un conjunto limitado y coherente que busca interpretar la naturaleza del conocimiento y los procesos mediante los cuales se adquiere. (Bravo, 2018; Gómez C, 2017; López V. L., 2021; Inguanzo A, 2010).

Las creencias epistemológicas de docentes de Matemáticas se relacionan con las percepciones, perspectivas y supuestos que los profesores tienen sobre la naturaleza del conocimiento matemático, cómo este se construye y valida, y cómo los educadores entienden los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas (García- Basilisa, 2020; Inguanzo A, 2010; Schommer- Aikins, 2019), estas creencias influyen en la forma en que los docentes

abordan su enseñanza, en sus decisiones pedagógicas y en la manera en que interactúan con los estudiantes.

Método y desarrollo conceptual

La investigación adopta un diseño cualitativo, integrando elementos descriptivos y exploratorios para abordar las creencias epistemológicas de los docentes de Matemáticas que imparten cursos de Cálculo Diferencial en la Universidad Tecnológica de Pereira.

El estudio de caso múltiple sobre creencias epistemológicas en torno al Cálculo Diferencial se realizó con 3 docentes del Departamento de Matemáticas de la Universidad, que impartieron tal asignatura en los años 2020 y 2021. Periodo que coincidió con la pandemia mundial del COVID -19, por lo que las clases fueron impartidas de manera remota a través de la plataforma Google Meet.

La investigación se estructuró en tres fases complementarias. La primera, de tipo descriptivo, utilizó un instrumento validado internacionalmente (Inganzo-Arteaga, 2010), basado en el modelo de creencias epistemológicas de Schommer-Aikins (2008), para explorar las concepciones docentes sobre su práctica pedagógica y el aprendizaje del cálculo diferencial. En la segunda fase, de carácter exploratorio, se realizaron entrevistas semiestructuradas para profundizar en las creencias expresadas en torno a la enseñanza y el conocimiento matemático. La tercera fase implicó un análisis cualitativo de 66 horas de video clases, procesadas con ATLAS.ti 22, con el fin de contrastar las creencias previamente identificadas con las prácticas reales en el aula. Esta triangulación metodológica permitió evaluar la coherencia entre lo declarado y lo actuado. Se buscó evidenciar la correspondencia entre las creencias docentes y las estrategias pedagógicas utilizadas. El estudio ofrece una mirada experta sobre la alineación entre teoría y práctica en la enseñanza del cálculo diferencial.

Resultados

Se presentan resultados obtenidos en las tres fases de la investigación:

1. Descripción de los resultados de la aplicación del instrumento de medición de creencias epistemológicas de docentes universitarios.

El 89% creen que es falso que los contenidos de esta asignatura deben ser independientes entre sí. El 100% considera verdadero que el alumno aprende mejor si el docente le pide integrar los contenidos. El 78% de los profesores creen en la explicación teórica inmersa en los contenidos del cálculo diferencial es cierta. En el mismo sentido el 56% consideran que es falso la creencia que argumenta que la explicación teórica implícita al cálculo diferencial es tentativa y requiere acumular más evidencia. El 77% cree que las nociones y los procedimientos inmersos en el cálculo diferencial no cambian. El 78% creen en la veracidad de la afirmación que dice que el docente debe considerar que las nociones contenidas en el cálculo diferencial son dinámicas y pueden variar. El 78% de los docentes creen que el alumno que es lento para aprender no podrá cambiar su ritmo de aprendizaje. El 100% creen que el aprendizaje en los alumnos es algo que se da de manera gradual.

2. **Análisis narrativo de las entrevistas:** El análisis narrativo de las entrevistas revela las diferentes perspectivas de los docentes: el primer docente adopta un enfoque de enseñanza tradicional y concede un gran valor a las calificaciones, favoreciendo el trabajo individual. En contraste, el segundo docente presenta un estilo constructivista, considera la evaluación de manera integral, incluyendo aspectos como la participación del estudiante y el desarrollo de habilidades, y prefiere combinar el trabajo individual y en equipo, viéndolos como complementarios. Por su parte, el tercer docente muestra una perspectiva tecnológica de la enseñanza, reconoce la importancia de una evaluación más holística en el proceso educativo y sostiene que existen otras metodologías igualmente efectivas para enseñar.

3. **Categorías emergentes:** con ayuda de la teoría fundamentada y mediante un proceso de codificación surgieron 7 nuevas categorías que contribuyen a ampliar el marco multidimensional de Schommer – Aikins: Preparación docente, Creatividad docente, Interacción con los estudiantes, otras formas de enseñar, desarrollo de competencias en los estudiantes, formas de aprendizaje de los estudiantes, participación de los estudiantes.

4. El análisis de las video clases, desde el marco multidimensional de Schommer, evidenció diversas creencias docentes en torno al conocimiento matemático y su enseñanza. En cuanto a **la estructura del conocimiento**, el docente prioriza la comprensión conceptual de la derivada desde su definición por límite, reflejando una perspectiva fundamentada. Respecto a la **habilidad para aprender**, promueve la práctica con distintos métodos de derivación, mostrando confianza en la capacidad del estudiante para aplicar estrategias variadas. La **interacción con los estudiantes** es activa, destacándose la escucha, el diálogo y el fomento del razonamiento. Reconoce **otras formas de enseñar**, pero subraya la relevancia de lo conceptual sobre lo procedimental. Su **estilo de enseñanza** se alinea con un enfoque claramente constructivista.

Conclusiones

Como señala (Montanares, 2018; Torreblanca, 2021) comprender y reflexionar sobre las creencias epistemológicas del profesorado puede otorgarles mayor compromiso y control en sus prácticas de aula. Este estudio pretende ser una contribución en esa dirección, proveyendo una base para futuras investigaciones y prácticas pedagógicas en la Universidad Tecnológica de Pereira.

Creencias epistemológicas: La investigación pone de manifiesto que las creencias epistémicas de un docente acerca del conocimiento y el aprendizaje inciden en su enfoque pedagógico. Esto se refleja en la planificación, comunicación e la interacción en el aula y los métodos de evaluación.

Coherencia con los objetivos de investigación: Se conocieron creencias epistemológicas de profesores de Cálculo Diferencial. Se establecieron relaciones entre tales creencias y lo expresado por los docentes en entrevistas. Se observó como las creencias docentes se manifestaron en sus estilos de enseñanza.

Percepciones y acciones docentes: Los tres docentes presentan enfoques diferentes en su manera de enseñar y evaluar a los estudiantes. El primero sigue un modelo tradicional, centrado en las calificaciones y el trabajo individual, mientras que el segundo adopta un enfoque constructivista, valorando tanto la participación del estudiante como el desarrollo de habilidades y promoviendo la combinación del trabajo individual y en equipo. Por otro lado, el tercer docente destaca la importancia de integrar la tecnología en la enseñanza y aboga por una evaluación holística, reconociendo también que existen otras metodologías efectivas. En conjunto, estos enfoques reflejan la diversidad de estrategias educativas, cada una con sus propias ventajas y limitaciones, pero todas con el objetivo común de mejorar la calidad del aprendizaje.

Análisis de video clases: el análisis de las video clases desde el marco multidimensional de Schommer revela que el docente adopta un enfoque constructivista, centrado en la comprensión de los conceptos y en la participación activa de los estudiantes. Destaca la importancia de entender los fundamentos del cálculo diferencial, fomenta la práctica de diversos métodos de derivación y promueve la interacción y el razonamiento a través de problemas de aplicación. Además, reconoce la existencia de diferentes enfoques para enseñar derivadas, pero enfatiza la relevancia de comprender la definición y los principios subyacentes al Cálculo Diferencial.

Referencias y Bibliografía

- Alabau Gonzalvo, J. S.-P. (2020). Relación entre creencias sobre resolución de problemas, creencias epistemológicas, nivel académico, sexo y desempeño en resolución de problemas: un estudio en educación secundaria. *Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* 17(1), 1102. doi: [10.25267/Rev_Eureka_ensen_divulg_cienc.2020.v17.i1.1102,1101-1116](https://doi.org/10.25267/Rev_Eureka_ensen_divulg_cienc.2020.v17.i1.1102,1101-1116).
- Alfaro- Carvajal, C., & Fonseca Castro, J. (2018). propuesta metodológica para la enseñanza del cálculo diferencial e integral en una variable mediante la resolución de problemas para profesores de matemática en formación inicial. *relme32*.
- Antolínez, T. C.-C. (2021). Ambientes de aprendizajes personalizados para la enseñanza de la matemática. En J. a. Mery Faviola Escobar, *Innovación e investigación para la transformación educativa*,. CIEGC.
- Beswick, K. A. (2022). Teaching mathematics out-of-field: what knowledge matters?. . En *Out-of-Field Teaching Across Teaching Disciplines and Contexts*. Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-16-9328-1_17 (págs. 353 - 366). Springer Nature Singapore.
- Bombino, L. L. (2019). La preparación del docente y su papel como líder del proceso enseñanza-aprendizaje. *Atlante Cuadernos de Educación y Desarrollo*, (julio).
- Bryan, A. L. (2012). Research on Science Teacher Beliefs. DOI: 10.1007/978-1-4020-9041-7_33. En *En Second International Handbook of science education* . Fraser, B., . Tobin, K., McRobbie, C. (eds) In <https://link.springer>.
- Cadavid -Arango, G. O. (2021). Semantic Networks Approach to Teachers' Epistemological Beliefs about DifferentialCalculus. *Scientia et Technica*, 507-517.
- Castañeda -Rivera, J. (2021). *Introducción a las teorías del aprendizaje (Vol. 1)*. CIEM.
- Castela, C. (2021). *Reflexiones sobre la multiplicidad de las teorías en didáctica de las matemáticas*. PARIS: hal-03199465
- Chaidez-González, J. G.-B.-D. (2022). Relación del Desempeño Docente y las Actitudes de los Estudiantes Hacia el Aprendizaje de Cálculo Diferencial. In *Proceedings INNODOCT/21. International Conference on Innovation*, 345 - 353.
- Ceberio, Marcelo y Paul Watzlawick. 1998. *La Construcción del Universo*. Herder. Barcelona
- Cordero, F. O. (2022). *La matemática en la ingeniería, modelación y transversalidad de saberes: Situaciones de aprendizaje*. GEDISA.

- Cruz, J. A. (2023). *Aprendizaje en la era de la tecnología: Las teorías más relevantes del siglo XXI*. Lima: Mar caribe.
- Fernández-Cézar, R. H. (2018). Dominio afectivo y prácticas pedagógicas de docentes de Matemáticas: Un estudio de revisión. *Espacios*, 29(23), 1- 10.
- Fidalgo -Blanco, Á. S.-E.-P. (2019). Indicators of students' participation in an active methodology. . *V Congreso Internacional sobre Aprendizaje, Innovación y Competitividad (CINAIC 2019)* (págs. 596- 600). Madrid, España: Universidad de Salamanca.
- García Basilisa, M. (2020). *Ciencia , Enseñanza y Aprendizaje* . EUDEM - Editorial de la Universidad Nacional de Mar del Plata. doi: ISBN-10 : 9874440546
- Godino, J. D. (2020). ¿ Cómo enseñar las matemáticas y ciencias experimentales? Resolviendo el dilema entre transmisión e indagación. *Revista Paradigma*, , 41, 80-106.
- Gómez-Chacón, I. (2017). Avances, utilidades y retos del modelo MTSK, 48. *Epistemología personal y conocimiento matemático del profesor*.
- Gómez-Chacón, I. M. (2020). Aprendizaje-Servicio en Matemáticas: Uso de Trayectorias de Aprendizaje en la formación universitaria. *REDU. Revista de Docencia Universitaria*, 213-231.
- Inguanzo -Arteaga, G. (2010). *Creencias de los profesores de nivel de licenciatura sobre la naturaleza del conocimiento y los procesos de enseñanza y aprendizaje*. Tesis Doctoral. Puebla . mexico.
- Martínez -Rojas, L. F. (2022). La práctica pedagógica del profesor de cálculo diferencial ante las necesidades y desafíos, actuales y futuros de la ingeniería. *Tesis doctoral*. Bogotá , Colombia: LA SALLE.
- Montanares, E. G. (2018). Creencias y prácticas de enseñanza de profesores universitarios en Chile. . *Revista electrónica de investigación educativa*, 20(1), 93-103.
- OCDE. (2019). *Competencias para cosntruir un futuro mejor*. SANTILLANA.
- ONU. (2018). <https://www.un.org/es/impacto-acad%C3%A9mico/educaci%C3%B3n-superior#:~:text=El%20ODS%204%20incluye%20el,y%20terciaria%2C%20incluyendo%20universidad%E%20%80%9D>. ONU.
- VieSchommer-Aikins, M. B. (2010). Manifestations of an epistemological belief system in preschool to grade twelve classrooms. . *Personal epistemology in the classroom: Theory, research, and implications for practice* , 31- 54.
- Strauss, A. C. (2016). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Universidad de Antioquia.
- Torreblanca, F. L. (2021). Ingeniería y situación didáctica para el aprendizaje de la derivada en estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano. *Revista de Investigaciones*, 10(2), 160-172. doi:<https://doi.org/10.26788/riepg.v10i2.26>.
- UNESCO. (2023). *La situación actual de la educación para el desarrollo sostenible y la educación para la ciudadanía mundial: conclusiones de la séptima consulta sobre la aplicación de la Recomendación sobre la Educación para la Comprensión, la Cooperación*. UNESCO.
- UTP. (2020). *Estadísticas e Indicadores Estratégicos*. <https://estadisticas.utp.edu.co/>.
- Uzuriaga -Lopez, V. L. (2021). Epistemological Beliefs in relation to the content, teaching and learning of mathematics teachers. *Scientia et Technica*. <https://doi.org/https://doi.org/10.22517/23447214.24680>, 57-63.
- Vesga-Bravo, G. J. (2018). Creencias epistemológicas de docentes de matemáticas en formación y en ejercicio sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. *Revista Colombiana de Educación*, 243-267.
- Vesga-Bravo, G. J.-C. (2021). Contraste entre la práctica y las creencias epistemológicas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Un estudio de casos con docentes de matemáticas en formación. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 35, 637-663.
- Vila, A. &. (2023). *Matemáticas para aprender a pensar: el papel de las creencias en la resolución de problemas (Vol. 100)*. Narcea Ediciones.
- Villegas-González, J. (2022). La educación bimodal universitaria en la enseñanza de la matemática bajo el enfoque de los principios del constructivismo. *Roca: Revista Científico-Educacional de la Provincia de Granma* .
- Vizcaino -Escobar, A. E. (2018). Creencias de autoeficacia y desempeño docente de profesores universitarios. . *Katharsis: Revista de Ciencias Sociales*, 75-93.
- Xie, S. &. (2021). Teachers' Beliefs about Mathematics, Learning, Teaching, Students, and Teachers: Perspectives from Chinese High School In-Service Mathematics Teachers. *International Journal of Science and Mathematics Educ* 19. <https://doi-org.ezproxy.utp.edu.co/10.1007/s1>, 747- 769.



Estatística nos anos finais do Ensino Fundamental: uma possibilidade a partir de uma atividade integrada

Lucas Flores **Leinhart**
Universidade Franciscana

Brasil

leinhartlucas@gmail.com

Gabriel **Pacheco**

Universidade Franciscana

Brasil

gabrielpachecoww@gmail.com

Ivonete **Amador**

Universidade Franciscana

Brasil

ivoneteamador67@gmail.com

Oscar Henrique Reinke **Backes**

Universidade Franciscana

Brasil

oscar.backes@ufn.edu.br

Cassiana Mendes **Jacques**

Universidade Franciscana

Brasil

cassiana.jacques@ufn.edu.br

Luis Sebastião Bemme **Barbosa**

Universidade Franciscana

Brasil

luis.bemme@ufn.edu.br

Resumo

A presente comunicação tem como objetivo apresentar e discutir uma atividade, realizada com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, que tinha como foco o estudo da Estatística a partir de uma atividade integrada. A atividade teve como pano de fundo o estudo de características dos Continentes, que de forma integrada, com a disciplina de Geografia, buscou-se dados que permitissem compreender cada uma das regiões. Tal estudo é qualitativo e os dados foram coletados a partir de um diário de bordo do pesquisador e de registros fotográficos. Os resultados indicam que aliar o ensino da Matemática com outras áreas do conhecimento, embora apresente desafios, traz benefícios na medida em que, auxilia o aluno a compreender a aplicação destes conceitos em distintas situações sociais.

Palavras-chave: Ensino de Estatística; Coleta e organização de dados; Atividade de Ensino Integrada; Ensino Fundamental; Ensino de Matemática; Educação Estatística.

Introdução

A Matemática transcende o âmbito das ciências exatas, consolidando-se como um elemento essencial da cultura humana. Desde os nossos ancestrais, as civilizações como os egípcios, babilônios e gregos, utilizaram-se de conhecimento da Matemática para compreender e moldar o mundo ao seu redor, seja por meio de cálculos para a construção de monumentos, como as pirâmides, pelo desenvolvimento de sistemas numéricos ou teorias mais complexas da física moderna. Assim sendo, a Matemática é uma construção social e cultural, moldada pelas necessidades e pelas crenças de cada época e lugar. Deste modo, esta área do conhecimento transcende o âmbito das ciências exatas para se consolidar como um elemento essencial da cultura humana. Matemáticos como Euclides, com sua "Geometria", e Arquimedes, com suas contribuições para a mecânica, não apenas influenciaram o desenvolvimento científico, mas também modificaram a maneira como pensamos e organizamos o conhecimento (D'Ambrosio, 2005).

Neste sentido, entendemos que o papel da escola é garantir que as novas gerações se apropriem desses conhecimentos historicamente elaborados. Segundo Brasil (2018), uma das competências específicas da Matemática para o Ensino Fundamental é fazer com que o aluno reconheça “que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos [...]” (p. 269).

Entendemos que um modo de favorecer essa competência é através de atividades integradas com outras áreas do conhecimento. Por atividade integrada compreendemos aquelas que, a partir de um contexto específicos pode se trabalhar diferentes conhecimentos de distintas áreas, ou seja, tomando uma realidade existe o professor auxilia o estudante a estudar e compreender esta realidade pelo olhar distintos de diferentes saberes.

Aliado a este aspecto os conhecimentos associados a Estatística tem ganhado cada vez mais destaques na nossa sociedade contemporânea. Deste modo entendemos a urgência que pensarmos em ações que possam desenvolver o Letramento Estatístico desde os primeiros anos da Educação Básica.

Gal (2002) salienta que o letramento estatístico está ligado a dois componentes que estão inter-relacionados, sendo eles: i. a capacidade de interpretação e avaliação crítica das informações estatísticas em contextos diversos e relevantes e ii. a capacidade de discutir ou comunicar sua compreensão do significado da informação, suas opiniões ou preocupações quando a aceitabilidade dos dados.

Provocando por estas questões, nesta comunicação apresentamos a atividade "Desbravando Continentes". Durante o ano letivo de 2024, os alunos embarcaram numa exploração aprofundada dos continentes, revelando as suas especificidades, tradições e histórias. Essa experiência integra múltiplas disciplinas, favorecendo uma aprendizagem mais significativa e integrada. Por meio de exposições e apresentações, os estudantes demonstraram como a Matemática, presente em todas as culturas, se conecta às manifestações artísticas, sociais e históricas de diversas regiões do mundo, tornando o conhecimento mais relevante e abrangente.

Assim, está comunicação tem como objetivo apresentar e discutir uma atividade, realizada com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, que tinha como foco o estudo da Estatística a partir de uma atividade integrada.

Referencial teórico

O estudo da Matemática traz consigo a capacidade de entender, modificar e resolver problemas do cotidiano, sendo capaz de permear as outras áreas do conhecimento facilitando a sua compreensão. Contudo, a metodologia de resolução de problemas é considerada uma estratégia eficaz no ensino da Matemática, pois desenvolve a capacidade dos alunos de resolver situações problema e possibilita a interdisciplinaridade entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Autores como Polya (1887-1985) e Pozo (2002) discutem a importância de estratégias que promovam a compreensão e aplicação prática da Matemática, indo além da memorização de fórmulas. Abordagens, estratégias e metodologias de ensino para a integração da Matemática com outras áreas do conhecimento são temas recorrentes da literatura educacional (Pólya, 1967).

Neste caso, o estudo torna-se superficial quando comparado às infinitas possibilidades que o ensino de Matemática possui de se relacionar com outros contextos. Conforme a Base Nacional Comum Curricular - BNCC, o aprimoramento das habilidades da Matemática deve estar relacionado de algum modo com problemas de situações diárias, outras disciplinas ou da parte específica da Matemática. Além disso, o documento evidencia em outros momentos a importância da aprendizagem Matemática estar atrelada com diferentes contextos (Brasil, 2018)

Embora a BNCC não especifique os conteúdos para o desenvolvimento de tais habilidades, entendemos que os conceitos voltados para a Estatística favorecem este cenário. O mesmo documento sublinha que nos anos finais do Ensino Fundamental, espera-se que os alunos tenham conhecimento sobre como planejar e construir relatórios de pesquisa estatística descritivas, além de dominar a construção de tabelas e distintos tipos de gráficos. Para que essas ações se concretizem o aluno precisa ter claro a definição de amostra e quando necessário de adequada técnica de amostragem (Brasil, 2018).

No entanto, acreditamos que na Educação Básica seja possível superarmos o ensino de Estatística e caminharmos em direção ao desenvolvimento de ações que gerem o desenvolvimento de um Letramento Estatístico. Sobre o conceito de Letramento Estatístico Gal (2002) destaca que se faz necessário que o aluno vivencie, de forma crítica e reflexiva, toda a lógica relativa às investigações estatística.

A partir dessa ideia do Letramento Estatístico, Gal (2002) propõe uma organização hierárquica constituída a partir das seguintes capacidades do conhecimento estatísticos, necessários para que o sujeito seja considerado letrado estatisticamente, são elas: i. perceber a necessidade e como os dados são produzidos; ii. conhecer os conceitos e ideias básicas relacionado a estatística descritiva; iii. conhecer conceitos e ideias básicas relacionadas a apresentação de gráficos e tabelas; iv. compreender noções de probabilidade e v. compreender o processo inferencial.

Por fim, entendemos que as investigações estatísticas se tornam um contexto adequado ao desenvolvimento do Letramento Estatístico, pois parte de um objetivo de ensino da estatística que tem como foco o desenvolver a capacidade de planejamento e execução de uma investigação estatística, além da capacidade de interpretar e avaliar resultados de um estudo já desenvolvido (Martins; Ponto, 2010).

Metodologia

Tal estudo se caracteriza como qualitativo já que esse tipo de pesquisa não se preocupa com representatividade numérica, mas em aprofundar a compreensão de um grupo social ou de uma organização, o foco está em explicar o porquê das coisas (Gerhardt; Silveira, 2009). Os dados foram coletados a partir de um diário de bordo do pesquisador e de registros fotográficos. Já a análise deu-se a partir dos princípios das pesquisas descritivas (Triviños, 1978) e explicativa (Gil, 2007).

A atividade foi desenvolvida com todas as turmas dos anos finais do Ensino Fundamental, sendo que cada turma ficou responsável por um continente, no entanto, para esta comunicação nos centraremos nos resultados na turma do oitavo ano que ficou responsável por países situados no continente africano.

Atividade foi desenvolvida conforme o organograma apresentado na Figura 1 e dividido em etapas: Etapa 1 – Separação dos países, Pesquisa em casa e Avaliação dos dados, Etapa 2 – Discussão sobre os dados, Tabelamento e Construção dos gráficos e Etapa 3 – Discussão sobre os gráficos, Construção dos gráficos 3D e Apresentação dos dados.



Figura 1. Sequência das atividades.

Para o desenvolvimento da pesquisa foram utilizados sites de responsabilidades governamentais para que se pudesse ter uma maior coerência e veracidade nos elementos buscados. Nesta busca foi sugerido que os alunos delimitassem o período de 2013 a 2023 e utilizando os descritores “Aumento populacional” e “Produto Interno Bruto anua”. A seguir

apresentamos as discussões e resultados conforme apresentado no esquema e o quão produtivo esse tipo de atividade foi para os alunos dessas turmas.

Resultados e discussões

Como apresentado na metodologia, o trabalho foi organizado em etapas, conforme esquema 1. A seguir descrevemos cada uma das etapas desenvolvidas.

Etapas 1 – Separação dos países, pesquisa em casa e avaliação dos dados

Esta etapa é composta por três momentos. Inicialmente os alunos tiveram que escolher os países pertencentes ao continente sorteado para turma, neste caso, o continente africano. Para que essa escolha fosse realizada os alunos tiveram que fazer uma breve pesquisa sobre quais países destacavam-se dentro deste continente, sendo que este destaque poderia ser por fatores econômicos, sociais, culturais ou populacional.

De forma a auxiliar os alunos nesta pesquisa, os mesmos foram divididos em dois grupos que após realizarem esta pesquisa inicial promoveram uma discussão sobre os aspectos pesquisados, juntamente com os países que se destacaram nesta busca.

Na etapa de Pesquisa em casa, os educandos levaram para casa a tarefa de fazer uma pesquisa individual sobre os seguintes temas: Número de Habitantes e Produto Interno Bruto de cada país nos últimos 10 anos. Para esse momento o professor não indicou fontes de pesquisa, deixando que cada aluno elencasse os locais onde buscariam os dados solicitados.

A etapa de avaliação foi relevadora, pois foi possível evidenciar a importância de se definir locais apropriados para se realizar o levantamento de dados, pois os próprios alunos perceberam que os dados coletados em fontes como Wikipedia foram dissonantes dos dados coletados em fontes oficiais do país, com isso os estudantes entenderam a importância de uma fonte confiável e a discussão desses dados mostrou isso a eles. Para finalizar este momento o professor apresentou alguns sites de responsabilidades governamentais para que se pudesse ter uma maior coerência e veracidade nos elementos buscados.

Entendemos que este momento favoreceu para que o aluno percebesse que o conhecimento matemático se aplica a inúmeras situações que circundam o mundo, uma vez que, através da Matemática é possível desenvolver o raciocínio, o que possibilita a criação e o amadurecimento de ideias, além de permitir o estabelecimento de relações com outras áreas do conhecimento (Rodrigues, 2005).

Etapas 2 – Discussão sobre os dados, tabelamento e construção dos gráficos no papel

A partir das discussões sobre o levantamento de dados os alunos foram organizados em grupos a partir dos países que haviam escolhidos. A partir disso eles realizaram uma nova pesquisa sobre os tipos de gráficos e seus usos para então, o próprio grupo decidir que gráfico seria melhor de utilizar.

O tabelamento e construção dos gráficos no papel, destacou-se como uma etapa tranquila, uma vez que os dados praticamente já estavam organizados em tabelas, então para esse momento os alunos tiveram que fazer a leitura desses dados, para depois realizar a construção gráfica. Para essa atividade o professor teve que intervir e relembrar conceitos básicos necessários para a leitura e compreensão de dados tabelados, além de estabelecer um diálogo sobre as distintas formas de se fazer uma representação gráfica. Essa etapa foi de relevante, pois os estudantes, haviam anotado um passo a passo da construção dos gráficos escolhidos, e os educandos com suas próprias anotações, conseguiram construir seus gráficos.

Diante da importância desses conceitos, defendemos que, para que o sujeito seja capaz de abstrair as informações apresentadas em formas de gráficos ou tabelas, é fundamental que a escola introduza e desenvolva o conhecimento estatístico com seus alunos, para que deste modo, tenhamos sujeitos capazes de ler, compreender e comparar dados estatísticos, além de possuírem um senso crítico diante essas informações (Cazorla et al, 2008).

Etapas 3 – Discussão sobre os gráficos, Construção dos gráficos 3D e Apresentação

Nessa etapa o professor analisou os gráficos construídos no papel e orientou algumas melhorias e detalhes faltantes, para então serem feitas as construções em 3D desses gráficos implementados nos papéis. Para a construção em 3D foi utilizado rolos de papel toalha para os gráficos de colunas e isopor para a construção do gráfico de setores.

Um aspecto positivo nesta etapa foi a reciclagem dos materiais por parte dos estudantes. Para retirar os seus gráficos do papel e ficarem de forma mais manipulável, foi feito um recorte em isopor, o que ocasionou a perda de um pouco da precisão, porém nada que pudesse afetar significativamente os resultados apresentados. A Figura 2 ilustra esse momento.



Figura 2. Construção dos gráficos.

A apresentação dos dados foi feita no salão da escola para toda comunidade escolar, onde os estudantes receberam seus familiares e amigos e explicaram todo o processo de pesquisa e a história do país em questão (realizado com o auxílio do professor de História), quanto aos itens População e PIB. A partir dessa apresentação, ficou evidente o conhecimento que os alunos desenvolveram sobre a atividade realizada, pois todos demonstraram domínio, tanto na apresentação, quando nos questionamentos realizados posteriormente.

Diante desse cenário entendemos que o mundo atual nos convida a criar mecanismos modernos para que a prática pedagógica possa adaptar-se as novas tecnologias da comunicação e informação e deste modo influencia positivamente o desenvolvimento cognitivo do aluno. Assim a escola assume um papel de elemento facilitador e o professor o de mediador do processo de ensino e aprendizagem (Ponte; Silva, 2020).

Conclusão

Nesta comunicação tivemos como objetivo apresentar e discutir uma atividade, realizada com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, que tinha como foco o estudo da Estatística a partir de uma atividade integrada.

Pontuamos que o desenvolvimento de uma atividade integrada se configurou como um ótimo recurso para a aprendizagem, tanto do conhecimento estatístico, quanto dos conhecimentos da geografia e história dos países nos quais eles realizaram a pesquisa. Durante as etapas de produção do trabalho podemos perceber que os alunos se sentiram motivados e interessados em desenvolver as atividades propostas.

Um ponto fundamental percebido pelos alunos diz respeito aos locais de busca quando estamos realizando uma pesquisa científica, já que eles mesmo se deram conta que nem toda a informação disponibilizada está de acordo com a realidade em questão, e que se faz necessário termos sites oficiais para realizarmos tal ação.

Por fim, destacamos que, relacionar o ensino de Matemática com outras áreas do conhecimento, embora em alguns momentos seja um desafio, traz consigo benefícios, tanto para os estudantes que conseguem estabelecer uma visão mais integral do conhecimento científico, quanto para os professores que tem a oportunidade de compartilhar com seus pares, concepções e entendimentos sobre os processos de ensino e aprendizagem de suas respectivas áreas do conhecimento.

Referências e bibliografia

- Brasil. Ministério da Educação. (2017). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação.
<https://basenacionalcomum.mec.gov.br>
- Cazorla, I. M., Pagan, A., Leite, A. P., & Magina, S. (2008). A leitura e interpretação de gráficos e tabelas no ensino fundamental e médio. *Anais do 2º SIPEMAT*. Recife – PE.
- D'Ambrósio, U. (2005). *Educação e Pesquisa*, 31(1), 99-120.
<https://www.scielo.br/j/ep/a/TgJbqssD83ytTNyxnPGBTcw/?format=pdf&lang=pt>

- Da Rosa Santos, B., et al. (2021). Relacionando a matemática com outras áreas do conhecimento: Uma experiência sobre aplicações de logaritmo na residência pedagógica. *Caminhos da Educação Matemática em Revista (Online)*, 11(2), 39-59.
- Gal, I. (2002). Adult statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 1(70), 1-25.
- Gerhardt, T. E., & Silveira, D. T. (Orgs.). (2009). *Métodos de pesquisa*. Porto Alegre: Editora da UFRGS.
- Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social* (6ª ed.). São Paulo: Atlas.
<http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>
- Martins, M. E. G., & Ponte, J. P. (2010). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: DGIDC
- Ocampo, D. M.; Santos, M. E. T. dos; Folmer, V. (2016). A Interdisciplinaridade no Ensino É Possível? Prós e contras na perspectiva de professores de Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 30, n. 56, p. 1014-1030.
- Pólya, G. (1967). *Resolução de Problemas*. Departamento de Matemática, Universidade de Stanford
<https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2242>
- Pozo, J. I. (2002). As teorias da aprendizagem: Da associação à construção. In J. I. Pozo, *Aprendizes e mestres: A nova cultura da aprendizagem* (pp. 41-54). Porto Alegre: Artmed.
<https://ria.ufrn.br/jspui/handle/123456789/754>
- Rodrigues, L. L. (2005). *A matemática ensinada na escola e a sua relação com o cotidiano*. Brasília: UCB
- Trivinos, A. W. S. (1987). *Introdução à pesquisa em ciências sociais*. São Paulo: Atlas.



Estimación numérica en estudiantes brasileños sordos y oyentes de 4° año de primaria

Nohemy Marcela **Bedoya-Ríos**
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia

nmbedoyar@unidistral.edu.co

Camila Peres **Nogues**
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Brasil

camilapnogues@gmail.com

Beatriz Vargas **Dorneles**
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Brasil

beatriz.dorneles@ufrgs.br

Resumen

Se investigó el uso de estrategias y precisión en una tarea de estimación numérica en estudiantes brasileños con diferentes condiciones auditivas. Participaron 66 estudiantes de 4° de primaria con edades y niveles intelectuales semejantes, 57 oyentes y 9 estudiantes sordos usuarios de Libras. La tarea consistía en localizar números arábigos en una recta de 0 a 100. Se analizaron cinco categorías de estrategias. Ambos grupos mostraron un buen desempeño en la tarea y utilizaron predominantemente estrategias 1 (sin procedimiento visible) y 2 (conteo 1 a 1). Hubo diferencias entre grupos en la precisión en diferentes segmentos de la recta y al considerar la relación del tipo de estrategia con la precisión. Nuestros resultados indican que la habilidad de estimación numérica está más relacionada con la comprensión del sistema numérico que con la condición auditiva (sordo/oyente), destacando la necesidad de desarrollar prácticas educativas que promuevan esta habilidad en ambos grupos.

Palabras clave: Estimación numérica; Estrategias; Niños sordos; Niños oyentes; Brasil.

Introducción

La estimación numérica es una habilidad crucial en el desarrollo matemático, y su competencia está vinculada a la capacidad de estimar cantidades, una habilidad básica para el aprendizaje matemático avanzado (Siegler & Opfer, 2003). En la vida cotidiana, con frecuencia enfrentamos situaciones que requieren habilidades matemáticas relacionadas con la estimación. Por ejemplo, al elegir una fila para esperar, generalmente estimamos, de manera aproximada, el número de personas que están delante de nosotros y optamos por aquella que parece tener la menor cantidad de individuos. Es importante destacar que una estimación no es un valor elegido al azar, sino el resultado de un análisis basado en la observación de la situación, utilizando estrategias que buscan cierto grado de precisión. Diversos estudios señalan una correlación entre la capacidad de estimación y el desempeño matemático (Ruiz et al., 2024; Schneider et al., 2018), una relación que se fortalece con el avance de la edad.

Evidencias recientes (Li et al., 2024) indican que la capacidad de realizar estimaciones, medida a través de la recta numérica, surge alrededor de los cuatro años en niños chinos, antes que en niños de sociedades occidentales. Las diferencias culturales y el sistema educativo han sido señalados como los principales factores que explican esta disparidad. En el caso de niños sordos, existe poca investigación frente a esta temática (Bedoya-Ríos & Dorneles, 2021; Chen & Wang, 2020). Investigaciones comparativas han analizado el desempeño matemático de estudiantes sordos y oyentes, mostrando que los primeros suelen presentar un retraso en el aprendizaje de las Matemáticas en relación con sus pares oyentes (Marcelino et al., 2019; Nunes, 2020). Para comprender estas diferencias, se han propuesto diversas hipótesis. Inicialmente, se sugirió que la pérdida auditiva podría estar directamente relacionada con las dificultades en el aprendizaje matemático. Sin embargo, esta idea ha sido superada a partir de múltiples evidencias, dando paso a una nueva perspectiva que entiende la sordera como un factor de riesgo que limita las interacciones y el acceso a la información, lo que, a su vez, contribuye al retraso en la adquisición de habilidades matemáticas en personas sordas (Nunes, 2020).

Por otro lado, La Base Nacional Común Curricular (BNCC; Brasil, 2017), documento normativo para las redes de enseñanza públicas y privadas, establece objetivos específicos relacionados con el desarrollo de la estimación. Sin embargo, a pesar de la importancia de esta habilidad, en América Latina aún hay pocas investigaciones sobre la estimación numérica y las estrategias utilizadas por niños y adolescentes para estimar cantidades, más aún cuando se hace referencia a la población sorda.

De acuerdo con lo anteriormente mencionado surge el interés por analizar las similitudes y diferencias en el uso de estrategias de estimación entre estudiantes sordos y oyentes con edades y niveles educativos equivalentes, y examinar la relación entre las estrategias empleadas con la precisión en la estimación. Estos propósitos buscan aportar al desarrollo de prácticas educativas más efectivas para la enseñanza de la estimación, con el fin de favorecer el aprendizaje de ambos grupos.

Método

Este trabajo presenta los resultados de dos investigaciones independientes realizadas previamente por las autoras, con el propósito de analizar comparativamente el desempeño en estimación numérica de dos poblaciones diferentes. A continuación, se presentan las características generales de cada estudio, así como el método utilizado en el presente trabajo comparativo.

Estudio 1: Investigación realizada con población sorda. Estudiantes de 1° a 4° año de básica primaria usuarios de Lengua de señas brasileña (Libras). Se recolectaron datos en instituciones educativas con modelo bilingüe bicultural para sordos en Porto Alegre - Brasil. En este estudio se exploró el desempeño de los estudiantes en diferentes tipos de tareas numéricas, entre ellas a través de la recta numérica versión número para posición.

Estudio 2: Investigación realizada con población oyente. Se recolectaron datos en instituciones educativas municipales en Porto Alegre - Brasil. En este estudio se exploró el desempeño de los estudiantes en diferentes tipos de tareas numéricas, entre ellas a través de la recta numérica versión número para posición.

Estudio comparativo:

Participantes. Se seleccionaron las producciones de 66 estudiantes de 4° año de Educación Primaria en Brasil: 57 oyentes y 9 sordos que cumplieran con el criterio de tener una edad y niveles intelectuales similares, este último fue evaluado a través del Test de Matrices Progresivas de Raven - Escala Especial (Angelini et al., 1999), siendo incluidos para el análisis los estudiantes con IQ superior al percentil 50. Adicionalmente, todos los estudiantes pertenecían a instituciones con condiciones socio-económicas similares (estrato bajo y medio-bajo).

Instrumento. En ambos estudios se aplicó la tarea de estimación, adaptada de Siegler y Opfer (2003), que requería que los niños ubicaran números en una recta numérica del 0 al 100. Se presentaron ligeras variaciones en los numerales ofrecidos a ambos grupos debido a las especificidades de los objetivos de cada trabajo. A continuación, se presentan las listas utilizadas:

Números para estudiantes oyentes: 2, 3, 5, 8, 12, 17, 21, 26, 34, 39, 42, 46, 54, 58, 61, 67, 73, 78, 82, 89, 92, 97

Números para estudiantes sordos: 2, 4, 5, 7, 8, 12, 15, 21, 26, 34, 39, 42, 46, 54, 58, 61, 67, 73, 78, 82, 89, 92, 97

Análisis: Las estrategias se analizaron en 5 categorías: 1) Sin procedimientos visibles; 2) Conteo simple o conteo uno a uno; 3) Uso de puntos de referencia en la recta numérica (inicio, medio, final); 4) Mixta con respuesta rápida y aproximada al número más cercano, seguido de un conteo de unidades; 5) Respuestas arbitrarias, rápidas y sin relación con la magnitud del número.

Mientras que el desempeño en la tarea de estimación numérica se determinó a partir del cálculo de la precisión con la que los estudiantes estiman cada número solicitado. Este cálculo, adaptado de Siegler y Booth (2004), se obtiene dividiendo la diferencia absoluta entre la estimación realizada por el niño y el número correcto entre la escala de la recta numérica. Para facilitar la interpretación, este valor se resta de 1, de esta manera, cuanto más cercano sea el resultado a 1 (o 100%), mayor será la precisión de la respuesta del estudiante.

Resultados

Ambos grupos utilizaron predominantemente la Estrategia 1 y 2. Los oyentes cambiaron de estrategia según la magnitud del número, mientras que los sordos tendieron a usar estrategias más consistentes. La Estrategia 5 no fue utilizada por los sordos, sugiriendo una estimación más consciente.

Tabla 1
Frecuencia de utilización de las estrategias

Estrategia	Oyentes n (%)	Sordos n (%)
1	982 (78,75)	106 (51,7)
2	182 (14,6)	62 (30,2)
3	1 (0,08)	1 (0,5)
4	12 (0,96)	36 (17,6)
5	70 (5,61)	0 (0)

Fuente: datos de la investigación.

En cuanto a la relación entre estrategias y precisión, los oyentes mostraron mayor precisión utilizando las Estrategias 4 ($m=96,1$; $DT=4,4$), 1 ($m=92,2$; $DT=6,5$) y 2 ($m=91,8$; $DT=9,2$), en ese orden respectivamente, mientras que con la Estrategia 5 obtuvieron la menor precisión ($m=73,3$; $DT=11,2$). Los sordos no mostraron diferencias significativas en precisión según la estrategia utilizada, pero destacaron en la estimación de números entre 75 y 100, mostrando mayor precisión en esta región.

Tabla 2
Precisión por tipo de Estrategia

Estrategia	Oyentes		Sordos		p-valor
	media % (DP)	mediana % (IQR)	media % (DP)	mediana % (IQR)	
1	92,2, (6,5)	94 (8)	84,4 (15,8)	91 (22,5)	<0,001
2	91,8 (9,2)	95 (9)	88,6 (11,5)	93,5 (14,8)	=0,118
3	88 (-)	88 (-)	84 (-)	84 (-)	-

4	96,1 (4,4)	97,5 (3,2)	89,2 (11,6)	95 (14)	=0,095
5	73,3 (11,2)	77,5 (12,8)	-	-	-

Nota: Estrategia 1: W=40200,5; rg=-0,228; Estrategia 2: W=4893; Estrategia 4: W=146. La estrategia 3 fue utilizada por un solo estudiante de cada grupo y la estrategia 5 no fue utilizada en el grupo de estudiantes sordos, imposibilitando la comparación por medio de test estadístico en esos dos casos.

Fuente: datos de la investigación.

Conclusiones

En primer lugar, se resalta que la tarea se presentó en un rango numérico normalmente trabajado en el grado 3° de primaria, por lo que se esperaba que el éxito en la tarea fuera muy alto principalmente en el grupo de estudiantes oyentes, pues teniendo en cuenta el desfase de la población sorda reportado en la literatura, este rango podría ser desafiante para ellos. Sin embargo, aunque el desempeño general de los niños oyentes fue mejor, tanto estudiantes sordos como oyentes alcanzaron altas tasas de precisión en la tarea y no se encontraron diferencias significativas entre los grupos.

En la exploración de las estrategias, los grupos mostraron similitudes en el uso de estas, obteniendo mejores resultados cuando utilizan estrategias basadas en puntos de referencia. Sin embargo, llama la atención el frecuente uso de la estrategia 2, es decir, la utilización del conteo como una forma para encontrar la respuesta en una tarea de estimación. Si bien el uso de esta estrategia no disminuye la precisión en términos estadísticamente significativos, no es usual encontrarla en la literatura previa. En este sentido, tanto estudiantes oyentes como sordos brasileños, evidencian así su mayor familiaridad con el proceso de cuantificación exacta que intenta ser aplicado aún en una situación en la que no ha sido solicitada.

Respecto a las diferencias entre las poblaciones, en el caso de los oyentes, estos presentaron una mayor precisión en los números del 0 al 75, mientras que los estudiantes sordos demostraron notable precisión en estimaciones de números altos, superiores a 75. Estos hallazgos indican que la habilidad de estimación está más relacionada con la comprensión del sistema numérico que con la información auditiva, sugiriendo la necesidad de adaptar estrategias educativas para mejorar la precisión en ambas poblaciones.

Referencias

- Angelini, A. L., Custódio, E. M. & Duarte, W. F. (1999). *Matrizes Progressivas Coloridas de Raven: Escala Especial*. Centro Editor de Testes e Pesquisas em Psicologia.
- Bedoya-Rios, N. M. & Doneles, B. V. (2021) Strategies and Accuracy in the Number Line Task in Colombian and Brazilian Deaf Children. In A. G. Spinillo, S. L. Lautert & R. Borba (Eds.), *Mathematical Reasoning of Children and Adults. Teaching and Learning from an Interdisciplinary Perspective* (pp. 95-111). Springer International Publishing.
- Bull, R., Lee, K., & Muñoz, D. (2020). Numerical magnitude understanding in kindergartners: A specific and sensitive predictor of later mathematical difficulties? *J. Educ. Psychol.*, 113, 911. doi: 10.1037/edu0000640
- Chen, L., & Wang, Y. (2020). The contribution of general cognitive abilities and specific numerical abilities to mathematics achievement in students who are deaf or hard-of-hearing. *Journal of Developmental and Physical Disabilities*. doi:10.1007/s10882-020-09772-8

- Kucian, K. et al. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *NeuroImage*, 57, 782-795.
- Li, M., Yang, J. and Lei, X. (2024). Development of number line estimation in Chinese preschoolers: a comparison between numerical and non-numerical symbols. *Front. Psychol.* 15:1412151. doi:10.3389/fpsyg.2024.1412151
- Marcelino, L., Sousa, C., & Costa, C. (2019). Cognitive foundations of mathematics learning in deaf students: A systematic literature review. En *11th international conference on education and new learning technologies*, Palma, Mallorca, España. DOI: <https://doi.org/10.21125/edulearn.2019.1425>
- Nunes, T. (2020). Deaf Children, Special Needs, and Mathematics Learning. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_42.
- Ruiz, C., Kohnen, S. & Bull, R. (2024). The relationship between number line estimation and mathematical reasoning: a quantile regression approach. *Eur J Psychol Educ*, 39, 581–606. <https://doi.org/10.1007/s10212-023-00708-2>
- Siegler, R., & Opfer, J. (2003). The Development of numerical estimation: Evidence for multiple representation of numerical quantity. *Psychology Science*, 14(3).
- Schneider M., Merz S., Stricker J., De Smedt B., Torbeyns J., Verschaffel L., Luwel K. (2018). Associations of Number Line Estimation with Mathematical Competence: A Meta-analysis. *Child Dev.* 89(5), 1467-1484. doi: 10.1111/cdev.13068.



Estrategias cognitivas y metacognitivas en álgebra: Estudio cuantitativo

Diana **Hernández** Rivera

Instituto de Enseñanza de Abierta Unidad Saltillo, Universidad Autónoma de Coahuila
México

diana_hernandez@uadec.edu.mx

Tamara Isabel **Terrazas** Medina

Preparatoria “Número Uno”, Universidad Autónoma de Coahuila
México

tamaraterrazas@uadec.edu.mx

Beatriz Adriana **Flores** López

Instituto de Ciencias y Humanidades, Universidad Autónoma de Coahuila
México

beatriz.flores@uadec.edu.mx

Zaida Francisca **Morlett** Villa

Coordinación General de Extensión universitaria, Universidad Autónoma de Coahuila
México

zaida_morlett@uadec.edu.mx

Resumen

Las estrategias cognitivas y metacognitivas son fundamentales en el proceso de aprendizaje, especialmente en Matemáticas, donde se requiere comprensión conceptual y habilidades de resolución. El objetivo de este estudio fue identificar las estrategias cognitivas y metacognitivas utilizadas por los estudiantes del bachillerato abierto, cuyas edades oscilan entre 15 y 17 años, en la asignatura de Álgebra durante agosto-diciembre de 2024. En la investigación con enfoque cuantitativo y tipología descriptiva, se aplicó el Cuestionario de Motivación y Estrategias de Aprendizaje dentro del Instituto de Enseñanza Abierta Unidad Saltillo, a 219 estudiantes. Los resultados muestran que ellos tienden a reflexionar sobre posibles alternativas cuando leen o escuchan conclusiones, evidenciando una inclinación a pensar críticamente, intentan aplicar lo aprendido en otras actividades académicas y se enfocan en comprender el contenido mediante conexiones con el libro de texto, relacionando sus ideas. También prefieren material desafiante cuando la clase es de su agrado, lo que demuestra su disposición activa hacia el aprendizaje.

Palabras clave: Álgebra; Aprendizaje activo; Bachillerato abierto; Estrategias cognitivas; Estrategias metacognitivas; México; Nivel Medio Superior.

Definición y relevancia del problema

La UNESCO (2019) estableció el 14 de marzo como el Día Internacional de las Matemáticas para resaltar su importancia en el desarrollo de habilidades cognitivas, como la resolución de problemas, la imaginación constructiva, el análisis y la deducción de conclusiones. Aunque las matemáticas enfrentan resistencia en muchos estudiantes, comprender su aplicabilidad y utilidad en la vida cotidiana puede fomentar su disfrute. Es esencial que los sistemas educativos promuevan procesos de enseñanza-aprendizaje sólidos, reconociendo la importancia de esta ciencia en el desarrollo de jóvenes y niños. Por otro lado, UNICEF (2021) señala que la falta de conocimientos y habilidades necesarias para un aprendizaje continuo dificulta el futuro de los jóvenes, afectando su empleabilidad. Las estadísticas sobre logros educativos y deserción escolar evidencian una crisis educativa, lo que requiere un enfoque renovado para mejorar el proceso de enseñanza y establecer una estrategia global en educación.

El Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación de la UNESCO (IIEP, 2011) señala que la enseñanza no escolarizada ofrece una alternativa a la educación tradicional, garantizando el derecho a la educación para todas las personas, sin importar su edad y con trayectorias educativas que no requieren continuidad. Por otro lado, el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE, 2017), la deserción escolar se debe principalmente a la reprobación, el embarazo adolescente y las dificultades económicas familiares, aunque también influyen el desinterés por los estudios, problemas de comprensión con los maestros y trastornos emocionales. Este contexto resalta la importancia de identificar, medir y actuar para mejorar la eficiencia terminal, mediante investigaciones que identifiquen los factores que originan esta problemática y contribuyan a la mejora del Sistema Educativo en el Nivel Medio Superior.

Esta comunicación presenta el resultado de una investigación con enfoque cuantitativo y tipología descriptiva, hecha en el Instituto de Enseñanza Abierta Unidad Saltillo, que desde 1974 es una opción educativa contemporánea de sistemas no escolarizados de la Universidad Autónoma de Coahuila, en México; con el objetivo de identificar las estrategias cognitivas y metacognitivas que utilizan los estudiantes del bachillerato abierto en la asignatura de Álgebra, durante el semestre agosto-diciembre de 2024.

Referencial teórico

Según Rigney (1978), las estrategias de aprendizaje son procedimientos que se aplican para apropiarse y rescatar el conocimiento adquirido. Monereo et al. (1994) afirman que las estrategias son fases para tomar decisiones, en las que el estudiante elige y recupera conocimientos para cumplir un objetivo. Diversos autores (Weinstein y Mayer, 1986; Schmeck, 1988; Schunk, 1991; Beltrán, 1993; Palmer y Goetz, 1988) subrayan la importancia de fomentar estas estrategias en las aulas, ya que muchos estudiantes no las emplean adecuadamente para lograr un aprendizaje significativo y mejorar su rendimiento académico.

Estrategias cognitivas

Son utilizadas para aprender, codificar, comprender y recordar información. Se dividen en tres tipos: de repetición o memoria, de elaboración (relacionando la información nueva con la existente) y de organización (combinando elementos en un todo). Monereo (1990) las define como responsables de funciones clave en el proceso de aprendizaje, ya que permiten la integración de la información percibida del entorno en el sistema cognitivo, facilitando su asimilación según cómo las estrategias cognitivas fijan la información.

Estrategias metacognitivas

El concepto de metacognición surgió con Tulving y Madigan (1970), quienes afirmaron que la memoria no solo almacena información, sino que también es consciente de los procesos de almacenamiento. Flavell (1979) profundizó en este concepto, definiéndolo como "la cognición sobre la cognición", es decir, el monitoreo de la memoria y los procesos cognitivos. Flavell clasifica la metacognición en dos tipos: el conocimiento metacognitivo (conocer y controlar los procesos cognitivos) y la experiencia metacognitiva (planificar, monitorear y evaluar estos procesos). Así, el estudiante puede analizar las técnicas que utiliza para aprender y aplicar el conocimiento.

Zimmerman y Martínez-Pons (1988) afirman que los estudiantes de mejor rendimiento académico emplean más estrategias de aprendizaje. La autorregulación no solo mejora su desempeño, sino que también fomenta una visión optimista del futuro, ya que les permite gestionar su aprendizaje y aplicar sus habilidades en diversos contextos (Zimmerman et al., 2005). Este enfoque es clave tanto para los jóvenes que continúan sus estudios como para aquellos que ingresan al mundo laboral.

Metodología

Esta investigación fue de enfoque cuantitativo y tipología descriptiva. La población correspondió a un censo de 219 estudiantes, 114 mujeres y 105 hombres, de entre 15 y 20 años, con inscripción vigente en el Instituto durante el semestre agosto-diciembre de 2024, que cursaban la asignatura de Matemáticas I. El instrumento de investigación fue propuesto y validado por García et al. (1988), que es una adaptación corta del Cuestionario de Motivación y Estrategias de Aprendizaje (Pintrich et al., 1991), con 40 ítems medidos en escala Likert de 5 puntos, donde: 1 es "nunca", 2 es "raramente", 3 es "a veces", 4 es "a menudo" y 5 es "siempre".

Este documento se centró en el análisis de la dimensión *Estrategias de Aprendizaje*, que se despliega en tres subdimensiones, Estrategias cognitivas y metacognitivas, administración de recursos y componentes de valor, de las que se presenta el análisis de la primera de éstas, mediante la medición de cuatro indicadores: elaboración, la organización, el pensamiento crítico y la autorregulación a la metacognición, que corresponden a diecinueve ítems.

El cuestionario se analizó mediante el coeficiente Alpha de Cronbach, midiendo la confiabilidad de la escala, cuyo valor arrojó un coeficiente de .870, lo que respalda una adecuada

consistencia interna, esto es, que ese valor es útil para realizar la confirmación que el modelo teórico que se representa a través del instrumento aplicado es válido en este contexto institucional.

La información recabada del instrumento de investigación se concentró en una matriz de datos, que fue analizada utilizando el software estadístico *Statistical Package for the Social Science* v25, IBM®SPSS®Statistics Versión 25.0 (IBM, 2017). Se realizó el análisis de frecuencias en cuanto al género de la población de estudio.

Se calculó la medida de la prueba de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) de adecuación de muestreo y la prueba de esfericidad de Bartlett, cuyo resultado respaldó realizar el análisis factorial exploratorio, con el fin de identificar las variables subyacentes de la dimensión de estudio, el cual consistió en cuatro fases: a) cálculo de la matriz que expresa la variabilidad del conjunto, b) extracción de factores, para el cual se seleccionó el de máxima verosimilitud, c) método de rotación de la solución factorial, que en este estudio no se aplicó ninguna y, d) estimación de la puntuación de las dimensiones resultantes. En las opciones para los valores perdidos, se reemplazaron por la media y se suprimieron los coeficientes con carga factorial menor a .30. Se consideró un porcentaje de varianza total explicada mayor o igual a 40%.

Para la descripción de las tendencias clave y con el fin de resumir los datos característicos de la muestra, se realizó un análisis descriptivo en el que se calcularon medidas de tendencia central, media, mediana y moda, además de medidas de variabilidad o dispersión de los datos, como la desviación estándar, el coeficiente de variación y el rango, y de manera complementariamente la curtosis y la puntuación Z.

Resultados

Análisis de frecuencias

En la Tabla 1 se ilustran los resultados del instrumento en cuanto al género de la población.

Tabla 1

Género de los estudiantes encuestados. Cantidad y porcentaje.

Población		
Género	f	%
Femenino	114	52
Masculino	105	48
Total	219	100

Fuente: encuesta privada. 2024.

Análisis factorial

De la prueba de KMO de adecuación de muestreo para revisar la idoneidad de los datos en relación con la proporción de variables causadas por factores subyacentes y se obtuvo un coeficiente de .834, valor que indicó que la matriz de datos fue válida para continuar con el

proceso del análisis factorial. También se realizó la prueba de esfericidad de Bartlett cuyo valor fue de .000 de significancia, lo que indicó el rechazo de la hipótesis nula de incorrelación entre variables. Ambos resultados demostraron que existen variables que se correlacionan moderadamente y además es que es posible comprimir los datos de una forma significativa. Posteriormente, se calculó la varianza total explicada, arrojando un valor del 40.56%.

Derivado de lo anterior, se presenta en la Tabla 2 el cálculo de las cargas factoriales de las variables encontradas de acuerdo con el criterio de inclusión (igual o mayor que .300).

Tabla 2
Análisis factorial

Variables	Factor 1
31. Siempre que leo, oigo una afirmación o conclusión en esta materia pienso en posibles alternativas.	.751
30. Intento aplicar lo aprendido de esta materia en otras actividades académicas, como un proyecto.	.635
22. Intento entender el contenido de Matemáticas haciendo conexiones entre lo que voy aprendiendo y el libro de texto.	.629
24. Relaciono mis ideas con lo que estoy aprendiendo.	.628
34. En una clase que me gusta, prefiero el material que me desafía para aprender cosas nuevas.	.519

Fuente: análisis privado, 2024.

De la información anterior, se pudo inferir que la variable 31 presenta la mayor carga factorial, que es bastante alta e indica que tiene una fuerte correlación lo sugiere que la capacidad de pensar en alternativas al leer o escuchar información está muy relacionada con el factor subyacente de las habilidades de análisis crítico. La variable 30 tiene una correlación moderadamente alta, indicando que la aplicación del aprendizaje en otras actividades académicas es un comportamiento asociado de manera relevante la transferencia de conocimientos. Las variables 22 y 24 sugirió una correlación moderada, indicando que la habilidad para hacer conexiones entre lo aprendido y el material del libro de texto, así como la habilidad de integrar y relacionar ideas con lo aprendido están asociadas con la comprensión profunda, la síntesis, reflexión y la conexión de conceptos. Por último, la variable 34 representa la carga factorial más baja del conjunto resultante, aunque sigue siendo significativa, la cual indicó que la preferencia por material desafiante está moderadamente relacionada con la autorregulación a la metacognición.

Análisis descriptivo

La Tabla 3 proporciona una visión general de los datos mediante el análisis descriptivo respecto a las cinco variables que resultaron del análisis factorial exploratorio.

Tabla 3
Análisis descriptivo de las cinco variables

Dimensión Estrategias de Aprendizaje	Media	Mediana	Moda	DS	K	Min	Máx	CV	Z
31. Siempre que leo, oigo una afirmación o conclusión en esta materia pienso en posibles alternativas.	3.42	3	3	.942	-.34	1	5	0.28	3.63
30. Intento aplicar lo aprendido de esta materia en otras actividades académicas, como un proyecto.	3.64	4	3	1.02	-.74	1	5	0.28	3.57
22. Intento entender el contenido de Matemáticas haciendo conexiones entre lo que voy aprendiendo y el libro de texto.	3.82	4	4	.87	-.65	1	5	0.23	4.39
24. Relaciono mis ideas con lo que estoy aprendiendo.	3.55	4	4	1.08	-.54	1	5	0.30	3.29
34. En una clase que me gusta, prefiero el material que me desafía para aprender cosas nuevas.	3.49	3	3	1.08	-.69	1	5	0.31	3.23

Fuente: análisis privado, 2024. D.S representa la desviación estándar, K la curtosis, CV el coeficiente de variación.

Del análisis descriptivo se estableció que la media, para todas las variables estudiadas, representa la importancia de conectar ideas y aplicar lo aprendido, y prefieren material desafiante, pero hay una ligera diferencia en el grado en que piensan en alternativas o se enfocan en ciertos aspectos del proceso de aprendizaje, como lo señala Monereo (1990). Por otro lado, La mediana de 4, para las variables 30, 22 y 24 indicó que la mayoría de los participantes tienden a estar "de acuerdo a menudo" con las afirmaciones planteadas. Es decir, al menos el 50% de los participantes tienen una respuesta igual o superior a cuatro, lo que muestra que el comportamiento y las actitudes descritas en las afirmaciones son, en general, positivas. En cuanto a la moda de 3 para las variables 31, 30 y, 34 indicó que la respuesta más común entre los participantes es "a veces" de acuerdo con las afirmaciones, para las variables 22 y 24, la moda fue de 4 lo que se interpretó como "a menudo" intentan entender el contenido de Matemáticas haciendo conexiones entre lo que van aprendiendo y el libro de texto y que relacionan sus ideas con lo que están aprendiendo.

Respecto a la desviación estándar, las afirmaciones relacionadas con *aplicar lo aprendido en proyectos, relacionar ideas y el material desafiante* mostraron una alta variabilidad en las respuestas, de lo que se dedujo que no todos los estudiantes abordan estas actividades de la misma manera, y que hay una gran diversidad de actitudes hacia la aplicación del conocimiento,

la integración de ideas y las preferencias por materiales desafiantes, lo que coincide con Zimmerman y Martínez-Pons (1988) en cuanto a la transferencia del conocimiento. En cuanto a las afirmaciones sobre *hacer conexiones con el libro de texto y pensar posibles alternativas* tuvieron la desviación estándar más baja, lo que indica que la mayoría de los estudiantes tienen respuestas similares y que esta práctica es comúnmente seguida entre ellos. La curtosis en todos los casos se clasificó como platicúrtica, lo que implicó que los estudiantes tuvieron opiniones y actitudes variadas, pero no extremas.

Los coeficientes de variación en estas variables estuvieron entre 0.23 y 0.31, lo que indicó que todas las variables tienen una dispersión relativamente baja en relación con la media: lo que implicó que la mayoría de los estudiantes tienden a tener respuestas similares en cuanto a cómo aplican lo aprendido, cómo entienden el contenido de matemáticas, cómo relacionan sus ideas y cómo prefieren el material desafiante. Todas las puntuaciones Z de las variables son altas, lo que significó que las respuestas estuvieron por encima de la media en cada uno de los casos, por tanto, los estudiantes tendieron a tener una actitud o comportamiento más marcado en relación con estas afirmaciones sobre su aprendizaje. La puntuación Z de 4.39, variable 22, fue especialmente significativa, ya que está muy por encima de la media y sugiere que una parte considerable de los estudiantes tiene un comportamiento muy marcado en cuanto a hacer conexiones con el contenido del libro de texto. Esto es atípico, indicando que una porción considerable de los estudiantes se aleja considerablemente de la media en esta variable.

Conclusiones

Los resultados revelan que los estudiantes del sistema abierto, en la asignatura de Matemáticas, tienden a incidir, principalmente, en pensar en posibles alternativas cuando leen o escuchan afirmaciones o conclusiones en esta materia, mostrando una inclinación notable en este aspecto. En segundo plano, intentan aplicar lo aprendido en otras actividades académicas, como proyectos, y se enfocan en entender el contenido de Matemáticas a través de conexiones con el libro de texto. Además, relacionan sus ideas con lo que aprenden, lo que refleja una tendencia generalizada a vincular su conocimiento. Por otro lado, en menor medida, prefieren el material desafiante cuando están en una clase que les gusta, lo que indica que, aunque este comportamiento está presente, no es tan prevalente como las otras actitudes relacionadas con el aprendizaje activo y la comprensión del contenido. Los indicadores, organización y pensamiento crítico, no resultaron en el análisis factorial, lo que significa que no se detectó asociación fuerte o subyacente a la dimensión analizada.

El uso de estrategias cognitivas y metacognitivas en conjunto permite que los estudiantes no solo aprendan matemáticas de manera más efectiva, sino que desarrollen habilidades para enfrentar problemas de manera autónoma, mejorar su comprensión y, sobre todo, lograr un aprendizaje más profundo y duradero, además que forman una parte esencial en su preparación para afrontar desafíos más complejos en su futura vida académica y profesional.

Este proyecto representa una contribución importante a la Educación Media Superior, ya que en la medida que se identifiquen las estrategias de aprendizaje que los estudiantes de bachillerato utilizan en Matemáticas, se creará la posibilidad a estudiantes, docentes, instituciones educativas, secretarías de educación o gobierno, de diagnosticar las causas de las

deficiencias en el rendimiento escolar de nuestra entidad y país respecto para, en consecuencia, implementar acciones que mejoren los logros en el aprendizaje.

Referencias y bibliografía

- Beltrán, J. (1993). *Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje*. Síntesis.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906–911. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906>
- Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia (2021) Educación: cada niño tiene derecho a aprender. <https://www.unicef.org/es/educacion>
- García, T., McKeachie, & Wilbert, J. (1988). Reliability and Predictive Validity of the Motivated Strategies for Learning Questionnaire –MSLQ [Abstract]. *Educational and Psychological Measurement*, 53 (3), 801-813. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED338122.pdf>
- Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación (2011). Educación no formal. <https://learningportal.iiep.unesco.org/es/glossary/educacion-no-formal>
- Monereo, C. (1990). Las estrategias de aprendizaje en la educación formal: enseñar a pensar y sobre el pensar. *Infancia y aprendizaje*, 13(50), 3-25. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=48347>
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2017). Directrices para mejorar la permanencia escolar en la educación media superior. <https://www.inee.edu.mx/directrices-para-mejorar/directrices-para-mejorar-la-permanencia-escolar-en-la-educacion-media-superior/>
- International Business Machines (2017). IBM SPSS Statistics for Windows, Version 25.0. Armonk. IBM Corp.
- a, C. (1990). Las estrategias de aprendizaje en la educación formal: enseñar a pensar y sobre el pensar. *Infancia y aprendizaje*, 13(50), 3-25. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=48347>
- Monereo, C. Castelló, M., Clariana, M., Palma, M. y Pérez, M. L. (1994). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en la escuela*. Graó.
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2019). Día Internacional de las Matemáticas. <https://www.unesco.org/es/days/mathematics>
- Palmer, J. D., & Goetz, E. T. (1988). Selection and use of study strategies: The role of the studier’s beliefs about self and strategies. En C.E. Weinstein, E.T. Goetz y P. Alexander (Eds.), *Learning and study strategies: Issues in assessment, instruction and evaluation* (pp. 77-100). Academic Press.
- Pintrich, P., Smith, D, García, T., & McKeachie, W. (1991). *A manual for the use of the Motivated Strategies for Learning Questionnaire (MSLQ)*. University of Michigan.
- Rigney, J. (1978). Learning strategies: a theoretical perspective. En O’Neil, H.F. (Ed.): *Learning strategies*. Academic Press.
- Schmeck, R. R. (1988). *An introduction to strategies and styles of learning*. En R. R. Schmeck (Ed.), *Learning strategies and learning styles*. Plenum Press.
- Schunk, D. H. (1991). *Learning theories. An educational perspective*. McMillan.
- Tulving, E., & Madigan, S. (1970). Memory and verbal learning. *Annual Review of Psychology*, 21, 437-484. <https://www.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev.ps.21.020170.002253>
- Weinstein, C. E., & Mayer, R. E. (1986). *The teaching of learning strategies*. En M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching*. McMillan.
- Zimmerman, B., Kitsantas, A., & Campillo, M. (2005). Evaluación de la Autoeficacia Regulatoria: Una Perspectiva Social Cognitiva. *Revista Evaluar*, 5(1), 01–21. <https://doi.org/10.35670/1667-4545.v5.n1.537>
- Zimmerman, B. J., & Martínez-Pons, M. (1988). Construct validation of a strategy model of student self-regulated learning. *Journal of Educational Psychology*, 80(3), 284–290. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.80.3.284>



Estructuras y Mecanismos mentales del concepto de permutación a través de la doble aplicación del ciclo de la Teoría APOE

Astrid Carolina **Archila**

Escuela de Matemáticas, Universidad Industrial de Santander

Colombia

astrid2238036@correo.uis.edu.co

Solange **Roa**

Universidad Industrial de Santander

Colombia

doraroaf@uis.edu.co

Resumen

El concepto de permutación es clave en diversas áreas de las Matemáticas, pero investigaciones en Educación Matemática revelan su complejidad para los estudiantes. Las dificultades surgen, por un lado, en las técnicas de conteo, donde se confunde con otros conceptos; por otro, en el álgebra moderna, debido a su alto nivel de abstracción y a la escasa comprensión de su equivalencia con las ordenaciones y funciones, en particular con las funciones biyectivas. Por ello, abordamos la permutación desde dos perspectivas: como ordenación y como función. Se realiza una descomposición genética basada en el diseño y la doble aplicación del ciclo de investigación APOE (Acción-Proceso-Objeto-Esquema). Este enfoque permitió concluir que el modelo cognitivo favorece la construcción del concepto de permutación mediante la coordinación de procesos asociados a la ordenación y a la función, lo que facilita una comprensión más profunda de su equivalencia estructural en el marco de la teoría APOE.

Palabras clave: Permutación; Teoría APOE; Ordenación; Función Biyectiva; Descomposición genética.

Definición y relevancia del problema

El interés de esta investigación se centra en diseñar una descomposición genética validada del concepto de permutación, que permita describir las estructuras y mecanismos mentales

construidos por estudiantes de la carrera de Matemáticas en un curso de Matemática computacional de una universidad pública en Colombia. El objetivo de esta investigación es que los estudiantes logren comprender el concepto de permutación tanto desde la ordenación como desde la función, de modo que puedan aplicarlo de manera significativa en otras áreas de su formación, como la combinatoria, la teoría de juegos, entre otras. Con base en la primera etapa del ciclo de investigación —el análisis teórico— y en particular a partir de la revisión histórico-epistemológica, se identifica que el concepto de permutación surge inicialmente como ordenación, en el contexto de las técnicas de conteo. A partir de su uso y evolución, se consolidan distintos tipos de permutaciones y definiciones equivalentes formuladas en términos de funciones y sus propiedades (Wilson y Watkins, 2013).

Bajo esta perspectiva, se presentan como resultados la descomposición genética validada del concepto de permutación, alcanzando una estructura de tipo proceso. Asimismo, se evidencia que para la construcción del modelo cognitivo fue fundamental la doble aplicación del ciclo de investigación de la Teoría APOE (Acción, Proceso, Objeto, Esquema), mediante la interacción continua entre sus tres etapas. También se destaca la incorporación de un nuevo instrumento metodológico, la observación directa, que permitió refinar y validar el modelo. Este instrumento representa un aporte significativo al desarrollo metodológico de la teoría APOE, al brindar mayor precisión en la caracterización de las construcciones cognitivas de los estudiantes.

Referencial teórico

Esta investigación se fundamenta en la Teoría APOE, la cual permite describir los preconceptos y las estructuras mentales necesarias en la construcción y comprensión del concepto de permutación. Este enfoque permite identificar niveles de comprensión alcanzados por los estudiantes, así como proponer estrategias y rutas de aprendizaje que favorezcan una apropiación significativa de nociones matemáticas (Arnon et al., 2014). La teoría postula que la comprensión de un concepto matemático se logra mediante la construcción de estructuras mentales: *Acciones*, *Procesos*, *Objetos* y *Esquemas*. Estas estructuras se desarrollan y articulan a través de mecanismos mentales como: *interiorización*, *encapsulación*, *coordinación*, *tematización*, entre otras.

Estructuras y Mecanismos mentales

Las estructuras y mecanismos se organizan y se reorganizan a partir de la experiencia de los estudiantes frente a nuevas situaciones matemáticas. La Figura 1, resume la interrelación entre las estructuras y mecanismos mentales, ilustrando el proceso no lineal mediante el cual se construye un concepto o noción matemática.

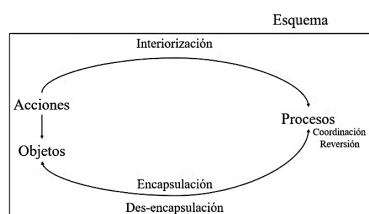


Figura 1. Estructuras y Mecanismos mentales de la Teoría APOE (Arnon et al., 2014)

Este proceso permite comprender las posibles rutas de construcción *Esquemas* mentales vinculados a conceptos matemáticos específicos. A continuación, se describen brevemente las estructuras mentales según la Teoría APOE, basadas en Arnon et al, 2014.

Acción: Se refiere a las transformaciones que un individuo puede realizar sobre objetos previamente construidos; es decir, operaciones mentales repetibles que modifican dichos objetos de alguna manera. Estas estructuras se desarrollan bajo la influencia de factores externos, requieren un proceso secuencial y no suponen necesariamente una reflexión consciente por parte del individuo.

Proceso: Es una estructura que permite al individuo reflexionar acerca de las Acciones que realiza. Comprende y describe el procedimiento; además, omite y revierte algunos pasos dentro de su ejecución. Esto permite que se interiorice las Acciones en Procesos.

Objeto: Es una estructura que se da cuando el individuo logra transformar una estructura dinámica en una estructura estática. Esto permite que el individuo reflexione sobre las operaciones aplicadas a un *Proceso*, toma el *Proceso* como una totalidad y se da cuenta de que las transformaciones pueden actuar sobre el objeto. Esto quiere decir, que el individuo encapsula el *Proceso* en un *Objeto*.

Esquema: Es una estructura compuesta por *Acciones*, *Procesos*, *Objetos* y otros *Esquemas* que están relacionados en la mente de un individuo en una estructura coherente y que pueden ser empleados en la solución de una situación problema que involucre esa área de las Matemáticas.

La construcción de estas estructuras y mecanismos mentales se describen mediante el diseño de un modelo cognitivo denominado descomposición genética. Este modelo cognitivo tiene como propósito describir una posible organización de las estructuras y mecanismos mentales para la construcción del concepto, por medio de una estructuración que orienta el aprendizaje de los estudiantes hacia los procesos de comprensión del concepto matemático.

Metodología de investigación

El desarrollo de esta investigación se centra en el diseño de una descomposición genética por parte de la investigadora que describe las estructuras y mecanismos mentales que evidencian estudiantes de cuarto semestre en adelante de la carrera de Matemáticas, al construir el concepto de permutación en un curso de Matemática computacional de una universidad pública de Colombia. El curso está a cargo de un docente externo a la investigación, quien, aunque no es conocedor de la Teoría APOE, permitió la observación de clases y la implementación de talleres diseñado por la investigadora con base en las estructuras y mecanismos mentales de la DGH_0 . Este docente, magister en Matemáticas, posee un conocimiento amplio del concepto de permutación, tanto desde la combinatoria como desde el álgebra moderna; es decir, comprende el concepto de manera equivalente como función y como permutación. Su colaboración facilitó el intercambio didáctico y teórico que contribuyó al diseño de talleres y tareas alineadas con el modelo cognitivo; con el objetivo de que los estudiantes construyeran esas estructuras y mecanismos para la comprensión del concepto de permutación.

La metodología se desarrolló siguiendo el ciclo de investigación propuesto por la Teoría APOE (ver Figura 2). El cual se aplicó dos veces, permitiendo una interacción continua entre sus etapas: Análisis Teórico, Diseño e implementación de instrumentos y Recolección y Análisis de Datos; con el fin de refinar el modelo cognitivo hipotético hasta alcanzar su mayor grado de validez.

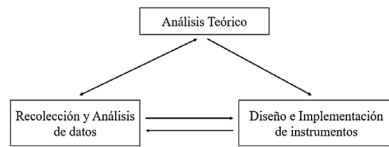


Figura 2. Ciclo de investigación de APOE (Arnon et al., 2014).

Este proceso fue representado por la investigadora mediante un espiral (ver Figura 3). El primero ciclo inicia con el Análisis Teórico 1 (AT_1) basado en la revisión histórico-epistemológica y la revisión de investigaciones previas se diseña el primer modelo cognitivo hipotético (DGH_0). A partir de este modelo se aborda el Diseño e implementación de instrumentos (DI_1), en esta segunda etapa se diseña una prueba diagnóstica (PD) y las primeras observaciones de clase (Ob_1). Estos instrumentos son analizados a la luz de la DGH_0 en la etapa de Recolección y Análisis de Datos (RD_1), en esta tercera etapa debido al análisis a posteriori de los instrumentos, se genera un refinamiento de la DGH_0 . La segunda aplicación del ciclo comenzó con el Análisis Teórico (DGH_1), que consolidó el modelo refinado (DGH_1), luego se diseña el primer taller (T_1) y se continua con la observación de clases (Ob_2) en la segunda etapa del segundo ciclo (DI_2). El análisis de estos instrumentos se desarrolla en la tercera etapa de la segunda aplicación del ciclo (RD_2) lo que lleva como resultado la validación de la DGH_1 . Así este espiral termina con el resultado de una Descomposición Genética Validada del concepto de permutación.

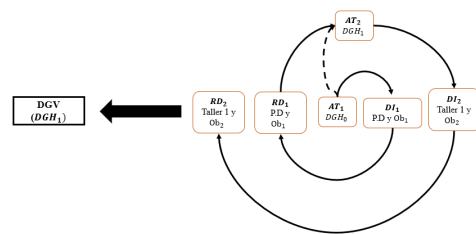


Figura 3. Aplicaciones del ciclo de investigación (Archila, 2025).

Resultados

La revisión histórico-epistemológica del concepto de permutación muestra que el concepto de permutación surge inicialmente como ordenación en las técnicas de conteo vinculada a contextos como la música, astrología; y luego se genera interés en el estudio de este concepto de manera que empiezan a buscar características y definiciones a partir de estas características (Wilson y Watkins, 2013). Con el tiempo, el concepto evoluciona hacia su definición como función biyectiva de un conjunto finito, donde el total permutaciones de n elementos distintos es igual al total de funciones biyectivas de un conjunto en sí mismo. Este tránsito permite concebir la permutación desde una equivalencia entre ordenación y función, lo cual fundamenta la

propuesta teórica de esta investigación. Las revisiones de investigaciones previas como los de Salgado (2007) y Asiala et al. (1998) confirman que el concepto de permutación puede comprenderse desde ambas perspectivas: como ordenación o como función biyectiva. Sin embargo, en estas investigaciones tiendes a abordarlo desde una sola de esas visiones, lo que refuerza la necesidad de proponer una construcción que articule ambas comprensiones como equivalente. A partir del Análisis Teórico 1 se diseña el primer modelo cognitivo (DGH_0), el cual se apoya de las estructuras previas como el Esquema de conjunto según Cabrera (2022) y el *Proceso* de función según Dubinsky et al. (2005^a, como se citó en Arnon et al., 2014). Las estructuras propuestas en el modelo cognitivo son las siguientes:

- La estructura *Acción* permite que el individuo determine el total de permutaciones de un conjunto finito mediante la construcción de cada permutación, esta construcción está condicionada por el tipo de representación (lista, diagrama de árbol, entre otras). En esta estructura los individuos pueden hacer uso de fórmulas que recuerden sobre las técnicas de conteo, sin distinguir o diferenciar sus características; de manera que las utilizan mecánicamente sin ningún cuestionamiento.

- En la estructura *Proceso*, el individuo logra encontrar el número total de permutaciones como un producto; es decir, determina el total de permutaciones mediante la forma $n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 1$. Así el individuo estructura el *Proceso* como resultado de la interiorización de las *Acciones* lo que le permite construir el concepto como una función biyectiva de un conjunto finito en sí mismo, entendiendo las características del orden, tamaño y la no repetición por medio de las propiedades de las funciones.

- En la estructura *Objeto*, el individuo adapta las propiedades de funciones hacia las permutaciones, lo que le permite realizar y entender la composición de permutaciones, determinar la inversa de una permutación como otra permutación, realizar el soporte de una permutación y a partir de esto caracterizarlas como permutaciones pares o impares.

Con base en la DGH_0 , se diseña una prueba diagnóstica conformada por seis tareas que se diseñan con respecto a las estructuras previas y las estructuras (descritas en Archila, 2025). Esta prueba diagnóstica tiene como objetivo determinar a la luz de las estructuras y mecanismos mentales planteados en la DGH_0 si los estudiantes evidencian una estructura *Proceso* a partir de la interiorización de la estructura *Acción*, que consta del uso de los diferentes tipos de representaciones que tiene el concepto. Además, se realiza la observación de clase directa semiestructurada con base en las estructuras y mecanismos mentales descritos en la DGH_0 . Estos instrumentos se recolectan y se revisan todas las respuestas de los estudiantes y son analizadas a la luz de la DGH_0 en la tercera etapa del primer ciclo, en la prueba diagnóstica se analiza cada tarea teniendo en cuenta que estructura se utiliza para el desarrollo de cada tarea, y en la observación de clase se seleccionan fragmentos de clases que la investigadora consideró útil, ya que el profesor hace énfasis en el concepto como una equivalencia entre las ordenaciones y las funciones. A continuación, se muestra el análisis de algunas tareas y de algunos fragmentos de clase, los cuales nos permitieron refinar la DGH_0 .

El análisis de la prueba diagnóstica nos permite observar que los estudiantes hacen uso de algunas representaciones como las tablas de contingencia para abordar las tareas sobre el

concepto (ver Figura 4). El uso de estas representaciones según la DGH_0 hace referencia a las *Acciones*; de esta manera, se observa que a partir de estas *Acciones* algunos estudiantes lograron la interiorización de ellas, lo que les permitió encontrar características importantes en cada tarea, y así abordaran la tarea por medio de algún algoritmo o fórmula (ver Figura 4).

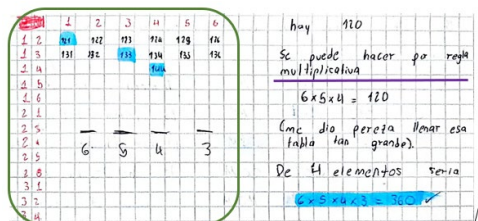


Figura 4. Solución de un estudiante de la Tarea 4 a partir de la interiorización de Acciones (Archila, 2025).

Esta prueba diagnóstica también se enfoca en cómo los estudiantes entienden el concepto de permutación por medio de una función biyectiva, el análisis de estas tareas nos permitió observar que la mayoría de los estudiantes identifican la permutación como una función sin importar la notación, ya que identifican correctamente el codominio y las imágenes, comprendiendo el concepto a partir de movimientos mentales. Esto le permite a los estudiantes poder representar el concepto en diferentes notaciones como la de ciclo y la notación en forma de dos pisos (ver cuadro verde de la Figura 5) y representarla como funciones de un conjunto en sí mismo mediante la definición conjuntista (ver subrayado azul de la Figura 5).

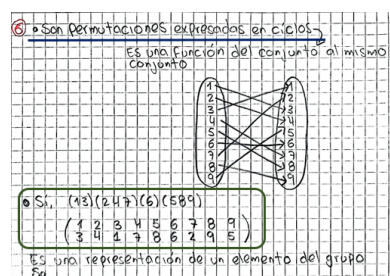


Figura 5. Solución de un estudiante abordando la Tarea 6 (Archila, 2025).

El análisis de estos instrumentos a la luz de la DGH_0 muestra que los estudiantes llegan a concebir la permutación como función (ver Figura 5) y hacen uso de los diferentes tipos de representaciones para encontrar características y así llegar al número total de permutaciones (ver Figura 4); sin embargo, en la DGH_0 solo se estaba teniendo en cuenta la permutación sin repetición y en la prueba diagnóstica se estaba haciendo uso de otros tipos de permutaciones, como en la Tarea 4 (ver Figura 4) se hace uso de las permutaciones de un subconjunto, las cuales no se estaban describiendo en el modelo cognitivo. Además, el análisis de la observación de clase nos reafirma que en el concepto de permutación se definen los diferentes tipos de permutación y en el primer modelo cognitivo diseñado no se tenían en cuenta ciertos tipos de permutaciones. Tampoco se había tenido en cuenta que los tipos de permutaciones se pueden derivar a partir de la permutación como función biyectiva de un conjunto finito en sí mismo, teniendo en cuenta las características y entendiendo estas características de forma equivalente con algunas propiedades de las funciones; por ejemplo, la no repetición entenderla como la inyectividad de una función, ya que envía un elemento del dominio a un solo elemento del rango.

El profesor empieza definiendo las permutaciones sin repetición como una productoria y muestra la equivalencia de esta definición por medio de funciones biyectivas y dando dos ejemplos de este concepto tanto como ordenación o distribución y como función (ver Figura 6).

Permutaciones	Permutaciones factoriales
Si queremos contar el número de n-arreglos sin repetición de n objetos, consideramos estos, solo difieren entre sí por el orden de los elementos. Estos n-arreglos son llamados Permutaciones y el total de permutaciones es:	$P: X \rightarrow X$ biyectiva $\rightarrow$ Permutación $P \mapsto (F(x_1), F(x_2), \dots, F(x_n))$ donde: $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
$P_n = n! = A_n^n = \prod_{i=1}^n (n-i+1) = n(n-1)(n-2) \dots 2 \cdot 1$	Ejemplo: Sea $X = \{a, b, c, d\}$ una permutación $P: X \rightarrow X$, podría ser: $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & c & d \end{pmatrix}$
Ejemplo (Problema Torres): CÓMO muchas maneras se pueden colocar 8 torres en el tablero de ajedrez de forma que ninguna pueda atacar a la otra desde su posición. Solución: Debemos seleccionar un n-arreglo sin repetición $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ donde las a_i son índices de las columnas para el índice $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. Se selecciona la columna j tal que no hay una torre en (i, j) . $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \rightarrow (1, 5, 1, 0, 4, 7, 3, 6)$ $P_8 = 8!$	

Figura 6. Definición con fórmula y ejemplo del concepto de permutación (Archila, 2025).

Mediante el concepto y la fórmula de permutación de un conjunto de n elementos diferentes, el profesor explica cómo se puede entender el concepto de permutaciones con repetición o permutaciones de un multiconjunto, esto permite que los estudiantes comprendan como se deriva la fórmula de permutaciones de un multiconjunto a partir del total de permutaciones de un conjunto de n elementos diferentes, teniendo en cuenta las características de este tipo de permutación, que son la repetición y el orden; para esto, el profesor muestra un ejemplo de este tipo de permutación con el objetivo de que los estudiantes comprendan las características por medio de las propiedades de las funciones (ver Figura 7).

Permutaciones con repetición	Ejemplo:
Se tienen objetos de k tipos ¿cuántas permutaciones se pueden hacer tomando n_1 objetos del primer tipo, n_2 objetos del segundo tipo, ..., n_k objetos del k-ésimo tipo?	¿Cuántas palabras se pueden escribir con las letras de la palabra MISSISSIPPI?
Solución: El número de elementos de una permutación de estos es $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$. Si $k = n$, entonces todos los objetos serán diferentes y el número de estas permutaciones es $P_n = n!$. Si en un arreglo intercambiamos dos objetos del mismo tipo, no obtenemos un nuevo arreglo. Dado un arreglo de objetos de k tipos, el número de permutaciones como aplicación que dejan invariante a dicho arreglo es $n_1! n_2! \dots n_k!$. Así concluimos que el número de permutaciones con repetición en k tipos es $\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} = P(n, n_1, n_2, \dots, n_k)$	Solución: $n_1 = 1, n_2 = 4, n_3 = 4, n_4 = 2$; entonces $n = 1 + 4 + 4 + 2 = 11$ y $P(n, n_1, n_2, n_3, n_4) = \frac{11!}{1! 4! 4! 2!} = 34650$

Figura 7. Construcción de la fórmula de permutación con repetición a partir de la permutación sin repetición (Archila, 2025).

Como resultado del análisis de la observación de clase con base en el modelo cognitivo DGH_0 se identifica que existen otros tipos de permutaciones que no se estaban teniendo en cuenta y que son importantes para la construcción y comprensión del concepto de permutación. Además, gracias a las clases del profesor, se observa que a partir de la permutación sin repetición se pueden derivar y comprender las fórmulas del total de todos los tipos de permutaciones, ya que el explica cómo se deriva la fórmula de las permutaciones con repetición a partir de la permutación sin repetición identificando las características y haciendo uso de las propiedades de las funciones (ver Figura 7).

El resultado de la primera aplicación del ciclo nos permite llegar a un refinamiento del primer modelo cognitivo denominado DGH_1 , el cual se diseña teniendo en cuenta los resultados del análisis de la prueba diagnóstica y la observación de clase que se mencionó anteriormente. En este nuevo modelo cognitivo hipotético, el concepto se construye mediante dos tipos de *Acciones* que se interiorizan en dos *Procesos*, el *Proceso* de ordenación y el *Proceso* de función biyectiva, las cuales se coordinan para construir la estructura *Proceso* de permutación. En la Figura 8 se observan la estructuras y mecanismos mentales para la construcción del concepto de permutación, en este caso hasta la estructura *Proceso*.

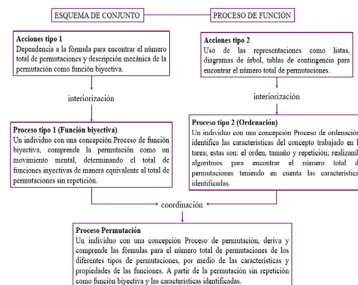


Figura 8. Refinamiento de la DGH_0 denominada DGH_1 (Archila, 2025).

Conclusiones

El modelo cognitivo refinado de la Figura 8, el cual fue validado en la investigación de Archila (2025) describe las posibles estructuras y mecanismos mentales que debe realizar un estudiante para construir y comprender el concepto de permutación. Este modelo cognitivo nos muestra que es importante comprender el concepto por medio de la equivalencia de las definiciones de ordenación y función, ya que permite que los estudiantes hagan uso del concepto para diferentes contextos o áreas. Por ejemplo, la comprensión de todos los tipos de permutaciones como funciones son de utilidad en áreas como el álgebra abstracta, ya que ayuda en la comprensión de otros conceptos como simetría, grupo de permutaciones, entre otros. En áreas como la estadística hacer uso del concepto de permutación teniendo en cuenta las características les permite abordar el concepto para hallar otros conceptos como la probabilidad, comprender el concepto de combinación, entre otros.

Referencias y bibliografía

- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. Springer.
<https://doi.org/10.1007/978-1-4614-7966-6>
- Archila, A. (2025). *Construcción del concepto de permutación en estudiantes de matemáticas desde la perspectiva de la Teoría APOE* [Tesis de Maestría, Universidad Industrial de Santander]
<https://noesis.uis.edu.co/handle/20.500.14071/44962>
- Asiala, M., Kleiman, J., Brown, A., & Mathews, D. (1998). The Development of Students' Understanding of Permutations and Symmetries. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3(1), 13-43.
<https://doi.org/10.1023/a:1009738109343>
- Salgado, H.M. (2007). *Conteo: Una propuesta didáctica y su análisis* [Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional]
- Wilson, R & Watkins, J. (2013). *Combinatorics: ancient & modern*. OUP Oxford.



Factores sociales asociados al rendimiento académico de estudiantes universitarios: Un estudio de regresión múltiple

Jairo A. Ayala Godoy

Instituto de Estadística y Sistemas Computadorizados de Información, Facultad de Administración de Empresas, Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras
Puerto Rico

jairoarturo.ayala@upr.edu

Daiver Vélez Ramos

Instituto de Estadística y Sistemas Computadorizados de Información, Facultad de Administración de Empresas, Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras
Puerto Rico

daiver.velez@upr.edu

Rafael Aparicio Cuello

Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Ponce
Puerto Rico

rafael.aparicio@upr.edu

Resumen

La preparación académica con la que ingresan los estudiantes a la Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras (UPRRP), ha mostrado un descenso en los últimos años, planteando desafíos para fortalecer sus destrezas básicas. Este estudio se realizó como un estudio piloto tomando particularmente los estudiantes de nuevo ingreso en la Facultad de Administración de Empresas (FAE) y tuvo como objetivo identificar los factores sociales asociados al rendimiento académico. Se utilizó una metodología cuantitativa de corte transversal con análisis de regresión lineal múltiple, entre los años académicos 2018–2019 y 2022–2023. Entre los principales predictores se identificaron el GPA de escuela superior, los puntajes del College Board, el acceso a becas, el sexo y el tipo de escuela. Se observaron diferencias por cohorte, siendo destacable el rendimiento superior en la cohorte 2020–2021. Los hallazgos aportan evidencia para orientar políticas académicas diferenciadas según el perfil del estudiante.

Palabras clave: Diseño transversal; Estudiantes universitarios; Factores sociales; Puerto Rico; Rendimiento académico; Regresión múltiple.

Definición y relevancia del problema

El análisis del rendimiento académico en la educación superior ha cobrado relevancia frente a los retos que enfrentan los estudiantes de nuevo ingreso para adaptarse a los entornos universitarios. Diversas investigaciones en América Latina han demostrado que factores sociales como el tipo de escuela, el nivel educativo y ocupacional de los padres, el género, la condición socioeconómica y la región de procedencia inciden significativamente en el desempeño estudiantil (Garbanzo, 2013, 2014; Alvarado et al., 2018; Montalvo & Garay, 2021). A través de modelos de regresión múltiple, estos estudios han logrado cuantificar la magnitud de dichas asociaciones, evidenciando desigualdades que limitan la equidad educativa.

En Puerto Rico, la literatura sobre este tema aún es limitada, particularmente en lo que respecta a estudios empíricos aplicados a poblaciones universitarias específicas. Investigaciones recientes han señalado una disminución en las destrezas básicas, especialmente en matemáticas, lo que afecta negativamente el rendimiento de los estudiantes en cursos claves del currículo (Morales-Reyes et al., 2022; Segarra, 2020). Un estudio reciente de Vélez-Ramos et al. (2024) realizó un análisis exploratorio de datos sociales asociados al rendimiento académico en la Facultad de Administración de Empresas de la UPRRP, identificando diferencias entre subgrupos mediante técnicas descriptivas y de minería de datos. El presente trabajo amplía dicho enfoque al utilizar modelos de regresión múltiple y análisis por cohorte, con el objetivo de establecer relaciones estadísticas más precisas entre variables predictoras y el rendimiento académico.

Preguntas de investigación

- ¿Qué factores sociales se asocian significativamente con el rendimiento académico de los estudiantes de nuevo ingreso en la FAE-UPRRP?
- ¿Cómo varía el efecto de estos factores a lo largo las cohortes 2018-2019 hasta 2022-2023?

Objetivo general

Identificar y analizar los factores sociales asociados al rendimiento académico de estudiantes de nuevo ingreso en la Facultad de Administración de Empresas de la UPR-Río Piedras, utilizando un modelo de regresión múltiple.

Objetivos específicos

1. Explorar el comportamiento del rendimiento académico según variables sociales clave (tipo de escuela, género, ocupación de los padres, etc.).
2. Evaluar el impacto de cada factor en el rendimiento académico utilizando regresión múltiple.
3. Comparar los patrones encontrados entre los distintos años académicos.

Referencial teórico

El rendimiento académico ha sido objeto de múltiples estudios en el ámbito de la educación superior, donde se le reconoce como un fenómeno complejo determinado por la interacción de variables personales, sociales, pedagógicas e institucionales. Desde una perspectiva cuantitativa, se ha buscado identificar patrones que expliquen el éxito o rezago académico, recurriendo con frecuencia a modelos de regresión múltiple que permiten valorar el efecto individual y combinado de diversos predictores (Garbanzo, 2014; Zulkifli et al., 2019).

En América Latina, Garbanzo (2013, 2014) plantea que el rendimiento académico de los universitarios puede explicarse por factores como el nivel educativo y ocupacional de los padres, el tipo de institución educativa de procedencia, la situación socioeconómica, el género y la motivación estudiantil. Alvarado et al. (2018), en un estudio con estudiantes de Contabilidad y Auditoría en Santo Domingo, destacan también el impacto del entorno socioeconómico y familiar en el rendimiento. A nivel metodológico, estos estudios han demostrado la utilidad del análisis de regresión múltiple como herramienta para identificar las variables más influyentes.

En Puerto Rico, la evidencia empírica es más limitada, aunque algunos trabajos recientes han documentado la influencia de factores sociales en el desarrollo de competencias académicas específicas. Morales-Reyes et al. (2022) analizaron la relación entre género, escuela de procedencia y desempeño en destrezas de español, mientras que Segarra (2020) examinó los factores que inciden en el rendimiento en escuelas públicas. Sin embargo, aún no se cuenta con suficientes investigaciones que aborden de manera sistemática los predictores sociales del rendimiento general universitario en contextos como el de la Facultad de Administración de Empresas del Recinto de Río Piedras.

Desde el punto de vista metodológico, los modelos de regresión múltiple han sido ampliamente utilizados en el estudio del rendimiento académico debido a su capacidad para incorporar múltiples variables independientes y evaluar sus efectos simultáneos sobre una variable dependiente continua, como el índice de promedio académico (GPA). Esta técnica permite controlar la colinealidad entre predictores y explorar interacciones, lo que la hace especialmente útil en estudios con múltiples dimensiones sociales y educativas (Wan et al., 2021; Zulkifli et al., 2019). En este estudio, se retoman estos aportes conceptuales y metodológicos para analizar cómo factores sociales específicos, incluyendo género, tipo de escuela, ocupación de los padres, estatus de dependencia económica y cohorte académica, inciden en el rendimiento académico de estudiantes de nuevo ingreso en la FAE. Esta aproximación permitirá no solo identificar relaciones significativas, sino también establecer prioridades de intervención para mejorar los resultados académicos desde una perspectiva de equidad.

Método y desarrollo conceptual

Tipo de investigación

Se empleó un enfoque de investigación cuantitativo inferencial de diseño transversal. La recolección de información se realizó a través de 3 oficinas de la Universidad, el Registrador, la División de Investigación y Evaluación Institucional (DiiA) y Asistencia Económica. Se

aplicaron herramientas de análisis de regresión para determinar la significancia y el impacto de los diferentes factores sociales sobre el rendimiento académico del primer semestre (GPA).

Participantes

La base de datos quedó compuesta por 2,285 estudiantes de nuevo ingreso matriculados entre los años académicos 2018-2019 y 2022-2023. Se recopilaron datos demográficos, socioeconómicos y educativos de estos estudiantes, pertenecientes a los distintos programas de la FAE. En la Tabla 1 y 2 se puede observar la frecuencia de estudiantes admitidos por programa y por cada año académico, respectivamente. La totalidad de los casos disponibles fue considerada, por lo que no se realizó muestreo.

Tabla 1
Frecuencia de estudiantes admitidos por programa.

Programa	Frecuencia
Programa general	275
Contabilidad	768
Economía	95
Finanzas	292
Estadística aplicada	30
Sistemas de información	170
Recursos humanos	158
Mercadeo	318
Operaciones y cadena de suministros	104
Gerencia de oficina	75
Total	2285

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2
Frecuencia de estudiantes admitidos por año académico.

Año académico	Frecuencia
2018-2019	464
2019-2020	451
2020-2021	463
2021-2022	489
2022-2023	418
Total	2285

Fuente: Elaboración propia.

Variables

La **variable dependiente** fue el rendimiento académico medido mediante el promedio general (GPA) de los estudiantes durante su primer semestre. Las **variables independientes** incluyen:

- Género (femenino, masculino).
- Año académico de ingreso.
- Tipo de escuela superior (pública o privada).
- Región educativa (clasificación oficial del Departamento de Educación de Puerto Rico).
- Programa académico.
- Condición de dependencia económica (dependiente o independiente).
- Ocupación del padre y de la madre.
- Educación del padre y de la madre.
- GPA de escuela superior.
- Beca (estudiante recibió algún tipo de beca o no).
- Puntuaciones de aptitud en matemáticas y verbal del College Board.

Análisis realizado

El análisis estadístico se centró exclusivamente en la aplicación de modelos de regresión lineal múltiple, con el objetivo de identificar qué factores sociales se asocian significativamente con el rendimiento académico de los estudiantes de nuevo ingreso. Todo el análisis fue realizado utilizando el software estadístico R, versión 4.5.

Se verificaron los supuestos del modelo: linealidad, normalidad de los residuos, homocedasticidad y ausencia de multicolinealidad. La selección del modelo final se basó en el criterio de información de Akaike (AIC), utilizando procedimientos automatizados. El modelo general se representa mediante la siguiente estructura funcional:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

donde y es el promedio general (GPA), β_0 es el intercepto, β_i son los coeficientes de las variables predictoras asociadas a cada variable x_i y ε representa el término de error.

Se interpretaron los coeficientes estimados para determinar la dirección y magnitud del efecto de cada variable explicativa sobre el GPA, y se reportó el coeficiente de determinación ajustado (R^2 ajustado) como indicador del poder explicativo del modelo.

Resultados

Modelo general

Se ajustó un modelo de regresión lineal múltiple de forma global para todos los años para analizar el efecto conjunto de factores sociales sobre el rendimiento académico de estudiantes de nuevo ingreso. El modelo explicó aproximadamente un 28.7 % de la variabilidad del GPA (R^2 ajustado = 0.2865), lo cual es considerado adecuado en estudios educativos (Pedhazur, 1997; Garbanzo, 2014), dado el carácter multifactorial del fenómeno. La prueba F fue significativa ($p < 0.001$), indicando que el conjunto de predictores tiene un efecto global sobre la variable dependiente. Los resultados revelaron los siguientes efectos significativos ($p < 0.05$):

- GPA en escuela superior fue el predictor más fuerte ($\beta = 1.218$), indicando que un punto adicional en el GPA escolar se asocia con un incremento promedio de 1.22 puntos en el GPA universitario.
- Resultados del College Board: puntaje verbal ($\beta = 0.003$) y puntaje en matemáticas ($\beta = 0.001$) también estuvieron positivamente asociados con el rendimiento académico.
- Acceder a una beca se asoció con un mayor rendimiento académico ($\beta = 0.397$).
- Ser hombre estuvo asociado con un menor GPA ($\beta = -0.172$).
- Estudiantes de escuelas públicas mostraron un GPA inferior en promedio ($\beta = -0.121$).
- En términos de programas académicos:
 - Gerencia de Oficina obtuvieron un efecto positivo ($\beta = 0.659$).
 - Gerencia en Operaciones también mostraron un efecto positivo ($\beta = 0.344$).
- En cuanto a los años académicos:
 - La cohorte 2020–2021 presentó un aumento significativo en el rendimiento ($\beta = 0.336$), posiblemente relacionado con la pandemia.
 - La cohorte 2022–2023 tuvo un descenso leve pero significativo ($\beta = -0.136$), posiblemente relacionado con el regreso presencial a la universidad.
- Respecto a la escolaridad materna, tener un doctorado se asoció con un rendimiento más alto ($\beta = 0.475$).

Se verificaron los supuestos del modelo. Los residuos mostraron distribución aproximadamente simétrica y sin patrones evidentes de heterocedasticidad. Aunque la prueba de normalidad (Shapiro-Wilk) fue significativa, la inspección gráfica no reveló violaciones sustanciales. El análisis de colinealidad arrojó factores de inflación de la varianza (VIF) aceptables para la mayoría de las variables, aunque con valores elevados en algunas categorías de escolaridad, lo que sugiere redundancia, pero no afecta la estabilidad del modelo.

Modelos por año académico

Para explorar si los efectos de los predictores variaban entre cohortes, se ajustaron modelos de regresión lineal independientes para cada año académico, desde 2018–2019 hasta 2022–2023. En general, se observaron patrones consistentes con el modelo global, aunque con diferencias en significancia estadística y magnitud de los efectos. Los hallazgos más relevantes se listan a continuación:

- El efecto positivo del GPA en escuela superior se mantuvo significativo y fuerte en todos los años.
- Los resultados del puntaje verbal del College Board se mantiene como predictor significativo y posocito en todos los años académicos. De forma similar, el puntaje de matemáticas fue significativo en tres de los cinco años, mostrando mayor estabilidad en los extremos (2018–2019, 2019–2020 y 2022–2023).
- El haber recibido una beca tuvo un efecto consistentemente positivo en los primeros tres años (2018–2021), aunque su impacto disminuyó en los años siguientes, siendo marginal en 2021–2022 y no significativo en 2022–2023. Esto podría deberse a cambios institucionales o de perfil en los estudiantes beneficiarios.
- El sexo masculino se asoció consistentemente con menor rendimiento, aunque su significancia varió según el año.
- La variable nivel educativo de la madre (doctorado) no fue significativa únicamente en 2019–2020, lo que sugiere una relación específica en esa cohorte que merece ser explorada más a fondo.
- En el año 2020–2021, el modelo explicó una mayor proporción de la varianza y mostró efectos positivos más marcados de los puntajes College Board y las becas, lo que sugiere un cambio en las condiciones académicas durante la pandemia.

Conclusiones

Los resultados obtenidos permiten concluir que el rendimiento académico de los estudiantes de nuevo ingreso en la Facultad de Administración de Empresas está influido por una combinación de factores académicos, sociales y económicos. En particular, el rendimiento previo en escuela superior, los puntajes del College Board, el sexo, el tipo de escuela de procedencia y el acceso a becas demostraron tener un efecto significativo sobre el GPA del primer semestre. Estas variables, junto con el programa académico y el año de ingreso, explican cerca del 29 % de la variabilidad del desempeño académico, lo cual es consistente con estudios previos en contextos similares.

El análisis desagregado por cohorte permitió identificar que algunos efectos son estables a lo largo de los años, mientras que otros varían de acuerdo con el contexto institucional o social, como es el caso del efecto de la pandemia en la cohorte 2020–2021. Desde una perspectiva institucional, los hallazgos destacan la importancia de fortalecer los mecanismos de apoyo financiero y académico para estudiantes provenientes de contextos menos favorecidos, así como monitorear las trayectorias de rendimiento para anticipar posibles rezagos. El uso de modelos de regresión en la evaluación de políticas académicas ofrece una herramienta poderosa para la toma de decisiones informada.

Finalmente, este estudio aporta evidencia empírica para sustentar acciones de mejora institucional y futuras investigaciones orientadas a optimizar el rendimiento académico desde un enfoque integral.

Agradecimientos

Agradecemos al programa de Fondos Institucionales para la Investigación (FIPI) del

Decanato de Estudios Graduados e Investigación (DEGI) de la UPRRP. De igual manera, agradecemos a la Oficina del Registrador, a la División de Investigación Institucional y Avalúo (DiiA) bajo el Decanato de Asuntos Académicos (DAA), y a la Oficina de Ayuda Económica Estudiantil, por su colaboración y disposición en la recopilación de los datos.

Referencias

- Alvarado, J., Ube, J., Cañizares, F., & Martínez, Z. (2018). Los factores socioeconómicos: ¿inciden en el rendimiento académico de los estudiantes universitarios? *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, 6, Artículo no. 8. Recuperado de <https://dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/540>
- Garbanzo Vargas, G. (2013). Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios: una reflexión desde la calidad de la educación superior pública. *Educación*, 37(1), 27-48. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/440/44031103.pdf>
- Garbanzo Vargas, G. (2014). Factores personales, sociales e institucionales que inciden en el rendimiento académico en estudiantes universitarios costarricenses. *Revista Electrónica Educare*, 18(1), 87-110. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/1941/194129710006.pdf>
- Montalvo, J. D., & Garay, L. J. (2021). Análisis de los factores que inciden en el rendimiento académico de los estudiantes de educación básica en Colombia. *Revista de Investigación Educativa RIE*, 39(1), 123-140. <https://doi.org/10.6018/rie.398611>
- Morales-Reyes, A., Rodríguez, M., & Pérez, L. (2022). Influencia del género, estatus socioeconómico y tipo de escuela en las habilidades de comprensión lectora de estudiantes puertorriqueños. *Revista de Estudios Educativos*, 29(2), 45-67. <https://doi.org/10.5209/rees.74652>
- Segarra, A. (2020). Factores que influyen en el rendimiento académico en escuelas públicas de Puerto Rico. *Revista de Educación de Puerto Rico*, 4(1), 23-38. Recuperado de <https://revistas.upr.edu/index.php/educacion/article/view/17589>
- Vélez-Ramos, D., Ayala-Godoy, J.A., Aparicio, R., Castrillón-Velandia, O., & Flórez, E. (2024). Statistical analysis of social factors influencing academic performance at the University of Puerto Rico's Business Faculty. *ADGNOSIS*, 13 (14), 19. <https://doi.org/10.21803/adgnosis.13.14.818>
- Wan, A. I. B., Khairul Akmal, S. N. A. B., Azizan, N. F. B., Wani, S., Hamal, A. Q., & Muhammad, A. H. (2021). *Factors Affecting Student's Academic Performance. International Journal on Perceptive and Cognitive Computing (IJPCC)*, 7(1), 1-7 <https://journals.iium.edu.my/kict/index.php/IJPCC/article/view/228>
- Zulkifli, F., Mohamed, Z., & Azmee, N. A. (2019). Systematic Research on Predictive Models on Students' Academic Performance in Higher Education. *International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE)*, 8(2S3), 358-364. <https://doi.org/10.35940/ijrte.B1061.0782S319>



Funções Geradoras no Ensino de Matemática: Uma revisão sistemática de dissertações do PROFMAT

Alexandre Xavier **dos Santos**

Universidade Franciscana

Brasil

alexandrexs@gmail.com

Vanilde **Bisognin**

Universidade Franciscana

Brasil

vanilde@ufn.edu.br

Resumo

Este estudo apresenta uma revisão sistemática de dissertações do PROFMAT que abordam o uso de funções geradoras no ensino de Matemática. As funções geradoras são ferramentas fundamentais para a análise combinatória e a resolução de problemas de contagem, mas sua presença no currículo escolar ainda é limitada. A pesquisa analisou quinze dissertações, categorizando-as conforme suas abordagens metodológicas e público-alvo. Os trabalhos foram divididos entre aqueles que propõem sequências didáticas e os que servem como material teórico sobre o tema. A revisão seguiu uma abordagem qualitativa, utilizando critérios rigorosos de seleção e análise. Os resultados indicam que, embora haja uma preocupação crescente em integrar funções geradoras ao ensino, poucas dissertações implementam suas propostas em sala de aula ou as relacionam a teorias de aprendizagem. Conclui-se que a inclusão estruturada desse conceito pode fortalecer o ensino da Matemática, promovendo novas estratégias para o desenvolvimento do pensamento combinatório.

Palavras-chave: Análise Combinatória; Funções Geradoras; Ensino de Matemática; PROFMAT; Revisão Sistemática.

Introdução

As funções geradoras são ferramentas fundamentais na Matemática discreta, permitindo a resolução sistemática de problemas de contagem e análise combinatória. Apesar de sua

importância da análise combinatória, sua presença na educação básica ainda é limitada a abordagens mais elementares, como o princípio multiplicativo e técnicas básicas de agrupamentos. Embora a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) enfatize o pensamento combinatório, a falta de aprofundamento no ensino desse conceito pode restringir a capacidade dos alunos de lidar com problemas mais complexos, dificultando sua transição para uma abordagem algébrica e formal.

No ensino superior, a análise combinatória continua sendo um desafio tanto para estudantes quanto para professores em formação. Pesquisas apontam que licenciandos em Matemática enfrentam dificuldades conceituais, muitas vezes limitando-se a métodos mecânicos sem compreensão aprofundada das estruturas envolvidas. Estudos como os de Santos-Wagner, Bortoloti e Ferreira (2013) indicam que esses alunos demonstram dificuldades em conceitos fundamentais, enquanto Zanon (2019) identifica fragilidades na formação conceitual sobre arranjos, permutações e combinações, evidenciando a necessidade de estratégias mais eficazes para o ensino desse tema.

O PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), voltado para a formação continuada de professores da educação básica, busca fortalecer o conhecimento matemático docente e promover o desenvolvimento de materiais e metodologias inovadoras. Nesse contexto, analisar as dissertações do PROFMAT que tratam de funções geradoras pode oferecer uma visão sobre como esse conceito tem sido abordado na formação de professores e na aplicação didática desse conhecimento.

Este estudo tem como objetivo *investigar como as dissertações do PROFMAT abordam o conceito e a aplicação de funções geradoras no ensino de Matemática*. A pesquisa busca mapear as produções acadêmicas sobre o tema, identificando tendências e lacunas na literatura recente. Além disso, pretende-se analisar as metodologias empregadas nesses estudos, verificando de que maneira as funções geradoras são introduzidas e aplicadas nos diferentes níveis de ensino.

Outro aspecto relevante desta pesquisa é a identificação dos produtos educacionais desenvolvidos, como sequências didáticas e materiais instrucionais, avaliando sua aplicabilidade no ensino de Matemática. Por fim, espera-se discutir as contribuições dessas dissertações para a disseminação das funções geradoras como ferramenta matemática no ensino, destacando oportunidades para novas pesquisas e aplicações didáticas.

Metodologia

Esta pesquisa consiste em uma revisão sistemática de literatura sobre dissertações do PROFMAT que abordam o uso de funções geradoras no ensino básico e na formação docente. A revisão tem como objetivo mapear e analisar como esse conceito tem sido explorado, identificar tendências e apontar possíveis lacunas na produção acadêmica recente.

A abordagem adotada é qualitativa, pois busca compreender significados e interpretações presentes nos trabalhos analisados, seguindo os princípios de revisão sistemática propostos por Botelho, Cunha e Macedo (2011) e Romanowski e Ens (2006). A metodologia está estruturada

de forma rigorosa, garantindo uma seleção criteriosa dos estudos e uma análise aprofundada de seus conteúdos.

A busca pelos trabalhos foi realizada na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), principal repositório brasileiro de produção acadêmica. Para a identificação dos estudos, foram utilizados descritores como "funções geradoras" e "PROFMAT", combinados com o operador booleano AND para refinar os resultados. Foram considerados todos os trabalhos publicados no âmbito do PROFMAT. A seleção dos textos seguiu um processo em três etapas. Primeiramente, foram analisados os títulos e resumos para excluir trabalhos que não abordassem diretamente o tema. Em seguida, os objetivos e metodologias foram examinados para verificar a relevância dos estudos em relação à pesquisa. Por fim, eliminaram-se duplicatas e produções que apenas mencionassem funções geradoras sem um aprofundamento metodológico ou didático significativo.

Os trabalhos selecionados foram examinados a partir de diferentes perspectivas, incluindo os objetivos propostos, as metodologias empregadas, os resultados obtidos, o público a qual a pesquisa busca atingir (ensino básico ou superior) e as implicações para o ensino de Matemática. Foram analisadas as abordagens utilizadas para explorar o conceito de funções geradoras. Também foram investigados os produtos educacionais desenvolvidos nesses estudos, como materiais instrucionais ou sequências didáticas aplicáveis ao ensino.

A interpretação dos dados foi conduzida de forma descritiva, destacando tendências, desafios e oportunidades para a inserção de funções geradoras no ensino da Matemática na Educação Básica e na formação docente. A sistematização dos achados permite não apenas compreender o panorama atual das pesquisas sobre o tema, mas também indicar caminhos para futuras investigações e aplicações práticas na Educação Matemática.

Resultados

No âmbito do PROFMAT, foram encontradas quinze dissertações que abordam funções geradoras conforme o quadro a seguir:

Quadro 1

Dissertações encontradas no âmbito do PROFMAT

Nº.	Autor(a)	Ano	Título do Trabalho	Universidade
1	Domingos Boaes Garcia	2013	Resolução de Problemas Combinatórios Utilizando Funções Geradoras	Universidade Federal do Maranhão
2	Dionísio Nogueira Neto	2014	O uso de funções geradoras no ensino médio para articular conteúdos variados em análise combinatória	Universidade Federal da Grande Dourados
3	John William dos Santos Machado	2015	Função Geradora: Uma ferramenta de contagem	Universidade Federal de Sergipe
4	Maurizio Marchetti	2016	Lineamentos de Análise Combinatória	Universidade Estadual Paulista
5	Laudelino Gomes Ferreira	2018	Funções Geradoras: Problemas E Aplicações	Universidade Federal Rural do Semi-Árido
6	Júlio César Prado Souza Rodrigues	2018	Introdução ao Estudo de Funções Geradoras	Universidade Federal de Goiás

7	Wendell Fernandes Ribeiro	2019	Valores Inteiros De Funções Geradoras De Sequências Recorrentes: Os Resultados De Fibonacci E Lucas	Universidade Federal de Goiás
8	Cleuber Eduardo do Nascimento Silva	2019	Funções Geradoras e Aplicações	Universidade Federal do Rio de Janeiro
9	João Paolo Rodrigues Alves Paiva	2020	Funções Geradoras e Algumas Aplicações à Contagem	Universidade Federal de Viçosa
10	Marina Miranda Alves Brasileiro	2020	Contagem via funções geradoras	Universidade Federal de São Paulo
11	Priscila Pereira	2020	Teorema Binomial, Funções Geradoras e Aplicações	Universidade Estadual do Ceará
12	Claudio Gustavo Gonçalves Loureiro Lima	2021	Técnicas de Contagem: do Princípio Fundamental da Contagem às Funções Geradoras	Universidade do Estado do Rio de Janeiro
13	Paloma Brockveld	2021	Os Números de Bernoulli como um exemplo de relação entre o discreto e o contínuo na Matemática	Universidade Federal de Santa Catarina
14	Lauro dos Santos Rodrigues Junior	2021	Funções geradoras em resoluções de problemas combinatórios no ensino médio	Universidade Federal de Santa Catarina
15	Darley Antônio Leal	2023	Triângulos Não Semelhantes de Perímetro N e Lados Inteiros	Universidade Federal de Viçosa

Fonte: dos autores.

Os critérios utilizados na análise das quinze dissertações encontradas, conforme mencionado anteriormente, foram definidos com o objetivo de responder os seguintes questionamentos: 1º. Qual abordagem ou enfoque que o autor utiliza apresentar o conceito de funções geradoras? 2º. Qual é o público-alvo das pesquisas sobre funções geradoras? 3º. Que tipo de produto é desenvolvido e apresentado em cada dissertação?

Ao estudar as dissertações, foi possível responder cada pergunta e classificá-las do seguinte modo:

1º. Abordagem ou enfoque dado pelo autor para apresentar as funções geradoras

A partir da leitura das dissertações, percebe-se a existência de dois enfoques dados para abordar ou introduzir o assunto de funções geradoras:

Enfoque 1: Método alternativo para resolução de certos problemas combinatórios (ver Quadro 1, dissertações 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 14). Os trabalhos que exploram as funções geradoras como método alternativo para a resolução de problemas combinatórios destacam sua eficiência na formulação algébrica e ampliação das estratégias de contagem. Garcia (2013) e Neto (2014) analisam como esse conceito pode substituir ou complementar métodos tradicionais da análise combinatória, sendo que Neto enfatiza sua aplicação no Ensino Médio para articular conteúdos e estimular o raciocínio matemático dos alunos. Complementando essa abordagem, Machado (2015) propõe uma sequência didática para professores, ressaltando o papel das funções geradoras na resolução de problemas mais complexos e na diversificação das estratégias de ensino. Marchetti (2016) introduz o tema a partir da ideia de números binomiais, princípio multiplicativo, culminando no conceito de funções geradoras.

Outros estudos enfatizam a aplicação das funções geradoras na prática docente e na Educação Matemática. Brasileiro (2020) e Pereira (2020) demonstram sua relevância na resolução de problemas combinatórios com restrições, sendo que Brasileiro parte de uma questão do ENEM 2017 para exemplificar seu uso no Ensino Médio, enquanto Pereira explora o Teorema Binomial como ferramenta para facilitar sua compreensão. Rodrigues Junior (2021) propõe uma série de problemas combinatórios para alunos do Ensino Médio para serem resolvidos com uso de funções geradoras. Lima (2021) amplia essa perspectiva ao situar as funções geradoras dentro de um panorama mais abrangente das técnicas de contagem, desde conceitos elementares até abordagens avançadas, reforçando sua utilidade na modelagem de problemas combinatórios. Esses estudos demonstram a importância das funções geradoras como ferramenta matemática em diferentes níveis de ensino, tanto para aprimorar a formação docente quanto para ampliar as possibilidades de ensino da análise combinatória.

Enfoque 2: Ênfase na aplicabilidade em recorrências, sequências ou problemas de partição (ver Quadro 1, dissertações 5, 6, 7, 8, 9, 13, 15). Os trabalhos que enfatizam a aplicabilidade das funções geradoras em recorrências, sequências ou problemas de partição destacam seu papel na formulação e resolução de problemas matemáticos estruturados. Ferreira (2018) e Rodrigues (2018) exploram o uso das funções geradoras na resolução de recorrências e problemas combinatórios, sendo que Ferreira aprofunda a aplicação das funções geradoras ordinárias e exponenciais, enquanto Rodrigues discute sua importância na Educação Matemática, analisando como esse conceito pode ser introduzido no ensino de sequências e recorrências para professores e alunos. Complementando essa abordagem, Ribeiro (2019) relaciona funções geradoras com sequências recorrentes clássicas, como Fibonacci e Sucessão de Lucas, investigando as condições que garantem a obtenção de valores inteiros e sugerindo aplicações no Ensino Básico e Superior. Silva (2019) apresenta funções geradoras aplicadas à resolução de problemas de recorrência, combinatória, partição e questões típicas de Olimpíadas de Matemática.

Outros trabalhos abordam as funções geradoras sob a perspectiva da teoria das partições e da modelagem combinatória. Paiva (2020) analisa sua aplicação na contagem de partições e sua presença nos livros didáticos, discutindo possíveis limitações no ensino formal. Brockveld (2021) estabelece conexões entre funções geradoras e os Números de Bernoulli, evidenciando sua relevância na Matemática discreta e contínua, especialmente na teoria dos números. Leal (2023) utiliza as funções geradoras para contar triângulos não semelhantes de perímetro n e lados inteiros, demonstrando sua aplicabilidade na formulação e resolução de problemas combinatórios. Esses estudos reforçam o potencial das funções geradoras na organização de estruturas matemáticas predominantes no ensino superior, evidenciando sua versatilidade tanto na pesquisa acadêmica quanto, eventualmente, no ensino de Matemática.

2º Público-alvo das pesquisas sobre funções geradoras

Os trabalhos analisados podem ser organizados em três categorias principais de acordo com seu público-alvo. *A primeira categoria reúne pesquisas voltadas especialmente para professores do Ensino Médio, fornecendo metodologias, sequências didáticas e materiais aplicáveis à sala de aula. (ver Quadro 1, dissertações 2, 3, 6, 10, 14, 15).* Entre elas, Neto (2014) e Machado (2015) apresentam estratégias para integrar funções geradoras ao ensino da

análise combinatória, com propostas estruturadas para professores. De forma semelhante, Brasiliano (2020) e Rodrigues (2018) exploram a aplicação desse conceito no Ensino Médio, sendo que Brasiliano parte de uma questão do ENEM 2017, enquanto Rodrigues propõe seu uso para fortalecer a abordagem combinatória. Leal (2023) amplia essa perspectiva ao conectar funções geradoras às partições matemáticas, sugerindo aplicações para a prática pedagógica no Ensino Médio. Rodrigues Junior (2021) implementa o conceito de funções geradoras a alunos do Ensino Médio, visando melhorar seu aprendizado matemático com a aplicação prática de funções geradoras em problemas de análise combinatória.

A segunda categoria inclui dissertações que atendem tanto professores quanto estudantes do Ensino Médio e Superior, aprofundando conceitos matemáticos e explorando funções geradoras como ferramenta para resoluções de problemas. (ver Quadro 1, dissertações 1, 4, 5, 7, 8, 9 e 12). Garcia (2013) e Ferreira (2018) comparam métodos tradicionais com funções geradoras na resolução de problemas combinatórios, com Ferreira enfatizando sua aplicação em recorrências e contagem combinatória. Marchetti (2016) direciona seu trabalho a professores e alunos do Ensino Médio, destacando o uso das funções geradoras como ferramenta de ensino e preparação para estudos posteriores em nível superior nas áreas de Matemática e computação. Ribeiro (2019) e Silva (2019) destacam o uso das funções geradoras respectivamente em sequências recorrentes e Olimpíadas de Matemática, demonstrando sua relevância para alunos e professores que buscam aprofundar esses conceitos. Paiva (2020) analisa sua presença nos livros didáticos e Lima (2021) estrutura um panorama progressivo das técnicas de contagem, abordando desde conceitos básicos até aplicações mais sofisticadas para o ensino. Nessa categoria não há um direcionamento exclusivo ao professor, constituindo assim um material instrucional sobre funções geradoras para qualquer público interessado.

Por fim, a terceira categoria engloba pesquisas direcionadas a pesquisadores e professores do Ensino Superior. (ver Quadro 1, dissertações 11 e 13) com uma abordagem mais teórica e aprofundada sobre funções geradoras e sua relação com outros tópicos da Matemática discreta. Pereira (2020) investiga o uso desse conceito para resolver recorrências lineares, enquanto Brockveld (2021) estabelece uma conexão entre funções geradoras e os Números de Bernoulli, explorando sua relação entre Matemática discreta e contínua. Esses trabalhos demonstram a relevância das funções geradoras tanto no ensino quanto na pesquisa matemática, contribuindo para novas perspectivas sobre o tema.

3º Que tipo de produto é desenvolvido e apresentado em cada dissertação?

Os 15 trabalhos analisados podem ser organizados em dois grupos principais. O primeiro reúne aqueles que *apresentam explicitamente uma sequência didática para professores aplicarem em sala de aula, estruturando atividades e metodologias para o ensino de funções geradoras. (ver Quadro 1, dissertações 2, 3, 4, 10, 14 e 15).* Nesse grupo, estão as dissertações de Neto (2014) Machado (2015), e Marchetti (2016), que desenvolvem propostas didáticas para o Ensino Médio, auxiliando docentes na integração das funções geradoras ao ensino de análise combinatória. De forma semelhante, Brasiliano (2020) propõe um roteiro pedagógico inspirado em uma questão do ENEM 2017. Rodrigues Junior (2021) não só propõe uma sequência de ensino, como aplica em uma turma do Ensino Médio, sendo este a única pesquisa com implementação em sala de aula. Leal (2023) sugere estratégias para aplicar funções geradoras no

estudo de triângulos não semelhantes que, segundo autor, pode ser aplicada tanto no Ensino Fundamental, quanto no Ensino Médio.

O segundo grupo compreende dissertações que, embora *não apresentem uma sequência didática formal, constituem materiais de referência sobre funções geradoras, explorando aplicações matemáticas e sugerindo abordagens tanto para professores quanto alunos interessados no assunto.* (ver Quadro 1, dissertações 1, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12 e 13), Garcia (2013) e Ferreira (2018) analisam o uso de funções geradoras como ferramenta alternativa para a resolução de problemas combinatórios, com Ferreira focando na resolução de recorrências. Rodrigues (2018), Ribeiro (2019) e Silva (2019) abordam as funções geradoras sob diferentes perspectivas, desde sua aplicação na formação de professores até sua utilização em sequências recorrentes e em problemas de Olimpíadas de Matemática. Paiva (2020) investiga a presença das funções geradoras em livros didáticos, discutindo sua inserção no ensino formal. Pereira (2020) e Brockveld (2021) aprofundam o estudo teórico, sendo que Pereira explora sua aplicação na resolução de recorrências e Brockveld estabelece conexões entre funções geradoras e os Números de Bernoulli, mostrando sua relevância na Matemática discreta e contínua. Lima (2021), por sua vez, oferece um material progressivo, desde conceitos básicos de contagem até funções geradoras, funcionando como um material instrucional completo para professores.

Essa organização destaca a diferença entre dissertações que fornecem materiais didáticos prontos para o ensino e aquelas que oferecem um suporte teórico mais abrangente, contribuindo para a ampliação do conhecimento sobre funções geradoras tanto para estudantes quanto para professores.

Considerações Finais

Os estudos analisados destacam a importância das funções geradoras no ensino de combinatória, evidenciando sua aplicação na resolução de problemas de contagem tanto no Ensino Médio quanto no Ensino Superior. As dissertações oferecem uma base sólida para a compreensão desse conceito e reforçam seu potencial para ampliar as estratégias de ensino da Matemática, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento combinatório dos alunos. No entanto, observa-se que, apesar de algumas pesquisas apresentarem sequências didáticas, a maioria não incluiu a implementação dessas propostas em sala de aula, nem estabeleceu relações diretas com teorias de aprendizagem.

Além disso, nota-se uma forte ênfase, dentro do programa PROFMAT, na produção de materiais voltados para o fortalecimento do conhecimento especializado do conteúdo dos professores de Matemática. Essa iniciativa tem um impacto significativo na formação docente, pois possibilita que educadores aprofundem seus conhecimentos e aprimorem sua didática. No entanto, a falta de uma fundamentação pedagógica explícita em algumas das dissertações analisadas sugere a necessidade de maior articulação entre o desenvolvimento dos materiais e abordagens teóricas da aprendizagem.

Dessa forma, os trabalhos revisados contribuem para a disseminação das funções geradoras como ferramenta matemática, mas também indicam desafios na integração desse conceito ao ensino. A criação de sequências didáticas mais alinhadas às práticas pedagógicas e

fundamentadas em teorias de aprendizagem pode tornar a aplicação desses materiais mais eficaz, beneficiando tanto professores quanto estudantes.

Referências Bibliográficas

- Botelho, L. L. R., Cunha, C. C. A., & Macedo, M. (2011). O método da revisão integrativa nos estudos organizacionais. *Gestão e Sociedade*, 5(11A), 121-136.
- Brockveld, P. (2021). *Os números de Bernoulli como um exemplo de relação entre o discreto e o contínuo na matemática* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. SC.
- Brasiliano, M. M. A. (2020). *Contagem via funções geradoras* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de São Paulo, São José dos Campos, SP.
- Ferreira, L. G. (2018). *Funções geradoras: Problemas e aplicações* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, RN.
- Garcia, D. B. (2013). *Resolução de problemas combinatórios utilizando funções geradoras* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal do Maranhão, São Luís, MA.
- Leal, D. A. (2023). *Triângulos não semelhantes de perímetro n e lados inteiros* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Viçosa, Florestal, MG.
- Lima, C. G. G. L. (2021). *Técnicas de contagem: Do Princípio Fundamental da Contagem às Funções Geradoras* (Dissertação de mestrado). Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ.
- Machado, J. W. S. (2015). *Função geradora: Uma ferramenta de contagem* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, SE.
- Marchetti, F. (2016). *Lineamentos de Análise Combinatória* (Dissertação de mestrado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.
- Neto, D. N. (2014). *O uso de funções geradoras no ensino médio para articular conteúdos variados em análise combinatória* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal da Grande Dourados, Dourados, MS.
- Paiva, J. P. R. A. (2020). *Funções geradoras e algumas aplicações à contagem* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Viçosa, Florestal, MG.
- Pereira, P. (2020). *Teorema binomial, funções geradoras e aplicações* (Dissertação de mestrado). Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, CE.
- Ribeiro, W. F. (2019). *Valores inteiros de funções geradoras de sequências recorrentes: Os resultados de Fibonacci e Lucas* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO.
- Rodrigues Junior, L. S. (2021). *Funções geradoras em resoluções de problemas combinatórios no Ensino Médio* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina, Blumenau.
- Rodrigues, J. C. P. S. (2018). *Introdução ao estudo das funções geradoras* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO.
- Romanowski, J. P., & Ens, R. T. (2006). As pesquisas denominadas do tipo "estado da arte" em educação. *Diálogo Educacional*, 6(19A), 37–50.
- Santos-Wagner, V. M. P., Bortoloti, R. M., & Ferreira, J. R. (2013). Análise das resoluções corretas e erradas de combinatória de futuros professores de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa – Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 15(3), 606–629.
- Silva, C. E. N. (2019). *Funções geradoras e aplicações* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ.
- Zanon, T. X. D. (2019). *Imagens conceituais de combinatória no ensino superior de matemática* (Tese de doutorado). Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES.



Importancia del pensamiento algebraico temprano en la educación primaria

Sandra Yolima **Ruiz** Yacumal

Universidad del Cauca

Colombia

sandray@unicauca.edu.co

Marisol **Santacruz** Rodríguez

Universidad del Valle

Colombia

marisol.santacruz@correounivalle.edu.co

Resumen

Este trabajo presenta los avances¹ de un proyecto de investigación cuyo propósito es caracterizar el conocimiento especializado del profesorado que enseña en primaria Matemáticas en la enseñanza de la generalización de patrones. Se seleccionaron tres profesores de Popayán, Colombia, y se aplicó el modelo MTSK para analizar tres dimensiones clave: *Knowledge of Topics* (KoT), relacionado con el conocimiento matemático del profesor; Conocimiento de Matemáticas para la Enseñanza (KMT), enfocado en la enseñanza de Matemáticas; y *Knowledge of Mathematics Learning Standards* (KMLS), vinculado con los estándares curriculares. Metodológicamente, se realizó una revisión de la literatura en el área, para entender cómo ha evolucionado el tema a lo largo del tiempo. Esto permitió escoger y justificar el marco teórico. A partir de la brecha identificada, se define con claridad la pregunta y los objetivos de investigación, justificando la necesidad la del desarrollo del pensamiento algebraico en los primeros años de escolaridad.

Palabras clave: Conocimiento especializado; Enseñanza; Pensamiento algebraico temprano; Primaria.

¹ Nota: Al momento de la redacción de este reporte, el trabajo se encuentra en desarrollo. Actualmente se ubica en la etapa de diseño.

Planteamiento del problema

La investigación en Educación Matemática actual enfatiza el conocimiento especializado del profesor de primaria, entendiéndolo como un proceso tanto formal como informal (Mampane, 2018). Este conocimiento implica que los profesores reconocen elementos clave en la enseñanza de las Matemáticas (Llinares & Fernández, 2021) y mantienen un aprendizaje continuo y reflexivo sobre la gestión del conocimiento matemático (Llinares et al., 2022). Sin embargo, muchos profesores de primaria que enseñan Matemáticas no han sido formados específicamente en esta área (Parada & Fiallo, 2014), lo que resalta la necesidad de fortalecer su preparación.

Partiendo de esta premisa, la presente ponencia expone los resultados de un seguimiento de investigaciones sobre el conocimiento que poseen los profesores de primaria en la enseñanza de las Matemáticas, haciendo especial énfasis en el desarrollo del pensamiento algebraico temprano a través del estudio del objeto matemático.

Esta investigación tiene como objetivo identificar y caracterizar el conocimiento en tres subdominios: KoT (conocimiento del contenido matemático del profesor), KMT (conocimiento para la enseñanza de las Matemáticas) y KMLS (conocimiento vinculado a los estándares curriculares). El estudio se centra en tres profesores de primaria en servicio. Diversas investigaciones han evidenciado debilidades en la comprensión y enseñanza de conceptos matemáticos fundamentales (Engelbrecht et al., 2020), lo que resalta la necesidad de un conocimiento sólido del contenido para mejorar la práctica profesor (Murillo et al., 2022).

Marco Teórico

Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas: Modelo MTSK surge como un avance a partir de los estudios de Shulman (1986) y Ball et al., (2008) y ha consolidado el interés en el análisis del conocimiento del profesor en una disciplina específica Carrillo-Yañez et al., (2018). Se entiende el conocimiento como la integración de saberes y experiencias aplicables a situaciones concretas, trascendiendo lo meramente consciente (Cadrecha, 1990; Gómez, 2007; Mochón & Morales Flores, 2010).

Este modelo se organiza en dos dominios principales: el Conocimiento Matemático (MK) y el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK). Y en el centro de ellos las concepciones y creencias.

MK: Se subdivide en tres subdominios: Conocimiento de los Temas (KoT), que abarca una comprensión profunda de los conceptos, procedimientos y teoremas; Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM), relacionado con las interrelaciones y secuenciación de conceptos; y Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM), que incluye el razonamiento, la argumentación y la generalización de patrones.

PCK: Se integra mediante el conocimiento del aprendizaje (KFLM), la enseñanza (KMT) y los estándares curriculares (KMLS) (Carrillo-Yañez et al., 2018).

Concepciones y creencias sobre la Matemática y sus procesos de Enseñanza y Aprendizaje constituyen el núcleo de nuestro modelo. Todo el conocimiento del profesor se articula a partir de estas concepciones, por lo que la línea discontinua simboliza la conexión fluida y permeable. Ver figura 1.

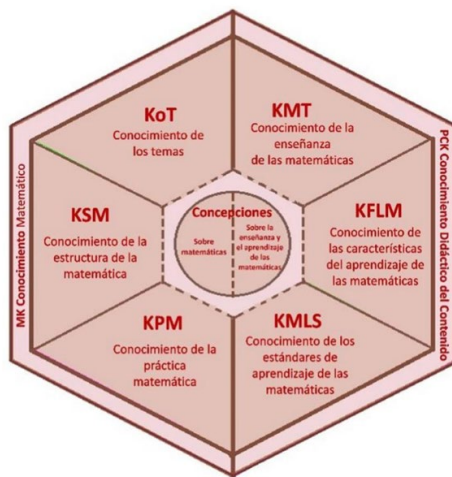


Figura 1. Dominios y Subdominios del modelo MTSK (Carrillo-Yañez et al., 2018).

Implicaciones y Aplicaciones

La estructura del MTSK permite un análisis detallado del conocimiento especializado del profesor, facilitando la identificación de estrategias didácticas efectivas y la sistematización de competencias (Escudero-Ávila et al., 2016; Rojas et al., 2015). Este modelo se erige como una herramienta clave para abordar los desafíos en la enseñanza de las Matemáticas en educación primaria, promoviendo una práctica educativa fundamentada y coherente.

Pensamiento Algebraico Temprano

El pensamiento algebraico temprano se ha convertido en un eje fundamental en la Educación Matemática, al promover el desarrollo de conocimientos algebraicos en las primeras etapas de la educación básica (Kaput et al., 2017; Radford, 2022). Este enfoque facilita la identificación de patrones, relaciones y estructuras matemáticas, permitiendo a los estudiantes comprender conceptos de manera progresiva sin imponer un curso formal de álgebra en primaria (Aké, 2021; Pincheira Hauck, 2023).

La generalización de patrones resulta esencial para transitar del pensamiento aritmético al algebraico, desarrollar habilidades analíticas y simbólicas (Radford, 2022; Zapatera, 2018). Diversos currículos internacionales han incorporado contenidos que estimulan este enfoque, subrayando la importancia de intervenir tempranamente en la Educación Matemática (Alsina, 2019; Pincheira Hauck, 2023). Este enfoque contribuye a establecer una base que prepara a los estudiantes para enfrentar futuros desafíos académicos, facilitando una transición fluida hacia niveles superiores de abstracción.

Metodología

Esta investigación adopta un paradigma cualitativo para analizar los conocimientos especializados de tres profesores de primaria en la enseñanza de Matemáticas, centrándose en el pensamiento algebraico temprano y la generalización de patrones. Se utiliza un enfoque descriptivo e interpretativo (Bisquerra, 2019), a través de cuestionarios, entrevistas semiestructuradas y observaciones in situ.

Diseño del Estudio

El estudio se configura como un caso múltiple instrumental (Bisquerra, 2019; Yacuzzi, 2005), permitiendo un análisis detallado de cada profesor en su contexto natural. Se estudian tres tipos de conocimiento: el conocimiento de los temas (Liñán et al., 2016), el conocimiento de la enseñanza de Matemáticas (Montes & Carrillo, 2017) y el conocimiento de los estándares de aprendizaje (Fuentes, 2020). Este diseño facilita identificar y caracterizar la interacción entre el conocimiento especializado y la generalización de patrones, enriqueciendo la interpretación de la práctica educativa (Vergel et al., 2022).

Consideraciones y resultados de la literatura

Los hallazgos del estado del arte evidencian un creciente interés por comprender cómo los profesores de primaria movilizan sus conocimientos para enseñar álgebra temprana (Ribeiro et al., 2023). La investigación en este campo ha puesto de relieve que la enseñanza del álgebra no puede limitarse a la introducción tardía de símbolos y ecuaciones, sino que debe comenzar desde los primeros años escolares mediante experiencias que promuevan la generalización, el reconocimiento de patrones y la construcción de relaciones (Vergel, 2019).

Tabla 1

Categorías emergentes del conocimiento especializado del profesorado de primaria para la enseñanza del álgebra temprana

Categoría	Códigos	Descripción
Fundamentos teóricos del conocimiento profesoral	1, 2, 11	Se identifican múltiples modelos teóricos (Shulman, Ball, Rowland, MTSK), con enfoques distintos, sin una integración clara en el contexto de primaria.
Enfoques sobre conocimiento para enseñar Matemáticas	3, 4, 6, 8	A pesar de modelos ricos, hay escasa evidencia de cómo estos se traducen en prácticas reales de aula en primaria.
Conocimiento curricular del profesor	7, 9	El conocimiento curricular vertical y horizontal es clave, pero poco abordado en relación específica con álgebra temprana.
Pensamiento algebraico temprano	5, 10, 12	Existe consenso sobre su importancia, pero escasean estudios que aborden cómo los profesores lo entienden, planifican y enseñan.

Es fundamental promover estudios cualitativos situados que vinculen investigaciones situadas con el conocimiento especializado del profesor con las prácticas reales de aula de quienes enseñan Matemáticas en primaria sin contar con formación especializada en esta área.

Tales investigaciones deben explorar cómo estos profesores construyen, adaptan y aplican los conocimientos matemáticos en contextos concretos, identificar las barreras conceptuales o pedagógicas que enfrentan y, a partir de esos hallazgos, diseñar programas de formación continua y recursos didácticos ajustados a sus necesidades. De este modo, no solo se enriquecerá la comprensión académica del conocimiento especializado en acción, sino que también se garantizará la creación de propuestas formativas sólidas y pertinentes que fortalezcan la enseñanza de las Matemáticas desde los primeros grados de la educación primaria.

Referencias y bibliografía

- Aké, L. P. (2021). El carácter algebraico en el conocimiento matemático de maestros en formación. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, 49, 15–34.
- Alsina, Á. (2019). *Del razonamiento lógico-matemático al álgebra temprana en Educación Infantil*. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia. 8(1), 1–19. <http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6>
- Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? In *Journal of Teacher Education* (Vol. 59, Issue 5, pp. 389–407). SAGE Publications Inc. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Bisquerra, R. (2019). *Metodología de la investigación educativa* (Impreso por Lavel). Editorial La Muralla.
- Cadreja, M. Á. (1990). John Dewey: propuesta de un modelo educativo. I. Fundamentos. *AULA ABIERTA*, 55, 61–85.
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model*. *Research in Mathematics Education*, 20(3). <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Engelbrecht, J., Llinares, S., & Borba, M. C. (2020). Transformation of the mathematics classroom with the internet. *ZDM - Mathematics Education*, 52(5), 825–841. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01176-4>
- Escudero-Ávila, Contreras, L. C., & Vasco, D. (2016). Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT). In J. Carrillo, L.C. Contreras, & M. Montes (Eds.), *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática* (pp. 35-41.). Researchgate. <https://doi.org/10.13140/2.1.3107.4246>
- Fuentes, C. (2020). Uso del Modelo MTSK para la Caracterización del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas en Secundaria: El caso de la Proporcionalidad. *Año XVI-Número*, 59, 33–63. <http://www.fisem.org/www/index.phphttps://union.fespm.es/index.php/UNION>
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. <http://hdl.handle.net/10481/1483>
- Kaput, J. J., Carrahe, D. W., & Blanton, M. L. (2017). Algebra in the Early Grades. In *Algebra in the Early Grades*. <https://doi.org/10.4324/9781315097435>
- Liñán, M. del M., Barrera, V. J., & Contreras-González, L. C. (2016). Conocimiento de los temas (KoT). In *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 12–20). SGSE. <https://www.researchgate.net/publication/305205018>
- Llinares, & Fernández. (2021). Mirar profesionalmente la enseñanza de las matemáticas: características de una agenda de investigación en Didáctica de la Matemática. In *La Gaceta de la RSME* (Vol. 24).
- Llinares, S., Breda, A., Climent, N., Fernández, C., Font, V., Lupiáñez, J. L., Moreno, M., Perez-Tyteca, P., Ruiz-Hidalgo, J. F., & Sánchez, A. (2022). Formación y desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. *Mathematics Teacher Education and Professional Development*.
- Mampane, T. J. (2018). School Heads of Department's Role in Ensuring Teacher Professional Development in Mathematics: The South African Context. In *Bulgarian Comparative Education Society*.
- Mochón, S., & Morales Flores, Melchor. (2010). En qué consiste el "conocimiento matemático para la enseñanza" de un profesor y cómo fomentar su desarrollo: un estudio en la escuela primaria. *Educación Matemática*, 22(1), 87–113. <https://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v22n1/v22n1a5.pdf>

- Montes, M. Á., & Carrillo, J. (2017). *Introducción al modelo MTSK: origen e investigaciones realizadas*. <https://www.researchgate.net/publication/313824049>
- Murillo, Y. M. C., Aristizabal, L. S. M., & López, C. M. J. (2022). Conocimiento Profesional del profesor que enseña matemáticas en primaria. *South Florida Journal of Development*, 3(5). <https://doi.org/10.46932/sfjdv3n5-025>
- Parada, S. E., & Fiallo, J. E. (2014). Perspectivas para formar profesores de matemáticas: disminuyendo la brecha entre la teoría y la práctica-Prospects for training teachers of mathematics: bringing the breach between theory and practice. *Revista Científica*, 3(20). <https://doi.org/10.14483/23448350.7694>
- Pincheira Hauck, N. (2023). *Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza del álgebra en edades tempranas en los futuros profesores de educación infantil y primaria*. [Tesis doctoral].
- Radford, L. (2022). Álgebra temprana: La simplificación de ecuaciones. *Revista de Investigação e Divulgação Em Educação Matemática*, 6(1). <https://doi.org/10.34019/2594-4673.2022.v6.39730>
- Ribeiro, A. J., Aguiar, M., Trevisan, A. L., & Elias, H. R. (2023). Exploring learning opportunities for primary teachers: the case of knowledge for teaching early algebra. *Revista Latinoamericana de Investigacion En Matematica Educativa*, 26(3), 327–356. <https://doi.org/10.12802/relime.23.2633>
- Rojas, N., Flores, P., & Carrillo, J. (2015). Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 29(51). <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a08>
- Shulman, L. S. (1986). ThoseWhoUnderstandKnowledgeGrowthTeaching. *Educational researcher*, 15, 4–16. <http://links.jstor.org/sici?sici=0013-189X%28198602%2915%3A2%3C4%3ATWUKGI%3E2.0.CO%3B2-X>
- Vergel, R. (2019). *Una posible zona conceptual de formas de pensamiento aritmético “sofisticado” y proto-formas de pensamiento algebraico*. <https://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/view/1072/0>
- Vergel, R., Radford, L., & Rojas, P. J. (2022). Zona conceptual de formas de pensamiento aritmético “sofisticado” y proto-formas de pensamiento algebraico: una contribución a la noción de zona de emergencia del pensamiento algebraico. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 36(74). <https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a11>
- Yacuzzi, E. (2005). El Estudio De Caso Como Metodología De Investigación: Teoría, Mecanismos Causales, Validación. *Universidad Del CEMA*. <https://doi.org/Article>
- Zapatera, A. (2018). Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria. *Números. Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 97.



Investigação matemática no ensino fundamental: Uma abordagem por meio de tarefas investigativas

Karina Nunes **da Silva**

Universidade Luterana do Brasil

Brasil

karina.nunes@rede.ulbra.br

Claudia Lisete Oliveira **Groenwald**

Universidade Luterana do Brasil

Brasil

claudiag1959@gmail.com

Resumo

O presente artigo é um recorte da tese “*Iniciação Científica – Caminhos didáticos para a Investigação Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental*” que investiga as contribuições da Investigação Matemática para o desenvolvimento do pensamento científico integrado ao pensamento matemático. Apresenta-se uma tarefa investigativa que explora padrões numéricos, variáveis e equações, promovendo a generalização de conceitos algébricos. Esta investigação é de caráter qualitativo e será desenvolvida por meio de um estudo de caso, em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de Nova Santa Rita/RS, Brasil.

Palavras chave: Anos finais do Ensino Fundamental; Investigação matemática; Tarefas de investigação.

Introdução

A investigação matemática tem se destacado como uma abordagem pedagógica eficaz para promover a compreensão dos conceitos matemáticos de forma significativa, oferecendo aos alunos a oportunidade de desenvolver habilidades críticas, criativas e reflexivas. Conforme destaca Ponte (2003), "a investigação matemática ajuda os alunos a compreenderem não apenas o 'como', mas também o 'porquê' por trás dos conceitos matemáticos". Assim, essa abordagem permite que os estudantes transcendam a mera aplicação de algoritmos e passem a compreender os fundamentos matemáticos em profundidade.

Nesse contexto, este artigo é um recorte da tese de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), que busca investigar as contribuições da Investigação Matemática para o desenvolvimento do pensamento científico integrado ao pensamento matemático em uma turma de nono ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal na cidade de Nova Santa Rita/RS, Brasil.

Apresenta-se uma tarefa investigativa que compõe uma sequência didática estruturada para o trabalho em grupo, incentivando a colaboração e a comunicação entre os alunos. Tenciona-se que a partir do desenvolvimento de tarefas investigativas os alunos relacionem os componentes curriculares com situações-problemas reais do cotidiano. Além disso, essa investigação busca elaborar um experimento didático que vise o desenvolvimento de projetos de Iniciação Científica pautada na Investigação Matemática, por meio de tarefas investigativas, que serão apresentados na Feira Científica da escola em que a pesquisa será desenvolvida.

Reflexões sobre Investigação Matemática

A investigação matemática, de acordo com Ponte (2003), é um processo que promove a formulação de problemas, a exploração de diferentes estratégias e a busca de soluções que vão além da simples aplicação de algoritmos, pois não possuem respostas imediatas, o que também incentiva os alunos a comunicarem seus raciocínios.

Nesse sentido, a Investigação Matemática contribui para que os estudantes se tornem sujeitos ativos no aprendizado, capazes de conectar conceitos matemáticos a situações práticas. Hooks (2020) destaca que um ensino que valoriza a participação ativa dos estudantes contribui para uma aprendizagem mais significativa e motivadora.

Segundo Borba e Penteado (2001), o uso de metodologias investigativas no ensino da Matemática permite que os alunos construam significados para os conceitos, ao invés de apenas memorizarem procedimentos. Essa abordagem valoriza o erro como parte do processo de aprendizagem, incentivando a reflexão e a reavaliação de estratégias. Para os autores, "a Matemática investigativa vai além da solução de problemas; ela exige que o aluno questione, argumente e comunique suas ideias de forma clara e lógica" (Borba; Penteado, 2001, p. 57).

Essa metodologia vem ao encontro do que os documentos normativos orientam, destacando a importância de práticas pedagógicas que estimulem a curiosidade e o pensamento crítico. Essas diretrizes sugerem que o ensino de Matemática deve ser contextualizado e interdisciplinar, possibilitando que os alunos compreendam a relevância da Matemática no mundo contemporâneo (Brasil, 2018).

Ao orientar sobre as competências que precisam ser desenvolvidas pelos alunos da Educação Básica, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC apresenta as competências a seguir: “desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” (Brasil, 2018).

E, ainda: “Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática ... e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos...” (Brasil, 2018).

Diante disso, entende-se necessário possibilitar aos estudantes caminhos que os conduzam a esta segurança quanto a própria capacidade de pensar e articular os conhecimentos matemáticos com a vida cotidiana. Admite-se que a Investigação Matemática é um desses caminhos, assumindo como aspecto fundamental a relação professor-aluno. Pois, não se pode esperar que os discentes sejam autônomos no processo de construção do conhecimento, se não permitirmos que eles encontrem as suas próprias respostas. A Investigação Matemática exige que o professor abandone a ideia de detentor do conhecimento que transmite informações prontas, para assumir o papel de professor mediador.

Para Fiorentini e Miorim (1997), o papel do professor é o de mediador, incentivando o engajamento dos alunos e criando um ambiente onde a troca de ideias seja valorizada. O que contribuirá para um ambiente de aprendizagem que incentiva a autonomia, o pensamento crítico e a criatividade.

Como destaca Ponte (2003), "a investigação matemática ajuda os alunos a compreenderem não apenas o 'como', mas também o 'porquê' por trás dos conceitos matemáticos", evidenciando um aspecto relevante da investigação matemática de conectar a Matemática ao cotidiano dos alunos, pois problemas investigativos frequentemente partem de contextos reais, tornando os conceitos abstratos mais acessíveis e relevantes. Segundo Borba e Penteado (2001), "quando os alunos percebem a utilidade da Matemática em situações práticas, a motivação e o engajamento no aprendizado aumentam consideravelmente".

A abordagem investigativa também promove a comunicação e a colaboração, uma vez que incentiva os estudantes a compartilharem ideias, debater estratégias e apresentar suas conclusões. Fiorentini e Miorim (1997) argumentam que essa interação entre pares contribui para o desenvolvimento de habilidades sociais e melhora a compreensão coletiva dos conceitos matemáticos.

É importante destacar que, segundo Fiorentini e Miorim (1997), "é essencial que o professor ofereça desafios adequados ao nível de compreensão dos alunos e os incentive a formular e testar hipóteses" (Fiorentini; Miorim, 1997, p. 38).

Considerar o nível de conhecimento dos alunos na elaboração de atividades matemáticas, reafirma o que os autores destacam, de que o ensino deve partir das concepções e experiências prévias dos estudantes. Para Fiorentini e Miorim (1997) uma abordagem sensível ao conhecimento prévio dos alunos favorece a construção do aprendizado, pois permite que eles estabeleçam conexões significativas entre os novos conteúdos e aquilo que já sabem. Dessa forma, o professor deve atuar como mediador, organizando atividades que promovam desafios acessíveis, mas que também incentivem a superação de dificuldades e a ampliação do conhecimento.

Além disso, os autores enfatizam que atividades muito avançadas ou muito simples podem comprometer o processo de aprendizagem. Quando uma tarefa está além da zona de desenvolvimento do aluno, pode gerar frustração e desmotivação, enquanto atividades excessivamente fáceis não despertam interesse nem promovem avanços conceituais. Nesse sentido, é essencial que o professor compreenda o nível de desenvolvimento de sua turma e elabore propostas que respeitem a diversidade de saberes, permitindo que os alunos avancem gradualmente em sua compreensão matemática.

Destaca-se, ainda, que a adequação das atividades não significa simplificá-las, mas sim estruturá-las de modo que favoreçam a reflexão e a construção do conhecimento. O uso de estratégias diferenciadas, como problemas contextualizados, desafios e investigações matemáticas, pode contribuir para um ensino mais significativo e envolvente. Assim, ao respeitar o nível de conhecimento dos alunos e oferecer atividades que estimulem o pensamento matemático, o professor possibilita uma aprendizagem mais profunda e autônoma.

Dessa forma, a investigação matemática nos anos finais do Ensino Fundamental representa uma abordagem pedagógica que vai ao encontro das demandas de uma Educação Matemática crítica e transformadora, que converte a sala de aula em um espaço de descoberta, reflexão e inovação. Ao possibilitar que os estudantes explorem, questionem e criem, ela capacita os alunos a enxergarem a Matemática não como um conjunto de fórmulas, mas como uma ferramenta poderosa para compreender e transformar o mundo ao seu redor.

Metodologia da pesquisa

Este estudo é de caráter qualitativo e será realizado por meio de um estudo de caso com uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal de Nova Santa Rita, no estado do Rio Grande do Sul/RS, Brasil. Tenciona-se com esta investigação elaborar um experimento didático que vise o desenvolvimento da Iniciação Científica pautada na Investigação Matemática, por meio de tarefas investigativas.

Considera-se o experimento didático um conjunto de atividades práticas planejadas com o objetivo de facilitar a compreensão de conceitos teóricos, permitindo que os alunos observem fenômenos, tirem conclusões e apliquem o método científico, desenvolvendo as competências/habilidades que formam o referido pensamento. Esses experimentos são ferramentas valiosas no processo de ensino e aprendizagem, pois tornam o aprendizado mais interativo e contextualizado.

O experimento didático em desenvolvimento está estruturado em quatro momentos fundamentais: planejamento, ação, observação e reflexão sobre os resultados da ação. Considerando que a etapa de planejamento ainda está em desenvolvimento, apresenta-se na discussão dos resultados deste artigo uma tarefa de investigação¹ que irá compor o experimento didático.

¹ Segundo Ponte (2003), as **tarefas investigativas** são propostas de ensino que estimulam o aluno a explorar, formular conjecturas e buscar justificativas para os problemas matemáticos apresentados, caracterizando-se como uma importante ferramenta para a construção do conhecimento por meio da investigação.

Discussão dos Resultados

A tarefa investigativa apresentada a seguir foi elaborada com o intuito de fomentar o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia dos estudantes. Integrando uma sequência didática estruturada para o trabalho em grupo, esta atividade inicial tem um papel central na ampliação e aprofundamento de conhecimentos algébricos por meio da exploração, formulação de conjecturas e validação de hipóteses.

Com esta atividade objetiva-se que os alunos compreendam o conceito de variável e incógnita por meio das quatro operações e identifiquem padrões numéricos e expressões algébricas, conforme Figura 1.

Atividade

PARTE 1: DESCOBRINDO UM PADRÃO

Complete a tabela abaixo escolhendo diferentes números (x) e aplicando as operações:

Número escolhido (x)	Adição ($x + x$)	Subtração ($x - (-x)$)	Multiplicação ($x \times 2$)	Divisão ($x \div \frac{1}{2}$)
3	$3+3=6$	$3-(-3)=6$	$3 \times 2=6$	$(3 \div \frac{1}{2})=6$
5	$5+5=10$	$5-(-5)=10$	$5 \times 2=10$	$(5 \div \frac{1}{2})=10$
...	...	...	...	...

PARTE 2: INTRODUZINDO VARIÁVEIS

1. Generalizando os cálculos:

O que você pode afirmar observando o resultado de todos os cálculos realizados para cada número escolhido?

De que maneira podemos representar isso algebricamente usando uma variável x ?

$$x + x = x - (-x) = x \times 2 = x \div \frac{1}{2}$$

Assim, obtemos a expressão geral: _____

2. Explorando incógnitas:

Se soubéssemos apenas o resultado, mas não o número inicial, como descobriríamos x ?

Suponha que o resultado seja 20, podemos montar a equação: $2x = 20$

Resolvendo teremos:

$$2x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{2} \Rightarrow x = 10$$

PARTE 3: PERGUNTAS PARA REFLEXÃO

- A partir das discussões realizadas compartilhem com a turma o que significa dizer que x é uma variável?

- Como podemos interpretar a equação $x = R$, onde R é o resultado final?

PARTE 4: EXTENSÃO DA ATIVIDADE

- Com quais situações reais do dia a dia vocês podem relacionar a atividade que trabalhamos, em quais contextos vemos o conceito de dobro?
- Criem novas expressões com outras operações para manter um mesmo resultado.

Figura 1. Exemplo de tarefa investigativa.

A partir dos cálculos realizados na tabela inicialmente proposta na atividade, espera-se que os alunos percebam que o resultado final dos cálculos sempre será o dobro do número escolhido, concluindo a expressão $2x$.

É importante que os alunos tenham espaço para apresentarem suas hipóteses e testá-las e, somente então, o professor os conduza para a generalização da questão.

Espera-se que os alunos possam conectar o conceito de dobro e operações matemáticas a contextos do dia a dia, como economia, medidas e proporcionalidade; que uma variável representa um número qualquer e pode assumir diferentes valores. No caso da atividade, x pode ser qualquer número escolhido por eles.

Tenciona-se, ainda, que os alunos percebam que a equação $2x = R$ mostra que o resultado (R) é sempre o dobro do número escolhido (x). Da mesma maneira, se tivermos o valor de R , poderemos descobrir o valor de x dividindo-o por 2.

Considerações Finais

A utilização de tarefas investigativas no ensino da Matemática caracteriza-se como uma estratégia eficaz para potencializar o envolvimento dos estudantes no processo de aprendizagem, possibilitando que os alunos construam seus conhecimentos de maneira crítica, como sujeitos ativos nesse processo. Ao propor desafios que exigem exploração, formulação de hipóteses e generalização, essa abordagem tende a favorecer a construção do conhecimento matemático de forma mais significativa e contextualizada. Assim, ao incentivar a reflexão e a argumentação, as tarefas investigativas promovem uma aprendizagem mais autônoma e criativa.

Além disso, ao serem inseridas dentro de uma sequência didática planejada, as atividades investigativas favorecem a colaboração entre os alunos e ampliam suas habilidades de comunicação matemática.

Por fim, espera-se que a integração de tarefas investigativas ao ensino da Matemática continue sendo explorada em futuras pesquisas, especialmente no que tange à iniciação científica nos anos finais do Ensino Fundamental. O desenvolvimento do pensamento matemático aliado à investigação científica pode proporcionar aos estudantes uma formação mais crítica e comprometida, preparando-os para desafios acadêmicos e profissionais.

Referências

- Borba, M.C. e Penteadó, M. (2001). *Educação matemática e tecnologias de informação: possibilidades e desafios*. São Paulo: Autêntica.
- Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular. Educação é a base: BNCC*. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Brasília, DF. Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf
- Fiorentini, D. e Miorim, M. A. (1997). *Investigação em educação matemática: perspectivas e desafios*. Campinas: Papirus.
- Hooks, B. (2020). *Ensinando pensamento crítico: sabedoria prática*. São Paulo: Editora Elefante.
- Ponte, J. P.(2003). *Investigar para aprender e ensinar matemática*. Lisboa: APM.



Leitura e interpretação de infográficos: Estabelecendo relações entre a Matemática e a nutrição

Ivonete Pereira **Amador**

Universidade Franciscana

Brasil

ivoneteamador67@gmail.com

Thaís de Souza **Machado**

Universidade Franciscana

Brasil

souza.thais.souza10@gmail.com

Vitória de Mello **Figueiredo**

Universidade Franciscana

Brasil

vitoria.mello@ufn.edu.br

Kauê Monteiro **Pascotto**

Universidade Franciscana

Brasil

kaue.machado@ufn.edu.br

Luis Sebastião Barbosa **Bemme**

Universidade Franciscana

Brasil

luis.bemme@ufn.edu.br

Resumo

Esta comunicação tem como objetivo analisar o modo como alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental interpretam e resolvem problemas a partir da leitura de um infográfico. O contexto proposto, foi uma situação em que se estabelece uma relação entre a Matemática e a nutrição, esta escolha desse tema justifica-se na medida em que o contexto trazido por essa atividade leva os alunos a refletirem sobre o impacto de uma alimentação equilibrada, além de permitir estabelecer relações entre a Matemática em situações reais. O estudo é de cunho qualitativo, sendo que para coleta de dados foi utilizado um questionário. Já a análise deu-se a partir de uma perspectiva descritiva e interpretativa. Os resultados indicam que é importante contextualizar os conteúdos

matemáticos com outras áreas de conhecimento, desenvolvendo nos alunos competências interpretativas e a capacidade de aplicá-los em situações práticas.

Palavras-chaves: Ensino de Matemática; Infográficos; Ensino Fundamental; Interpretação; Integração entre áreas do conhecimento.

Introdução

A Matemática desempenha um papel importante na compreensão e interpretação do mundo ao nosso redor, sendo uma importante ferramenta, tanto no ambiente escolar, como em situações do cotidiano. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) enfatiza que o conhecimento matemático é fundamental para a formação de cidadãos críticos, capazes de exercer sua cidadania de forma plena e responsável, destacando sua ampla aplicabilidade em diferentes áreas da vida (Brasil, 2017).

De acordo com Cunha (2017), o desenvolvimento tecnológicos e científicos aumentou a importância da Matemática, tornando-a indispensável em campos como saúde, economia, engenharia, entre outras. Além disso, a contextualização do ensino matemático, quando vincula conceitos abstratos a situações práticas, contribui para um aprendizado mais significativo e motivador para os alunos.

Entretanto, os desafios referentes aos processos de ensino e aprendizagem dessa disciplina ainda persiste, devido a isso, Oliveira e Moreira (2010) defendem que as ações de sala de aula precisam ir além da transmissão de conhecimento, é necessário entendê-las como um processo de construção de conexões significativas entre os saberes matemáticos e as vivências dos estudantes.

Aliado a estes aspectos, o mundo contemporâneo nos exige cada vez mais a leitura e a interpretação de informações de maneira rápida e eficaz. Nesse sentido acreditamos que a sala de aula de Matemática é um espaço importante para a realização de atividade que tenham como foco o desenvolvimento dessa competência. Em especial apostamos que a leitura e a interpretação de infográficos sejam uma ação de grande valor para a aprendizagem discente.

A utilização dos infográficos nas aulas de Matemática tem por base o fato de que este recurso “permite e oferece aos seus usuários acesso à informação, possibilitando, de forma integrada, a veiculação de dados, a fim de atender às novas exigências para a construção do conhecimento sistematizado, que instiguem à investigação e à curiosidade do sujeito em formação” (Oliveira, 2018).

Deste modo, esta comunicação tem como objetivo analisar o modo como alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental interpretam e resolvem problemas a partir da leitura de um infográfico.

Referencial teórico

A relevância do ensino de Matemática justifica-se pelo fato de que o conhecimento matemático é essencial para todos os alunos, desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, “seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, conscientes de suas responsabilidades sociais” (Brasil, 2017, p. 265).

Nesse contexto, o ensino de Matemática não deve ser limitado a operações básicas, como soma e subtração, uma vez que essa simplificação pode comprometer a formação de um pensamento crítico. A construção de competências lógicas e analíticas contribui para a compreensão do mundo e para o desenvolvimento do aluno enquanto cidadão.

Pautados por estas provocações, acreditamos que a leitura e interpretação de infográficos podem desempenhar um papel fundamental no desenvolvimento de competências ligadas ao campo da Matemática, em especial, no que diz respeito a observar “aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes” (Brasil, 2017, p. 269).

Para Costa de Tarouco (2010) os infográficos são representações visuais de informação. Tal recurso é utilizado quando os dados precisam ser explicados de forma mais dinâmica, sendo que os mesmos podem utilizar-se de combinação de fotografias, desenhos e textos. Os autores salientam ainda que um exemplo de infográfico simples é uma linha de tempo, onde para representar determinados períodos de tempo se utilizam imagens e textos explicativos.

Paiva (2016) pontua que os infográficos são textos visuais produzidos com informações verbais e não verbais como imagens, animação, hiperlinks entre outros, em uma mesma forma composicional. O autor pontua ainda que estes recursos são bastante utilizados em eventos e notícias jornalísticas, além de assuntos da história, geografia e ciências da natureza. Deste modo é possível ver as distintas áreas do conhecimento que se utilizam deste recurso para a organização e sistematização de dados.

Entendemos que a Matemática tem um caráter social, sendo que os conceitos que hoje fazem parte dessa área do conhecimento, são uma resposta as distintas necessidades humanas que surgiram ao longo dos anos, no entanto, esta relação nem sempre fica clara ao ensinarmos Matemática. Nesta comunicação defendemos que a utilização dos infográficos pode ser um recurso importante para aproximar a Matemática de outras áreas de conhecimento, estabelecendo relações com distintas situações.

Metodologia

Este estudo utilizou-se de uma abordagem qualitativa, já que o mesmo visa descrever e explicar as características relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem, investigando por que, e em quais circunstâncias um fenômeno, além de permitir fazer interpretações e inferências sobre o objeto estudado (Bogdan; Biklen, 1994).

A pesquisa foi realizada com uma turma composta por 30 estudantes do oitavo ano do Ensino Fundamental, regularmente matriculados, em uma escola estadual de Educação Básica localizada na cidade de São Pedro do Sul – RS, Brasil. O instrumento de coleta de dados consiste em um infográfico¹ (Figura 1) que foi apresentado para os alunos e lido inicialmente de forma conjunta. Após discutir sobre as informações contidas no infográfico e identificar os conhecimentos que os alunos possuíam sobre a temática, os alunos foram organizados em duplas e convidados a responderem duas questões.

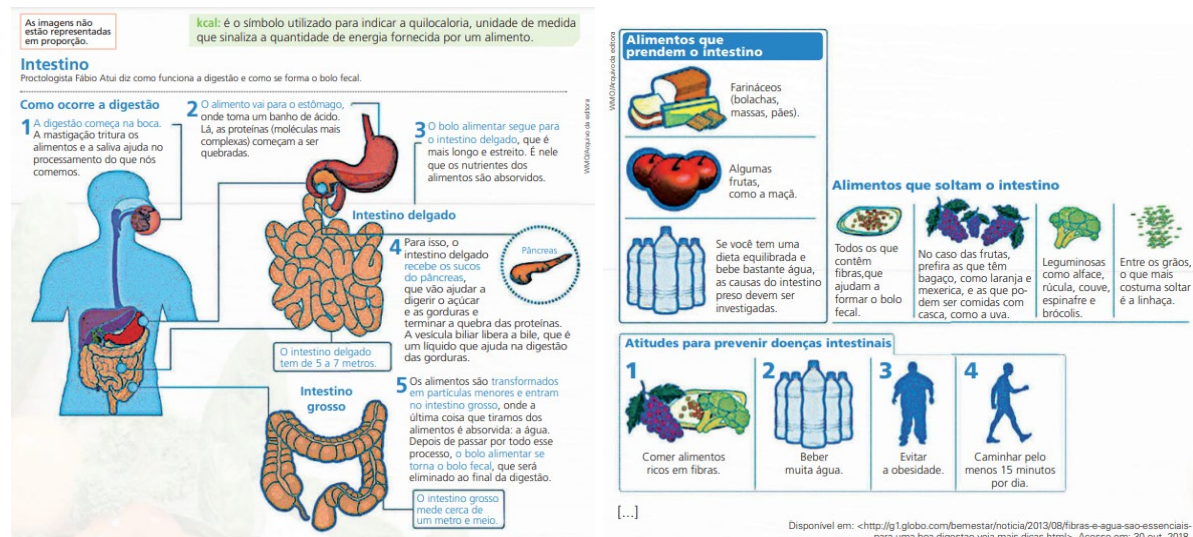


Figura 1. Infográfico sobre nutrição.

A partir do infográfico os alunos tiveram duas questões para serem respondidas. Na primeira questão, os alunos foram apresentados a proporção saudável de ingestão de fibras para cada quantidade de quilocalorias ingeridas por crianças e adultos. A partir desse contexto, solicitou-se que os alunos calculassem a quantidade de fibras que um adulto deveria consumir caso ingerisse o dobro das quilocalorias recomendadas. Tais questões podem ser vistas a seguir:

Questão 01. De acordo com o texto, um adulto cuja refeição fornecer 2.000 quilocalorias deverá consumir quantos gramas de fibras?

Questão 02. Veja, na tabela abaixo, a quantidade de fibras presentes em alguns alimentos que consumimos no dia a dia.

Teor de fibra de alguns alimentos		
Alimento	Porção	Fibras (gramas)
Feijão	1 xícara de chá	7,5
Milho	1 espiga média	2,3
Arroz branco cozido	5 colheres de sopa	0,5
Maçã	1 unidade tamanho médio	3
Banana	1 unidade tamanho médio	2,6
Cenoura crua	1 unidade tamanho médio	2
Tomate	1 unidade pequena	1,5

Fonte de pesquisa: <http://www2.faac.unesp.br/pesquisa/nos/bom_apetite/nutricao/teo_fib_ali.htm>. Acesso em: 10 jul. 2018.

¹ Tal atividade foi retirada do livro Sampaio, Fausto Arnaud Trilhas da matemática, 7º ano: ensino fundamental, anos finais, 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2018.

Indique as quantidades de arroz branco cozido, feijão e tomate que forneçam exatamente 11 gramas de fibras.

Para a análise dos dados utilizamos os princípios das pesquisas descritivas (Triviños, 1978) e explicativa (Gil, 2007). A pesquisa de cunho descritiva exige informações sobre o que está investigando, sendo que o principal foco desse tipo de pesquisa é descrever os fatos e fenômenos em questão (Triviños, 1978). Já a pesquisa explicativa centra-se em explicar o porquê da ocorrência dos fenômenos a partir dos resultados oferecidos, sendo que a mesma pode ser uma continuação da pesquisa descritiva (Gil, 2007).

Resultados e discussões

Os resultados e discussões desta comunicação foram agrupados em duas tabelas distintas, de modo que as respostas foram agrupadas por semelhança. A Tabela 1 apresenta os dados oriundos da primeira questão.

Tabela 1
Respostas dada a questão 01.

Questão 1. De acordo com o texto, um adulto cuja refeição fornecer 2.000kcal deverá consumir quantos gramas de fibras?			
25g a 30g	50g a 60g	Quantos alunos efetuaram a operação aritmética?	Quantos alunos apresentaram outra resposta que não as indicadas? Qual a resposta
2 alunos	20 alunos	Nenhum	4 alunos - 10 gramas de fibra; 1000kcal

Fuente: dados da pesquisa, 2024.

A questão revela padrões importantes sobre a compreensão dos alunos em relação a proporção entre ingestão calórica e consumo de fibras. Dos 26 estudantes que resolveram a questão, 20 deram a resposta correta (50g a 60g), porém nenhum deles indicou uma operação aritmética, indicando que a resolução foi baseada no cálculo lógico em vez de cálculos explícitos. Os seis alunos restantes evidenciaram dificuldades na interpretação do problema e na aplicação da proporção necessária. Esses resultados sugerem que, embora uma parcela significativa dos alunos tenha conseguido identificar a resposta correta, a ausência de cálculos indica que a estratégia utilizada aponta que os alunos utilizaram mais o raciocínio lógico do que as operações aritméticas formais. Duval (2003) enfatiza que a compreensão matemática não se limita apenas aos cálculos, mas envolve diferentes registros de representação (numérico, algébrico, gráfico, verbal).

A Tabela 2 apresenta os dados oriundos da segunda questão.

Tabela 2
Respostas dada a questão 02.

Questão 2. Indique as quantidades de arroz branco, cozido, feijão e tomate que forneça exatamente 11 gramas de fibras.	
1 xícara de feijão 5 colheres de arroz 2 tomates pequenos	Outros resultados
4 alunos	22 alunos

Fuente: dados da pesquisa. 2024.

Dos 26 alunos participantes, apenas quatro forneceram os dados nutricionais e realizaram corretamente a soma de fibras. Os demais 22 estudantes avaliaram outros resultados, o que sugere dificuldades de interpretação no entendimento da relação entre os alimentos e a quantidade total de fibras.

Este cenário evidencia desafios na leitura de tabelas e na aplicação de operações matemáticas básicas, além da necessidade de fortalecer o raciocínio lógico e a análise de informações quantitativas. A dificuldade da maioria dos alunos pode ser explicada pela transição entre diferentes registros de representação, como a conversão de dados apresentados em tabelas para cálculos numéricos.

Considerações finais

A análise das evidências relacionadas à compreensão e aos resultados obtidos pelos estudantes na resolução da primeira questão, que envolve uma variação no cenário de consumo do dobro da quantidade indicada de calorias para um adulto, revelou o uso do raciocínio lógico intuitivo dos alunos. No entanto os que erraram apresentaram dificuldades na compreensão da relação entre variáveis matemáticas, o que pode ser explicado pela falta de domínio na conversão entre registros de representação, conforme Duval (2003). Esses resultados destacam a necessidade de fortalecer o ensino de leitura e interpretação de problemas matemáticos, bem como a utilização de estratégias pedagógicas que favoreçam a compreensão da proporcionalidade e das relações entre variáveis em contextos aplicados.

Na segunda questão, a maioria dos alunos recorreu a uma abordagem baseada em tentativa e erro, realizando adições das especificações fornecidas para os alimentos. Os resultados reforçam a necessidade de aprimorar a transição entre registros semióticos, conceito central da teoria de Duval (2003) e sugerem a necessidade de fortalecer dois aspectos fundamentais: (i) o desenvolvimento de habilidades básicas em operações matemáticas, como adição e multiplicação, indispensáveis para a resolução de problemas elementares, e (ii) a interpretação e análise de tabelas, que exigem atenção aos dados apresentados e à aplicação de estratégias mais organizadas e sistemáticas.

Os resultados indicam que, embora alguns alunos demonstrem um raciocínio lógico, a grande maioria apresenta dificuldades na aplicação de conceitos matemáticos em contextos práticos, especialmente na interpretação de dados numéricos. Para fortalecer essas habilidades, é

essencial adotar estratégias pedagógicas que incentivem o desenvolvimento de competências interpretativas, resolução de problemas contextualizados, o uso de representações múltiplas e a conexão entre conceitos matemáticos e situações do cotidiano, permitindo uma aprendizagem mais significativa contribuindo para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos.

Fontes bibliográficas

- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Coleção Ciências da Educação. Brasil. Ministério da Educação. (2017). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação. <https://basenacionalcomum.mec.gov.br>
- Costa, V. M. da, & Tarouco, L. M. R. (2010). Infográfico: características, autoria e uso educacional. *Renote*, 8(10), 1-1.
- Cunha, C. P. (2017). A importância da matemática no cotidiano. *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento*, 2(1), 641-650.
- Duval, R. (2003). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In S. D. A. Machado (Org.), *Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica* (pp. 1-16). Campinas, SP: Papirus.
- Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social* (6ª ed.). São Paulo: Atlas.
- Oliveira, C. A. (2018). Infográficos e o ensino de Matemática: uma proposta de prática pedagógica para produção do conhecimento científico na cibercultura. In C. Porto, K. E. Oliveira, & F. Rosa (Eds.), *Produção e difusão de ciência na cibercultura: narrativas em múltiplos olhares* (pp. 215-227). Ilhéus: Editus.
- Oliveira, S. A. C. K., & Moreira, P. C. (2010). Relação com o saber matemático de alunos em risco de fracasso escolar. *ZETETIKÉ, FE*, 18(33), 23.
- Sampaio, F. A. (2018). *Trilhas da matemática, 7º ano: ensino fundamental, anos finais* (1ª ed.). São Paulo: Saraiva.
- Triviños, A. W. S. (1987). *Introdução à pesquisa em ciências sociais*. São Paulo: Atlas.



Leitura e interpretação de pictograma: discussões iniciais a partir de uma atividade diagnóstica

Vitória de Mello **Figueiredo**

Universidade Franciscana

Brasil

vitoria.mello@ufn.edu.br

Thaís de Souza **Machado**

Universidade Franciscana

Brasil

souza.thais.souza10@gmail.com

Luis Fernando **Pizzatto**

Universidade Franciscana

Brasil

luis.pizzatto.@ufn.edu.br

Lucas Linke **Nunes**

Universidade Franciscana

Brasil

lucas.linke@ufn.edu.br

Beatriz Horst **Figueira**

Universidade Franciscana

Brasil

b.horst@ufn.edu.br

Luis Sebastião Barbosa **Bemme**

Universidade Franciscana

Brasil

luis.bemme@ufn.edu.br

Resumo

Nesta comunicação temos como objetivo discutir o modo como os alunos de um oitavo ano do Ensino Fundamental leem e interpretam pictogramas. Tal estudo é de cunho qualitativo, sendo que os dados foram coletados a partir de uma atividade

diagnóstica. A organização dos dados deu-se a partir do agrupamento das respostas apresentadas. Os resultados indicam que os alunos possuem dificuldades para compreender os dados presentes em um infográfico, o que justifica a necessidade de ações de ensino que considere tal modo de organizar e sintetizar os dados.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Ensino Fundamental; Interpretação de dados; Organização de dados; Pesquisa Qualitativa.

Introdução

O ensino de Matemática vem nos provocando questionamentos e nos levando a reflexões sobre o modo como podemos qualificar as ações que promovem um entendimento mais significativo dos conceitos que aprendemos na escola, ou seja, uma das preocupações da Educação Matemática é promover um ensino que possa transcender aos muros escolares.

Maldaner (2016) pontua que as estratégias de ensino utilizadas em sala de aula devem levar o aluno ao desenvolvimento de competências que favorecem o desabrochar da cidadania desses sujeitos em formação. No entanto, a autora pontua que o exercício da cidadania requer a capacidade de refletir, questionar, argumentar e tomar decisões.

Essas competências voltadas ao desenvolvimento de uma cidadania crítica, dificilmente irão emergir dos alunos se os mesmos forem submetidos a metodologias que foquem na repetição mecânica de regras e definições (Maldaner, 2016), sem que estabeleçam uma conexão com situações e contextos em que os alunos possam estar inseridos ou que possam conectar ao mundo em que eles vivem.

Entendemos que a disciplina de Matemática tem um potencial muito grande para a criação de espaços que despertem nos alunos a curiosidade e a criticidade, sendo que, esta última ação, não pode se dar baseada em fatos de senso comum ou de gostos pessoais, mas fundamentada em dados e estudos que nos permitam criticar de forma sustentada e embasada teoricamente, o que caracteriza a produção dos conhecimentos científicos.

Deste modo, existem alguns conteúdos matemáticos que possuem uma potencialidade maior para o desenvolvimento dessas competências. Em um mundo contemporâneo, saber ler e interpretar informações é fundamental para que se possa tomar decisões pautadas e fundamentadas em dados reais. Assim, saber extrair informações de pictogramas e outras formas de organização de dados é necessário para que possamos compreender as distintas situações cotidianas.

Segundo Brasil (2018) uma das habilidades que se espera que os alunos possam desenvolver ao longo da Educação Básica é a capacidade de resolver e analisar problemas, o que leva ao reconhecimento da Matemática como um conhecimento que pode estar interligado as outras áreas e ser uma ferramenta importante de aplicação nas atividades desenvolvidas no seu ambiente sociocultural.

Assim, nesta comunicação temos como objetivo discutir o modo como os alunos de um oitavo ano do Ensino Fundamental leem e interpretam pictogramas.

Referencial Teórico

Um grande desafio para os educadores matemático atualmente é promover um ensino que seja significativo para o sujeito que aprende, uma vez que, é necessário que o aluno construa uma base sólida de conhecimento a partir de situações que sejam familiares a eles.

Entendemos que a escola hoje assume um papel que vai além do repasse de informações, ela é vista como um meio para a formação de cidadãos críticos e conscientes de seus papéis sociais. Deste modo, se faz necessário repensar o sistema educacional e os motivos que fazem com que o fracasso escolar se perpetue nas escolas brasileiras (Maldaner, 2016).

Nesse viés, percebemos que no mundo contemporâneo, conectado e de fácil acesso a informação, se faz necessário investir na leitura e interpretação críticas dessas informações. Assim, o trabalho com gráficos, infográficos e pictogramas se torna fundamental para a formação críticas de nossos alunos.

Os pictogramas são um conjunto de símbolos gráficos, principalmente representados por figuras, que visualmente remetem a conceitos, objetos ou ações (Farias, 2003). A Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), coloca o reconhecimento dos pictogramas como sendo uma habilidade voltada para a linguagens, no entanto, entendemos que este conceito também pode ser explorado nas aulas de Matemática, uma vez que ele permite incluir um contexto específico e também conceitos desta área do conhecimento.

Neste sentido, o trabalho com os pictogramas exige que os alunos aprendam tanto a leitura e a interpretação de texto, como a compreensão dos significados simbólicos que são utilizados nas representações elaboradas. Grandó (2013) pontua que se faz necessário aprender a ler Matemática e ler para aprender Matemática, uma vez que, através disso, que o sujeito desenvolve habilidades de interpretar, atribuir sentidos e construir um repertório de termos e conceitos.

Metodologia

Este estudo caracteriza-se como qualitativo, uma vez que ele investiga o universo de significado que não podem simplesmente ser reduzidos à operacionalização de variáveis ou reduzidos a quantidades numéricas (Minayo, 2001).

Participaram desta pesquisa quinze alunos matriculados no oitavo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Estado do Rio Grande do Sul – Brasil. A coleta de dados se deu a partir de um questionário que continha a situação que apresentamos a seguir:

Tabela 1

Questão proposta aos alunos.

Leia o texto a seguir a respeito da distribuição de renda no Brasil¹.

10% da população concentram quase metade da renda do país

O módulo Rendimento de todas as fontes da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua (PNAD Contínua), divulgada hoje (11/04) pelo IBGE, mostrou que, em 2017, a massa de rendimento domiciliar per capita do país foi de 263,1 bilhões. Desse total, 43,3% ficaram concentrados nos 10% da população brasileira com os maiores rendimentos, parcela superior à dos 80% com os menores rendimentos.

Disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/20844-10-da-populacao-concentram-quase-metade-da-renda-do-pais>. Acesso em: 13 jul. 2018.

Esse texto trata da distribuição desigual de renda no Brasil, mostrando que uma pequena porcentagem da população concentra grande parte da renda do país. Isso mostra grande desigualdade social no Brasil. Para melhor representar essa informação, podemos fazer uso de um tipo de gráfico chamado de pictograma. Esse tipo de gráfico utiliza ícones ou outras figuras para transmitir a informação desejada, como mostra o exemplo a seguir.



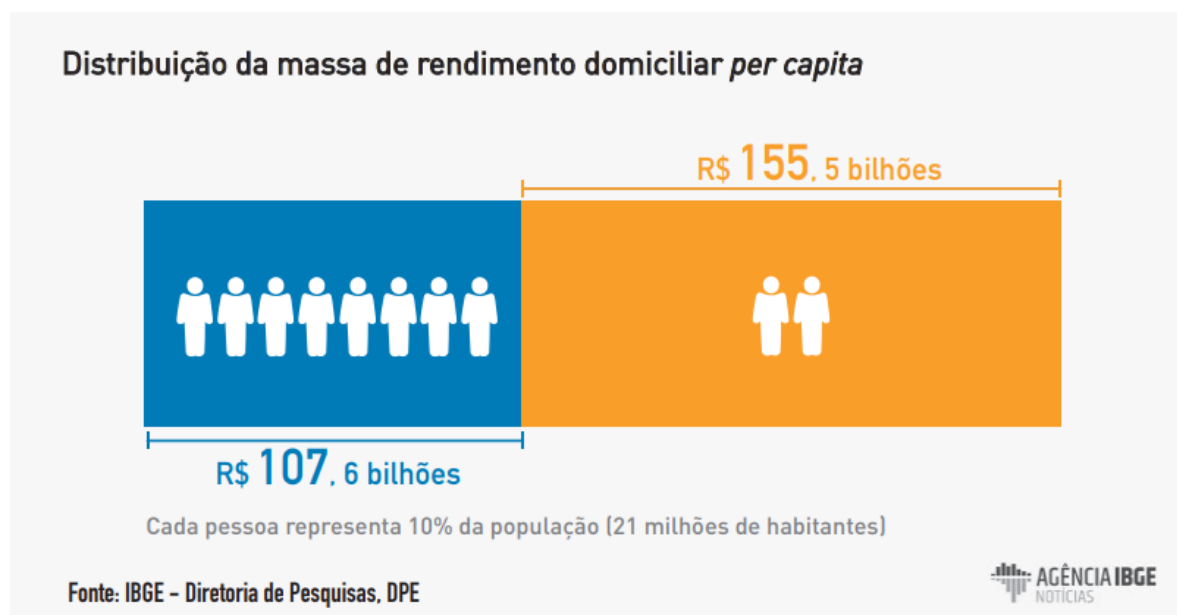
¹ Tal atividade foi retirada do livro Sampaio, Fausto Arnaud. Trilhas da matemática, 7º ano: ensino fundamental, anos finais, 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2018.

Nesse exemplo, utilizam-se ilustrações para representar pessoas e moedas.

Cada  representa 1% da população, isto é, 2,1 milhões de habitantes, e cada  representa R\$ 754,00. Note que essa legenda é muito importante para interpretar esse pictograma. A ilustração de 1 pessoa ao lado de 36 moedas sendo contraposta à ilustração de 50 pessoas ao lado de apenas 1 moeda representa de maneira clara a concentração de renda em uma pequena parcela da população.

Organizando os dados

Podemos observar essa distribuição de renda no Brasil através da renda domiciliar per capita, ou seja, da renda domiciliar dividida pelo número de moradores. A representação a seguir mostra a distribuição de renda com base nesse parâmetro.



De acordo com os dados apresentados pelo pictograma da distribuição da massa de rendimento domiciliar per capita, responda:

Questão 01. O que cada  representa?

Questão 02. Que informações podemos extrair desse pictograma?

Fonte: Sampaio, 2018.

A análise dos resultados deu-se a partir do agrupamento das respostas semelhantes, o que permitiu fazer algumas considerações sobre a temática em questão.

Análise e discussão dos dados

A organização dos dados da pesquisa foi feita em dois momentos. A Tabela 2 apresenta a síntese das respostas dadas pela primeira questão, que tinha como foco verificar se os alunos reconheciam o significado gráfico de um elemento do pictograma.

Tabela 2

Organização das respostas dadas a questão 1.

Questão 01. O que cada  representa?	
Correto	1
Parcialmente Correto	0
Incorreto	14
Não respondeu	0

Fonte: Dados da pesquisa (Construção dos autores, 2024).

Os dados apresentados evidenciam que os alunos não conseguiram ler e interpretar corretamente os dados apresentados na questão. Para que os alunos possam responder de modo satisfatório este tipo de pergunta, é necessário que eles correlacionem o texto apresentado, com as representações gráficas que a mesma possui, ou seja, se faz necessário uma interpretação tanto textual como representacional.

Segundo Smolle e Diniz (2001), compreender um texto não é uma tarefa fácil, já que envolve a interpretação, decodificação, análise, síntese, seleção, antecipação e autocorreção. Deste modo, se há a intenção que aluno aprenda a partir da leitura, não basta simplesmente pedir que ele leia, mas é necessário tornar a leitura uma parte imprescindível para todas as áreas do conhecimento. Neste sentido, as utilizações dos pictogramas nas aulas de Matemática acabam se tornando um momento importante para o desenvolvimento de tal habilidade.

Tabela 3

Organização das respostas dadas a questão 2.

Questão 02. Que informações podemos extrair desse pictograma?	
Distribuição de renda	04
Desigualdade social	02
Tamanho da riqueza da população	01
Não estabeleceram nenhuma relação com as variáveis apresentadas	08

Fonte: Dados da pesquisa (Construção dos autores, 2024).

A segunda questão apresenta dados interessantes sobre o modo como os alunos responderam ao exercício proposto. Embora eles tenham tido dificuldades para responder a primeira indagação, é possível inferir que os mesmos compreenderam a ideia geral do pictograma já que, em algumas respostas, eles apontam a questão da renda como sendo o principal assunto apresentado.

Esses resultados indicam a necessidade de um trabalho mais aprofundado com pictogramas, uma vez que, a interpretação de textos e representações gráficas é essencial, não somente para a aprendizagem matemática, mas para compreender distintas situações presentes no nosso cotidiano.

Maldaner (2016) sublinha que há um número cada vez maior de professores que vem reconhecendo a necessidade de buscar novas formas de ensino, fazendo com a aprendizagem seja mais significativa. Partindo deste reconhecimento que alguns educadores já têm, acreditamos que o uso dos pictogramas favorece a problematização nas aulas de Matemática, o que pode levar a um maior envolvimento do aluno, tornando-o um sujeito ativo de seu processo de aprendizagem.

Esses resultados abrem a possibilidade ainda do professor discutir, em parceria com outras áreas do conhecimento, questões sociais como a distribuição de renda, desigualdade social e o tamanho da riqueza que pequena parcela da população centra em suas mãos.

Considerações finais

Nesta comunicação tivemos como objetivo discutir o modo como os alunos de um oitavo ano do Ensino Fundamental leem e interpretam pictogramas. Os resultados indicam que os alunos possuem bastante dificuldades em relacionarem o texto escrito com a representação simbólica que se faz presente neste tipo de representação.

Esses resultados indicam a necessidade de trabalharmos mais com esse tipo de atividade, uma vez que, em um mundo onde a informação se apresenta cada vez mais de forma sintética e representacional, saber ler e extrair as informações necessárias para a compreensão do que foi apresentado é de grande relevância.

Deste modo, entendemos que esse tipo de atividade abre a possibilidade de criar um ambiente de discussão, uma vez que, a partir da leitura e compreensão dos dados, os alunos poderão se posicionar de forma fundamentada e pautada nos conhecimentos sintetizados neste tipo de representação, o que abre a possibilidade de incluir outra área do conhecimento além da Matemática.

Destacamos que esta comunicação não tem como objetivo apontar os pontos fracos nem as carências que os alunos possuem, mas de trazer elementos que possam nos ajudar a pensar e, consequentemente, qualificar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática ao longo da Educação Básica, de forma que esta área do conhecimento possa contribuir para a formação de cidadãos mais críticos e com um olhar mais abrangente sobre as distintas disciplinas que compõem o currículo escolar.

Referências e bibliografia

- Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. MEC.
- Farias, P. (2003). Hipo-ícones: Imagens, diagramas e metáforas na semiótica peirceana e no design da informação. In L. Leão (Ed.), *Cibercultura 2.0* (pp. 151-166). Nojosa Edições.
- Grando, R. C. (2013). A escrita e a oralidade matemática na educação infantil: Articulações entre o registro das crianças e o registro de práticas dos professores. In A. M. Nacarato & C. E. Lopes (Orgs.), *Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na educação matemática* (1. ed.). Mercado de Letras.
- Maldaner, A. (2016). Aprendendo Matemática nos anos iniciais. Mediação.
- Minayo, M. C. S. (Org.). (2001). *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. Vozes.
- Sampaio, F. A. (2018). *Trilhas da matemática, 7º ano: Ensino fundamental, anos finais* (1. ed.). Saraiva.
- Smole, K.C. S. (2001). Textos em Matemática: Por Que Não? In K. S. Smole e M. I. Diniz (Orgs.), *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática* (pp. 29-68). Porto Alegre, RS: Artmed.



Modelo de Van Hiele y el enfoque STEAM un binomio para el aprendizaje de la Geometría en 4to grado de secundaria

Johandy Osanny **Gómez-Vásquez**

Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña. RLNNM

República Dominicana

thejogv@gmail.com

Yolanni Mercedes **Peguero-Ovalles**

Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña. RLNNM

República Dominicana

yolyovalles0107@gmail.com

Melissa **Vásquez-Hernández**

Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña. RLNNM

República Dominicana

melissavh0611@gmail.com

Newman Yonander **Zambrano- Leal**

Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña. RLNNM

República Dominicana

newman.zambrano@isfodosu.edu.do

Resumen

La necesidad de fortalecer las competencias geométricas en el sistema educativo dominicano motivó la incorporación de enfoques pedagógicos innovadores. Esta investigación cualitativa, desarrollada mediante una metodología de investigación-acción inspirada en el modelo de Kemmis, analizó el impacto de integrar el enfoque STEAM y el modelo de Van Hiele en estudiantes de cuarto grado de secundaria. La experiencia se implementó durante el año escolar 2023-2024 con una muestra de 34 estudiantes. Los resultados evidencian que esta articulación metodológica propicia aprendizajes profundos y contextualizados, mediante proyectos interdisciplinarios centrados en la resolución de problemas. Inicialmente, todos los estudiantes se encontraban en el nivel 1 del modelo de Van Hiele: 32 en fase 1 y 2 en fase 2. Tras la intervención, 17 avanzaron al nivel 2 y los restantes mostraron avances importantes

dentro del nivel 1. Se concluye que esta estrategia favorece el pensamiento geométrico y potencia habilidades cognitivas clave desde una perspectiva activa e interdisciplinaria.

Palabras clave: Desarrollo de Competencias Geométricas; Educación Matemática; Educación Secundaria; Modelo de Van Hiele; Metodología STEAM; República Dominicana

Introducción

En el contexto de una institución educativa pública, en el cuarto grado del segundo ciclo del nivel secundario donde los estudiantes tienen entre 14 y 15 años de la provincia de Santiago de los Caballeros en República Dominicana, las observaciones iniciales revelaron una preocupante deficiencia en el desempeño matemático de los estudiantes. Estas dificultades se hicieron evidentes al constatar que los alumnos mostraban un escaso dominio de los contenidos previos en Geometría, incapaces de identificar adecuadamente figuras y elementos esenciales, lo que derivaba en un bajo nivel de deducción y comprensión de los teoremas y propiedades. Esta problemática, que trasciende de grados anteriores, limita la capacidad de los estudiantes para crear conceptos por sí mismos y relacionar elementos fundamentales en el proceso de aprendizaje.

Según Araya (2014), “Hoy las expectativas sobre la educación indican que la escuela debe contribuir al desarrollo de la capacidad de utilizar conceptos, representaciones y procedimientos matemáticos para interpretar y comprender el mundo real, tanto en lo referido a la vida en el entorno social inmediato, como en los ámbitos del trabajo y estudio” (p. 66). Este planteamiento destaca la necesidad imperiosa de que los estudiantes no solo adquieran conocimientos matemáticos, sino que los integren de manera que puedan aplicarlos en contextos reales, facilitando así su desenvolvimiento en la vida cotidiana.

Conscientes de esta realidad y motivados por el reto de transformar el proceso educativo, se busca implementar una estrategia innovadora que no solo fortalezca las competencias matemáticas, sino que también estimule la motivación y la creatividad de los discentes. En este sentido, se plantearon las siguientes interrogantes: ¿Cómo influye la combinación del Modelo de Van Hiele y el enfoque STEAM en la adquisición de conocimientos geométricos en estudiantes de 4to grado de secundaria? ¿Qué habilidades prácticas y competencias esenciales se desarrollan al integrar estos enfoques en el proceso de enseñanza-aprendizaje?

A partir de este panorama, el objetivo general de esta investigación fue aplicar el Modelo de Van Hiele y el Enfoque STEAM como un binomio para potenciar la adquisición de los conocimientos geométricos en 4to grado de dicha institución.

Marco Teórico

Justificación

La Geometría es un pilar fundamental en el estudio de las matemáticas, reflejado en múltiples aspectos del currículo escolar, especialmente en el cuarto grado de secundaria. La importancia de la Geometría en este nivel educativo radica en la adquisición de conocimientos específicos y el desarrollo de habilidades cognitivas cruciales.

Siguiendo a Therán-Palacio (2021), se destaca la importancia del pensamiento geométrico y el modelo de Van Hiele en el desarrollo de habilidades computacionales. De allí surgió la idea de identificar un método que ayudara a los estudiantes a desarrollar un aprendizaje significativo de la geometría. Fernández-Nieto (2018) resalta la importancia de la geometría para la vida y su enseñanza, enfatizando la necesidad de conectar los conceptos geométricos con la realidad cotidiana.

Por tal motivo, se planteó la idea de adoptar un modelo que contribuyera al aprendizaje significativo de la geometría. La concepción didáctica del trabajo se basó en el modelo educativo de Van Hiele. Una de las razones principales para abordar esta problemática mediante el modelo de Van Hiele y el enfoque STEAM fue su potencial para beneficiar tanto a los estudiantes como a los docentes y al equipo investigador. Se optó por el enfoque STEAM porque permitió una integración interdisciplinaria que favoreció el desarrollo de competencias cognitivas, creativas y colaborativas en los estudiantes. Este enfoque promovió un aprendizaje activo y contextualizado, facilitando la conexión entre los contenidos académicos y situaciones reales, en respuesta a las necesidades planteadas en el estudio. Además, ofreció a los docentes una estructura pedagógica propicia para la implementación de metodologías innovadoras, y al equipo investigador, un marco de análisis que posibilitó examinar las estrategias didácticas desde múltiples dimensiones del conocimiento. Con esta implementación, se buscó mejorar la comprensión de la geometría, de modo que, a medida que los estudiantes avanzaran en los niveles del modelo, fortalecieran su dominio de los conceptos geométricos y su aplicación en diversos contextos.

Conceptualización del Tema

Enseñanza de la Geometría

Fernández-Nieto (2018) destaca la necesidad de romper con los paradigmas tradicionalistas en la enseñanza de la geometría, enfatizando la formación de profesionales competentes y útiles a la sociedad. Pérez y Grau (2010) señalan la relevancia de la enseñanza de la geometría asistida por computadoras como una nueva realidad en la secundaria básica.

Origen del Modelo de Van Hiele

La teoría del razonamiento geométrico de Van Hiele, según Vargas y Araya (2013), se originó en las tesis doctorales de Pierre van Hiele y Dina van Hiele-Geldof, presentadas en 1957 en la Universidad de Utrecht, Países Bajos. Estos trabajos sentaron las bases de un modelo que describe cómo los estudiantes desarrollan su pensamiento geométrico a través de niveles jerárquicos de comprensión. Falconí-Procel (2021) también destaca la utilidad del modelo de

Van Hiele en la enseñanza de la geometría. Por su parte, Sánchez González, Sánchez Sánchez y Roa González (2024) realizaron un análisis de la producción científica española sobre este modelo, ofreciendo una perspectiva actualizada de su aplicación.

Niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele

Los niveles de Van Hiele son descritos por los siguientes autores Fouz y De Donosti (2005), Jaime (1993), Jaime y Gutiérrez (1994) y Beltrametti, Esquivel y Ferrari (2005). Estos niveles de razonamiento geométrico se estructuran jerárquicamente en cinco etapas: Nivel 1 (Reconocimiento o visualización), Nivel 2 (Análisis), Nivel 3 (Deducción informal), Nivel 4 (Deducción formal) y Nivel 5 (Rigor). En el nivel 1, el individuo identifica figuras por su apariencia global, sin distinguir componentes ni comprender sus propiedades; las descripciones son visuales y se apoyan en comparaciones con elementos cotidianos. En el nivel 2, se reconocen partes y propiedades de las figuras geométricas, pero sin establecer relaciones entre ellas; las definiciones surgen de la manipulación empírica, sin una estructura formal. En el nivel 3, el estudiante comprende definiciones, reconoce relaciones entre propiedades y deduce unas a partir de otras, aunque aún no organiza formalmente las demostraciones. En el nivel 4, realiza demostraciones lógicas, maneja la estructura axiomática y reconoce múltiples formas de argumentación. En el nivel 5, analiza sistemas deductivos completos y valora el rigor y la consistencia de los axiomas; este nivel, altamente abstracto, suele alcanzarse solo en contextos universitarios (Alsina, Fortuny y Pérez, 1997; Therán-Palacio, 2021). Según Fouz (2006), al ascender de nivel, el estudiante explicita conocimientos antes implícitos, ampliando su comprensión y dominio conceptual.

Las fases del Modelo de Van Hiele

Las fases del modelo de Van Hiele estructuran el desarrollo del pensamiento geométrico a través de cinco momentos secuenciales, aplicables a cada nivel de razonamiento (Jaime, 1993; Fouz y De Donosti, 2005). Estas fases actúan como un andamiaje pedagógico que guía el aprendizaje progresivo. En la fase 1 (Información) se activan los conocimientos previos e introduce el nuevo contenido. La fase 2 (Orientación dirigida) ofrece problemas estructurados para construir conceptos clave. En la fase 3 (Explicitación) los estudiantes verbalizan sus hallazgos con lenguaje técnico, fortaleciendo sus redes conceptuales. La fase 4 (Orientación libre) permite aplicar lo aprendido a nuevas situaciones con mínima guía docente, favoreciendo la autonomía. Finalmente, en la fase 5 (Integración) se reorganizan y conectan los conocimientos adquiridos, facilitando una comprensión global del contenido. Estas fases no son lineales ni exclusivas de un solo nivel, sino que deben recorrerse en cada etapa para consolidar el aprendizaje geométrico y avanzar en niveles superiores de razonamiento.

Enfoque STEAM

El enfoque STEAM se presenta como una propuesta pedagógica integral que supera la enseñanza tradicional fragmentada, al integrar Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemáticas en un aprendizaje interdisciplinario adaptado a los retos del siglo XXI. No se limita al desarrollo de competencias técnicas, sino que también promueve habilidades creativas, críticas, colaborativas y comunicativas, esenciales en contextos profesionales actuales (Celis y

González, 2021). Desde una perspectiva metodológica, se vincula con el constructivismo y el aprendizaje activo, colocando al estudiante como agente principal en la construcción de su conocimiento. Como señalan Celis y González (2021), STEAM favorece la indagación, la experimentación y el trabajo por proyectos, generando aprendizajes significativos y contextualizados.

Este enfoque también redefine el rol docente, quien pasa de ser transmisor a facilitador del aprendizaje. Cilleruelo y Zubiaga (2014) destacan el valor del “juego experimental” en la motivación y el compromiso estudiantil. Las experiencias lúdicas de STEAM estimulan la creatividad, el pensamiento divergente y la autonomía, promoviendo ambientes de aula más inclusivos, dinámicos y participativos. Finalmente, STEAM impulsa una educación socialmente comprometida, al formar ciudadanos críticos y activos frente a los desafíos de su entorno.

Método y Desarrollo Conceptual

Este estudio se enmarcó en un enfoque cualitativo, sustentado en la metodología de investigación-acción, mediante el modelo cíclico propuesto por Kemmis: planificación, acción, observación y reflexión. La intervención tuvo una duración de cuatro meses y estuvo dirigida a una población de 34 estudiantes de cuarto grado del segundo ciclo del nivel secundario.

Durante el proceso, el equipo investigador diseñó e implementó siete actividades didácticas que integraron los niveles de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele con los principios del enfoque STEAM. Estas actividades promovieron un aprendizaje activo, interdisciplinario y contextualizado. A continuación, se presenta una síntesis de las actividades desarrolladas:

Tabla 1
Actividades STEAM y Modelo Van Hiele

Nombre de la Actividad	Descripción Breve	Recursos Utilizados	Competencias STEAM – Van Hiele
Conociendo nuestro mundo a través de las diagonales	Identificación y trazado de diagonales en figuras conocidas y su relación con el entorno.	Hojas de trabajo, figuras geométricas, ejemplos del entorno.	Observación, contextualización, pensamiento espacial.
Geometría en acción	Construcción y análisis de polígonos usando materiales manipulativos.	Palillos, cartulina, figuras móviles.	Manipulación, análisis, creatividad.
Perímetro poligonal	Medición y comparación de perímetros con herramientas físicas y digitales.	Cintas métricas, software interactivo.	Medición, uso de TIC, razonamiento lógico.
Triángulos en sintonía	Análisis de propiedades de triángulos mediante plantillas y aplicaciones.	Plantillas, recortes, apps digitales.	Clasificación, uso de tecnología, argumentación.
Travesía triangular	Exploración de ángulos internos y externos a través de construcciones y mediciones.	Papel, transportadores físicos y digitales.	Modelado, precisión, análisis de datos.
Tríadas geométricas	Resolución de retos colaborativos sobre propiedades del triángulo.	Material didáctico, guías de trabajo grupal.	Colaboración, pensamiento crítico, resolución de problemas.

La historia de mi carrusel geométrico	Diseño y construcción de un carrusel geométrico móvil con energía solar integrando arte, tecnología y matemáticas.	Cartulina, aplicaciones de diseño, materiales artísticos.	Integración de saberes, diseño, comunicación efectiva.
---------------------------------------	--	---	--

Técnicas para la recolección de datos

Con el propósito de evaluar integralmente el nivel de conocimientos y competencias en Geometría de los estudiantes de cuarto grado, se aplicó una prueba diagnóstica al inicio del proceso educativo. Esta evaluación incluyó contenidos de aritmética, álgebra y, de manera central, geometría. Para esta última, se utilizó un instrumento basado en el modelo de Van Hiele, que permitió ubicar a cada estudiante en una de sus fases de razonamiento geométrico. El diagnóstico fue diseñado para identificar fortalezas y debilidades individuales, sirviendo no solo como punto de partida para la planificación de las actividades, sino también como referencia clave para valorar los avances logrados tras la intervención educativa.

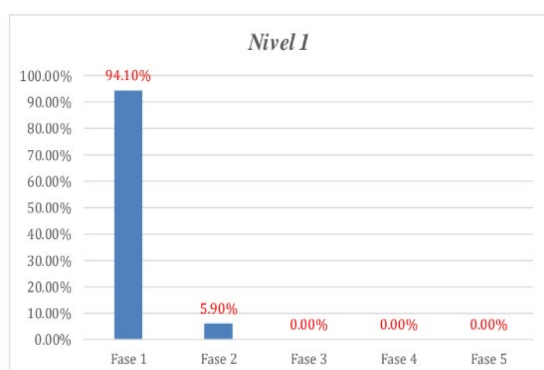


Figura 1. Gráfico del nivel de resultados de la prueba diagnóstica

Como se muestra en la Figura 1, la prueba diagnóstica evidenció que la totalidad de los estudiantes se encontraba en el nivel 1 del modelo de Van Hiele. De ellos, 32 se ubicaron en la fase 1, caracterizada por una comprensión visual básica de las figuras geométricas, limitada al reconocimiento sin análisis de propiedades. Los 2 estudiantes restantes se situaron en la fase 2, mostrando indicios iniciales de análisis y relación entre conceptos, aunque aún dentro de un razonamiento geométrico incipiente.

La recolección de datos se realizó mediante una estrategia mixta que combinó herramientas digitales y registros observacionales. Se utilizaron videos y fotografías para documentar el desarrollo de las actividades y analizar cualitativamente la participación estudiantil. A través de Google Classroom se monitoreó el progreso y desempeño en tiempo real, mientras que instrumentos como Quizizz permitieron evaluar de forma interactiva los conocimientos adquiridos. Además, Google Forms facilitó la aplicación de cuestionarios digitales y la generación automática de datos cuantitativos para su análisis comparativo.

Análisis de Resultados

Los resultados obtenidos tras la implementación de los talleres STEAM bajo el modelo de Van Hiele evidenciaron avances significativos en el desarrollo del razonamiento geométrico de los 34 estudiantes inicialmente ubicados en el nivel 1 del modelo de Van Hiele. De estos, 17 permanecieron en dicho nivel, mostrando progresos dentro de sus fases: 5 alcanzaron la fase 3 (Explicitación), 6 la fase 4 (Orientación libre) y 6 lograron llegar a la fase 5 (Integración) (ver Figura 2). Los otros 17 estudiantes avanzaron al nivel 2, distribuyéndose en diferentes fases: 10 en la fase 1 (Información), 4 en la fase 2 (Orientación dirigida), 1 en la fase 3 (Explicitación) y 2 en la fase 4 (Orientación libre) (ver Figura 3). Este avance representó no solo un cambio cuantitativo, sino una transformación cualitativa en el pensamiento geométrico, al pasar de una percepción visual básica a un análisis estructurado de propiedades y relaciones entre figuras.

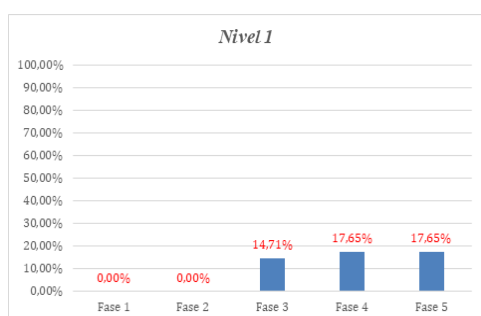


Figura 2. Gráfico del avance de los estudiantes en el nivel 1 del modelo de Van Hiele.

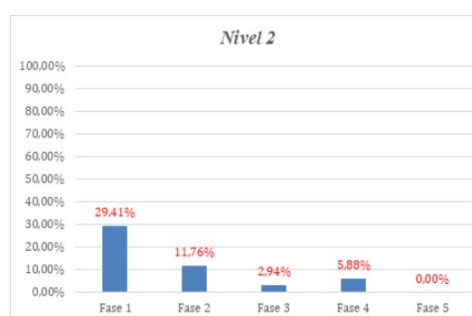


Figura 3. Gráfico del avance de los estudiantes en el nivel 2 del modelo de Van Hiele.

La evidencia del desarrollo de habilidades como la creatividad y el análisis de problemas cotidianos se sustentó en la naturaleza de las actividades propuestas: retos colaborativos, diseño de modelos físicos (como el carrusel geométrico) y uso de herramientas tecnológicas, donde los estudiantes aplicaron conocimientos geométricos en situaciones reales. Estas prácticas, documentadas en registros audiovisuales y reforzadas mediante plataformas digitales, permitieron observar soluciones originales, razonamiento aplicado y transferencias conceptuales más allá del aula.

Como destacan Soler-Garcie (2024) y Pabón-Rúa & López-Ríos (2024), enfoques como el Aprendizaje Basado en Proyectos y STEAM promueven la creatividad y la aplicación de saberes teóricos en contextos reales. De igual forma, Escobar y Costa (2022) subrayan el impacto positivo de estrategias de estudio e investigación con enfoque STEAM en la comprensión de contenidos geométricos. Por lo tanto, los hallazgos obtenidos respondieron al objetivo general de esta investigación, confirmando que los talleres diseñados bajo el modelo de Van Hiele y el enfoque STEAM resultaron efectivos para mejorar la comprensión geométrica, fortalecer la resolución de problemas y desarrollar habilidades cognitivas superiores. En esta línea, Castro González (2023) resalta la relevancia del pensamiento geométrico como base para el fortalecimiento del razonamiento matemático y el desempeño académico en general.

Conclusión

La investigación evidenció que la articulación del modelo de Van Hiele con el enfoque STEAM tuvo un impacto positivo en el desarrollo del razonamiento geométrico y en la aplicación de la geometría a situaciones reales. El objetivo principal, orientado al fortalecimiento de habilidades manipulativas y cognitivas mediante metodologías activas, se logró a través de talleres prácticos e interdisciplinarios, como el diseño de un carrusel geométrico con energía solar.

Los resultados reflejaron avances significativos en los niveles de razonamiento geométrico en comparación con la evaluación diagnóstica inicial. Estudiantes en el nivel 1 mejoraron en la identificación y análisis de figuras, mientras que quienes alcanzaron el nivel 2 aplicaron propiedades geométricas en contextos funcionales, demostrando un mayor dominio conceptual.

Las actividades también promovieron el trabajo colaborativo, la motivación y el desarrollo de habilidades prácticas, contribuyendo a una experiencia educativa integral. Las metodologías empleadas lograron los objetivos académicos y favorecieron el crecimiento personal y social de los estudiantes.

Referencias y bibliografía

- Alsina, C., Fortuny, J. y Pérez, R. (1997). *¿Por qué geometría? Propuestas didácticas para ESO*. Madrid, España: Síntesis.
- Araya, R. (2014). La matemática en la escuela: ¿qué matemática? ¿cómo se enseña? *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 14(3), 1–22.
- Beltrametti, M., Esquivel, M., & Ferrarri, E. (2005). Evolución de los niveles de pensamiento geométrico de estudiantes de Profesorado en Matemática. *Comunicaciones Científicas y Tecnológicas*, 4-7.
- Castro González, Y. (2023). Competencias de pensamiento geométrico como parte del mejoramiento en el aspecto cognitivo de visualización, análisis y abstracción que poseen los estudiantes de Básica Secundaria. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(3), 4528–4550.
- Celis Cuervo, D. A., & González Reyes, R. A. (2021). Aporte de la metodología STEAM en los procesos curriculares. *Boletín Redipe*, 10(8), 279–302. <https://doi.org/10.36260/rbr.v10i8.1405>
- Cilleruelo, L., & Zubiaga, A. (2014). Una aproximación a la Educación STEAM. Prácticas educativas en la encrucijada arte, ciencia y tecnología. *Jornadas de Psicodidáctica*, 18(1), 1–18.
- Escobar, C. C. R., & Costa, V. A. (2022). Avances de la implementación de una Actividad de Estudio e Investigación en el Enfoque STEAM para el estudio de la geometría. *Unión-Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18(66).
- Falconi-Procel, X. Y. (2021). Modelo de Van Hiele y su utilización para la enseñanza de la geometría. *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional*, 6(3), 2261–2278.
- Fernández-Nieto, E. L. (2018). La geometría para la vida y su enseñanza. *Aibi revista de investigación, administración e ingeniería*, 6(1), 33–61.
- Fouz, F., & De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Un paseo por la geometría, 16, 67-81.
- Fouz, F. (2006). Test geométrico aplicando el Modelo de Van Hiele. *Sigma: revista de matemáticas= matematika aldizkaria*, (28), 33-60.
- Jaime, A. (1993). Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento, 314.
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1994). Un modelo de diseño de pruebas para evaluar los niveles de Van Hiele. En Actas de la 18.^a Conferencia de PME (Vol. 3, págs. 41-48).

- Pabón-Rúa, J. D., & López-Ríos, S. Y. (2024). Perspectivas teóricas y metodológicas sobre creatividad en Educación STEAM: una revisión sistemática. *Revista Científica*, 51(3), 1–21.
- Pérez, J. J. F., & Grau, M. E. G. (2010). La enseñanza de la Geometría asistida por computadoras: una nueva realidad en la secundaria básica. *Didasc@ Lia: Didáctica y Educación*, 1(3), 47–62.
- Sánchez González, E., Sánchez Sánchez, A., & Roa González, J. (2024). Modelo Van Hiele para la enseñanza de la geometría: análisis de la producción científica española [Van Hiele model for the teaching of geometry: analysis of the Spanish scientific production]. *European Public & Social Innovation Review*, 9, 1–16. <https://doi.org/10.31637/epsir-2024-1365>
- Soler-Garcie, M. E. (2024). Aprendizaje Basado en Proyectos y enfoque STEAM para trabajar la Geometría a través del Arte en el Museo del Prado en 1º de Educación Secundaria [Tesis de maestría].
- Therán-Palacio, E. (2021). Pensamiento Geométrico, Teoría de Van Hiele y Tecnologías Computacionales. *J. Comput. Electron. Sci.: Theory Appl.*, 2(1), 39–50. <https://doi.org/10.17981/cesta.02.01.2021.04>
- Vargas, G. V., & Araya, R. G. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 27(1), 74–94.



Movimientos investigativos en la Educación Matemática: Posturas contemporáneas otras

Paola Judith **Amaris-Ruidiaz**

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Colombia

paola.amaris@uptc.edu.co

Resumen

Esta propuesta surge para provocar cuestionamientos a la investigación en educación matemática, a las maneras de investigar y de afirmar la vida. A partir de ello se cuestiona ¿Cómo asumimos las investigaciones? Con ello, maquinar otras maneras de habitarlas accionado desde el pensamiento de Gilles Deleuze—a través de la afirmación del acto de investigar. Así, este texto es creado por medio de una experiencia narrativa que posibilita dar movimiento a los afectos provocados por la investigación. En ese camino, la propuesta está dividida en tres actos: el primero, se hablará de aquellas posturas investigativas que pueden asumir verdades y sus formas impuestas, un segundo: ¿Será posible que las investigaciones en educación matemática provoquen delirios?, y el tercer momento, problematizar un afirmar la vida desde lo ético-estético-político para que se pueda pensar desde lo posible, posturas investigativas contemporáneas otras en educación matemática.

Palabras clave: Investigar; Filosofía de la educación; Filosofía de la educación matemática; Formación de profesores; Narrativas; Política de escritura.

Introducción y relevancia del problema¹

Esta propuesta pretende provocar cuestionamientos a la investigación, sus maneras de investigar y de afirmar la vida desde la educación matemática, resultado de un proyecto posdoctoral y que continúa resonando en las investigaciones actuales. A partir de ello se cuestiona ¿Cómo asumimos las investigaciones? Muchas veces practicada desde sistemas de relaciones inconexas, transitada desde cualquier sentido común, así, puede volverse repetitiva, sin respiro, sin vida. Con ello, accionar otras maneras de habitarlas:

A través de la afirmación del acto de investigar, efecto de la composición de una política de relaciones, por la cual [la] investigador[a], la investigación, los intercesores y el camino mismo se encuentran en un espacio-tiempo de invención que se produce. Un accionar que prefiere no resolver problemas sino producirlos. (Albernaz & Corazza, 2018, p 73).

¿Qué estamos ayudando a hacer de nosotros mismos? Una indagación que estará circulando en todo el texto, por el deseo de pensar (con otros) sobre los modos en que los sujetos (de educación) negocian diferentes lógicas, lenguajes, deseos, y, formas de ser y estar en el mundo (Amaris *et al.*, 2020). Frente al desafío de estar juntos (como una tensión intensa) en la investigación y así producir otras formas de constituir modos de vidas. Asimismo, crear provocaciones y contemplaciones desde el lugar que estamos asumiendo el investigar y lo que deseamos con ella, una urgencia.

Rastros metodológicos

Esta propuesta es creada desde y por medio de una experiencia escritural narrativa, que deviene de caminos experienciales (Amaris & Miarka, 2018; 2024) que permiten pensar ¿Cómo dar pasaje a los afectos de la experiencia de investigar en el acto de escribir? Y, como resultado del proyecto posdoctoral: ¿Qué puede un cuerpo-marcado en la educación matemática? El cual uno de sus objetivos era discutir la investigación y los movimientos escriturales que pueden provocar la experiencia, para de esa manera transitar que el escribir a partir de las afectaciones de la investigación sean movimientos necesarios, en donde no asumiese una presión lingüística; pues “la idea es que el texto de la investigación sea, en últimas, la narrativa de su propia experiencia” (Foucault, 2004, p. 66).

En ese sentido según Amaris y Miarka (2024) la propia escritura se muestra como parte del proceso, y no como una etapa posterior de mera presentación de resultados, perteneciente ella misma a una práctica cartográfica²-antropofágica-corporal, entendida como un trazado “que delinea una curva de experimentación entre el pensamiento, el cuerpo y la escritura; una línea

¹ Esta ponencia es inspirada a partir de la publicación final de la investigación posdoctoral (Amaris, 2024). Por tanto, se trae una parte de ese resultado al congreso como posibilidad de circular esta propuesta investigativa, y de provocar a las investigaciones en educación matemática posturas contemporáneas otras.

² El cartógrafo absorbe materiales de cualquier fuente. No tiene prejuicios en cuanto a la relación con la frecuencia, lenguaje o estilo. El compromiso no es con la legitimación, sino con la posibilidad de dar lengua a los movimientos del deseo, es decir, con todo lo que sirve para acuñar materia de expresión y crear significado. Todas las entradas son posibles, siempre que las salidas sean múltiples (Rolnik, 2014). Así, este artículo es asumido desde la provocación de la escritura como se muestra en Amaris y Miarka (2018; 2024), así como desde Rancière (2017) y desde lo ético-estético-político, asumido en Rolnik (1993).

que diagrama su huida, esa que abre un nuevo modo de existencia” (Deleuze & Parnet, 1998, p. 45). Además de eso, se hace una triada: una máquina que “puede ser conectada y debe serlo para que funcione” (Deleuze & Guattari, 1995, p. 12).

Primer Acto: posturas investigativas y producción de verdades

Pina Bausch bailarina, coreógrafa y directora alemana pionera de la danza contemporánea con su montaje Café Müller, crea una obra que en su movimiento³, repetitivo, nos impone formas a las cuales nos podemos acostumbrar, normalizándolas hasta el momento de volverlas naturales. Asimismo, como cuando investigamos y hacemos de ese espacio el lugar más repetitivo de todos: *¿Habrá emoción al leerse uno mismo de aquello que escribe?*

Una investigación que construye un vocabulario de investigación: palabras o expresiones que probablemente solo hacen sentido para quien investiga, que se internalizan, y constituyen sujetos por medio de *modos bien* específicos de ser y estar en el mundo. Solemos aprender que todo saber, todo conocimiento y/o toda investigación parte de *presupuestos* (Deleuze, 2006); y también aprendimos que fundamentar una investigación consiste en enunciar los supuestos que lleva y llevará. Así para Deleuze los “presupuestos filosóficos que son tanto subjetivos como objetivos, creadas explícitamente y asumidas por un concepto dado” (2006, p. 128).

A partir de lo anterior, discutir de donde pueden surgir las investigaciones y cómo funciona el propio campo académico donde estamos inseridos, será siempre urgente. Así como nuestras propias prácticas investigativas que pueden legitimar o también transgredir su propio suelo epistemológico. Hay que discutir sobre las formas, el cómo investigamos y la visibilidad de una verdad que quizás ya sea una creencia. Por eso: *¿Cómo no solo dedicarnos a resignificar lo que ya estaba significado?* Y sí, extrañar lo que siempre fue tan familiar, a dudar de lo que ofrecía solo certezas, a asustar lo tranquilo, a sospechar de las verdades colocadas encima de cualquier cosa, a historiar lo que era concebido como determinado, seguramente transparente, simplemente heredado, sólidamente perpetuo, a problematizar lo que no era ningún problema, ni problemático.

Cuando iniciamos una investigación presentamos los *presupuestos* de los cuales partimos: *¿Lo que hacemos es tomar algo que ya comenzó?* Entonces *¿Por dónde empezar un texto?* *¿Dónde acaecer por primera vez a un problema de investigación?* *¿Qué viene primero?* *¿Cuál es la primera palabra, la primera frase, la primera mirada, la primera pregunta?* Sin embargo, Deleuze (2006) dirá que la función de los *presupuestos* no es verdaderamente iniciar, sino precisamente referir el acto de iniciar a lo ya iniciado.

Muchas veces nos basamos por sobre lo que ya está fundamentado, lo cual requiere un cuidado: los códigos, vocabularios y signos de lo ya conocido, pues cuando se parte de *presupuestos* no es crear nuevos comienzos, ni nuevos planes o nuevos suelos, sino, apoyarse en lo que ya existe, *el cuidado: sin cuestionarlos*. Es por eso que no será partir de *presupuestos*, sino, romperlos: es investigar más allá y por debajo de lo ya pensado e investigado. Tratase entonces de una responsabilidad por el movimiento, por el desplazamiento, por la subversión

³Pina Bausch - Café Müller., 25 out. 2012. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=3WLazG0bQPI>>. Acesso em: 14 dez. 2023

epistemológica de la tradición científico-académica; de reflexionar sobre las propias investigaciones – *una acción política necesaria*.

Al confrontar ese mundo y sus modelos: *¿Cómo hacer más real aquello que existe?* (Lapoujade, 2017), para esto según Lapoujade expone la necesidad de tematizar *el otro lado de las cosas* reveladas no como una presencia de menor grado que la cosa misma, sino como un ser en sí mismo que se relaciona, interactúa y transforma según su propio modo de existencia. Es decir, reflexionar sobre una realidad inacabada, sobre nuestro modo de constituirnos y relacionarnos con el mundo; donde el punto de vista sobre la realidad no sea definido en línea recta, su propio laberinto; y no esperar que la respuesta sea solo el lugar de llegada, o como dice Joseph Jacotot en “El maestro ignorante” (Rancière, 2008, p. 35): “la dependencia del explicador nos embrutece.

Segundo Acto ¿Será posible que las investigaciones en educación matemática provoquen delirios?

Investigar también puede ser un proceso corpóreo, aquel que pulsa la vida, el deseo como producción, aquel que nos inquieta y hace de lo posible un lugar de encuentro. Donde la vida produce angustia e inquieta, la cual puede generar un lugar de pregunta *¿Cuántas de nuestras investigaciones son creadas desde esas angustias?* – “É preciso transver o mundo”⁴. No significa que sea un lugar de respuesta, pero sí de curiosidad, de envolver la vida que nos contorna y hacer de ella una inquietación.

Según Clareto y Rotondo (2015) Investigar: Un verbo. Expresa acción y también afectos, estados y procesos, con y -en, y junto a un movimiento que puede instaurar formas de estar con el mundo, de estar con la Filosofía, la Matemática, la Antropología, las Artes. De crear. De inventar. De estar...Movimiento que puede sacudir y rasgar las líneas.

¿Qué inventamos cuando investigamos?

Una investigación en apertura a los procesos de una escuela, a las aulas, puede inventar lenguaje para visibilizar las formas. Palabras que insisten en las entrelineas de la vida, en su afuera, en el aquí y ahora, en el potente instante de vivir.

Enfrentar concepciones, creencias, modos ligados a poderes y saberes.
Investigar: ¿Qué prácticas son inventadas para hacer la vida más potente?
¿Qué tácticas son inventadas por profesores y profesoras en una escuela?
Investigar: ocupar lugares, subvertir lo que esta institucionalizado, crear escrituras otras.
Incitar la vida con la propia vida.
Investigar junto a las voces que piden pasajes, ser transeúntes.
Investigar componiendo con y en la escuela, con y en el currículo, transgredir para crear otros espacios.
¿Puede la producción de conocimiento en la investigación en educación matemática provocar delirios y producir nuevos modos de vida?

⁴Trecho do filme “Só dez por cento é mentira” de Pedro César (2010). Disponível em: <https://www.netflix.com/br/title/81597687>. Acesso e, 1 ago. 2024.

Para ello hay que producir-crear una mirada ética al propio acto de investigar en la educación matemática, pues si importa:

¿Cuál es la actitud contemporánea que asumimos en estos tiempos?

La contemporaneidad es, entonces, una singular relación con el propio tiempo, que adhiere a él y, a la vez, toma distancia; más precisamente, es aquella relación con el tiempo que adhiere a él a través de un desfase y un anacronismo. Aquellos que coinciden demasiado plenamente con la época, que encajan en cada punto perfectamente con ella, no son contemporáneos porque, justamente por ello, no logran verla, no pueden tener fija la mirada sobre ella (Agamben, 2009, p. 62).

Agamben (2009) hace cuestionar el cómo se percibe la oscuridad del presente, esta luz que busca alcanzarnos y no puede hacerlo, ello significa ser contemporáneos. Por ello, los contemporáneos son raros, pues, ser contemporáneos es, sobre todo, una cuestión de coraje: porque significa ser capaces no sólo de tener fija la mirada en la oscuridad de la época, sino también percibir en aquella oscuridad una luz que, directa, versándonos, se aleja infinitamente de nosotros. Es decir, aún: ser puntuales en una cita a la que se puede solo faltar.

Por esta razón, también habrá que cuestionar nuestra área de investigación: la educación matemática. Así como también las matemáticas, pues como cualquier otra ciencia al ser una práctica de conocimiento humana, son inherentemente políticas, ceñidas en problemáticas de dominación y poder, como cualquier otra práctica humana en la historia. De esa manera, se debe hacer presente que las prácticas de enseñanza y aprendizaje de cualquier ciencia no son neutras (Amaris; Silva, 2021).

Por ejemplo, en el texto de Amaris (2021) a partir de varios autores propone discutir como las matemáticas constituyen un *ethos* en la formación de los profesores de matemáticas: un conjunto de políticas de formación —gubernamentales, subjetivas, epistemológicas, sociales, etc. Por eso, valdría la pena cuestionar: ¿Qué tipo de Matemática se está constituyendo en las investigaciones “es lo que hacen los matemáticos cuando dicen que están haciendo matemáticas” (Lins, 2004, p. 99)? Además de esto, ¿Qué puede esa Matemática que se está intentando producir? ¿Cuáles son sus afectos-efectos? Delineando un camino más, “en la medida que se escapan de las dimensiones del saber y del poder, parece especialmente capaces de trazar caminos de creación” (Deleuze, 1990, p. 3).

En ese sentido, hubo un movimiento de ampliación de horizontes, dejando de investigar únicamente aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, abriéndola desde la perspectiva de la Psicología, Filosofía, Antropología, y, Humanidades. Las cuales devienen del giro que se realizó, hacia aspectos sociales en la investigación en la educación matemática, nombrado por Lerman (2000) como el “viraje a lo social”. Así, el objetivo es poder articular diferentes formas de habitar contornos investigativos que no tengan como principal función una demarcación territorial.

Tercer Acto ¿Qué se afirma cuando se investiga y por medio de ello qué existencia se está afirmando?

Muchos investigadores se sienten tentados a colocar estacas o marcadores para delimitar el área, la multiplicidad de investigaciones en el campo de la educación matemática ya no permite

el establecimiento de límites fijos (Silva & Miarka, 2017), convirtiendo el área en una red de prácticas sociales (Valero, 2010). Estos nuevos movimientos catalizaron la construcción de nuevas investigaciones que acercaron cuestiones sociopolíticas y culturales al escenario investigativo de la educación matemática, brindando la posibilidad de visualizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde otros puntos de vista.

El área de la educación matemática (Clareto & Miarka, 2015) puede que se aferre a asumir una visión hegemónica de la matemática y la educación, de esa manera poco tiene a decir de una postura contemporánea, quien sucumbe en ese camino, puede estar próximo a la apatía, la pasividad, y a los círculos viciosos. Una abertura a lo nuevo, a lo plural, al cuidado del otro, y de lo otro, puede provocar cuestiones como: *¿Qué se afirma cuando se investiga y por medio de ello qué existencia se está afirmando?* Esto no está habitado desde la respuesta, pero sí, desde todo lo que puede implicar, citando:

Afirmar no es cargar, uncir, asumir lo que es, sino al contrario: desligar, liberar, descargar. No cargar la vida bajo el peso de los valores superiores, incluso los heroicos, sino crear valores nuevos que sean los de la vida, que hagan de la vida lo ligero o lo afirmativo. (Deleuze, 1997, p. 3).

Ese afirmar no se toma como una falsa ilusión con pretensiones utilitarias: “aquella que pretende explorar el laberinto o el bosque del conocimiento” (Deleuze, 1997 p. 32). Sino que pueda producir otros modos de existencia. *Una postura contemporánea es urgente.*

Incluso vale la pena preguntarnos como nos propone el filósofo brasileiro Luis Orlandi “*¿Qué estamos ayudando a hacer de nosotros mismos?*” (Orlandi *et al.*, 2002). Pues no es cuestión teórica aplicada, que es una de las preocupaciones más relevantes en el campo educativo. En ese sentido, preguntas éticas como: *¿En qué nos hemos convertido?* o *¿Qué estamos ayudando a hacer de nosotros mismos?* Nos pueden facilitar evidencias de las prácticas dominantes que hemos construido, pues la vida, lo que se inscribe y lo que se piensa no puede estar desconectada de como asumimos un mundo por investigar, pues el cómo hacer más real aquello que existe requiere una mirada sensible a lo que nos rodea, como al escribir una tesis: una acción y un acto político. Una política como forma de experiencia.

Una postura que no invita a ocupar un territorio para después crear otro y así transitar en demarcaciones específicas y crear círculos viciosos, sino abrir caminos que permitan producir actitudes vitales. Así el vitalista según Amaris (2021) quien ama la vida porque está acostumbrado a amar. Detrás de esa aparente redundancia despunta, pues, la idea de que el vitalista es quien no se ha pensado la vida con sus hábitos (de sentir, de percibir y de pensar), porque se sabe que la vida, por su carácter móvil y cambiante, consiste en algo más fuerte que uno mismo.

Foucault (2010) nos llama la atención al pensar una *estética de la existencia*, la cual se centra en las formas que el individuo puede dar a su vida, sin que este dar forma, implique un sistema disciplinario o normativo. Reconociendo que no existe una relación de necesidad entre la moral y las estructuras políticas, sociales y económicas, sino sólo conjunciones históricas. Por eso, “hay que entender las prácticas sensatas y voluntarias por las que los hombres no sólo se fijan reglas de conducta, sino que buscan transformarse a sí mismos, modificarse en su ser

singular y hacer de su vida una obra que presenta ciertos valores estéticos y responde a ciertos criterios de estilo” (Foucault, 2008, p. 17).

En ese camino, la forma y como el sujeto se constituye a sí mismo, es concepto de arte de vivir en cuanto reflexiono, una práctica de la existencia, una ética pensada como una estética de la existencia ¿*Cómo encaro y asumo la vida?* De esa manera, el arte de vivir no se define sobre ningún tipo de obligación moral, es más un trabajo responsable sobre sí mismo, y esto, puede configurar su existencia, encarnando la experiencia de pensar y vivir con el otro, y lo otro.

Asumir la producción de conocimientos como una práctica de la existencia es una relación personal: “el arte de la existencia y el discurso veraz, la relación entre la existencia bella y la verdadera vida, la vida en la verdad, la vida para la verdad” (Foucault, 2017, p. 175). Por eso hay que cuestionar las formas y las propias prácticas que asumimos cuando se investiga, actos que requieren una actitud ética-estética-política de vida. Una lucha contra las fuerzas que obstruyen nuestros devenires.

¿Qué vida se está afirmando cuando se investiga?

Conclusiones

Según Rancière (2005) hay una estética que nada tiene que ver con la estetización de la política, ya que existe una estética primaria en la base de la política, es decir, un modo de, al mismo tiempo, dividir y compartir la experiencia sensible. Esa estética primera, produce sus propias prácticas, llamadas *prácticas estéticas*, entendiéndolas como formas de visibilidad de las prácticas artísticas, que *son modos de hacer*, por lo que visibilizan el lugar que ocupan, y *modos de ser*, pues son signos que producen un lenguaje y de ahí forman su visibilidad. La estética y la política son formas de organizar lo sensible: de dar significado, de hacer visibles las cosas, de construir la visibilidad y la inteligibilidad de los acontecimientos.

Posiblemente esto puede que ayude a la apertura de crear investigaciones que afirmen la propia vida, desde regímenes estéticos y políticos (Rancière, 2005) que problematicen nuestras formas de hacer/ser en las investigaciones. Pues toda practica investigativa hace política, porque se insiere en el sentido de la comunidad, cualesquiera que sean las intenciones que las rigen, los tipos de inserción que se pretenden reflejan estructuras o movimientos sociales de dada época. Por eso, hay que tener presente que “investigar la investigación es un movimiento político necesario” (Pais & Valero, 2012). De esa manera, cuando se ocupa el espacio y el tiempo en que cada uno de esos modos transita, y el cual habitamos, puede condicionar el lugar que se ocupa y la postura que ésta requiere, la cual no invita a ocupar un territorio para después crear otros, sino abrir caminos que permitan producir actitudes nómadas: “un agente político -que actúa- que remite a un deseo intenso de cruzar fronteras y ampliar los límites, convirtiéndolos en tierras de nadie” (Amaris & Miarka 2020, p. 218).

Referencias y bibliografía

Albernaz, R., & Corazza, S. (2018). Método maquinatório de pesquisa. *Pedagogía y Saberes*, 49, 67-80.

- Amaris-Ruidiaz, P. (2024). Investigar en educación matemática: Afirmar la vida desde lo ético-estético-político. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 38, e230292. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v38a230292>.
- Amaris-Ruidiaz, P. (2023). Una educación como práctica de afectos: ¿Qué puede un(a) profesor(a) de matemáticas? *Praxis & Saber*, 14(36), 31-44. <https://doi.org/10.19053/22160159.v14.n36.2023.15009>.
- Amaris-Ruidiaz, P. (2021). Entre líneas y enunciaciones: flâneur en la Educación Matemática Crítica en Colombia. *Revista Latinoamericana De Etnomatemática Perspectivas Socioculturales De La Educación Matemática*, 14(1), 15-34. <https://doi.org/10.22267/relatem.21141.80>
- Amaris-Ruidiaz, P., & Da Silva, M. A. (2021). Chuva de verão e os rastros de uma escola: provocações sobre o mundo em que vivemos. *Criar Educação*, 10(2), 56-75.
- Amaris-Ruidiaz, P. y Miarka, R. (2024). Política de escrita de un cuerpo que escribe entre la literatura [y] Filosofía [y] la investigación.... *Folios*, (59), 158-169. <https://doi.org/10.17227/folios.59-16604>
- Amaris-Ruidiaz, P., & Miarka, R. (2020). Entre o estado e o nômade: a produção de um espaço de partilha como possibilidade de alisamento de espaços escolares estriados. *Alegrar*.
- Amaris-Ruidiaz, P. y Miarka, R. (2018). Escrita-corpo-experiência e literatura: que pode o escrever (na pesquisa) (em educação matemática)? *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 11(3), 13-31.
- Amaris-Ruidiaz, P., Godoy, E. V., & Silva, M. A. da. (2020). O Mágico de Oz, o Mito da Caverna e os currículos de matemática: o ideal e o possível. *Zetetike*, 28, e020028. <https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8658657>.
- Clareto, S. M., & Miarka, R. (2015). eDucAção MAtemática AefeTivA: nomes e movimentos em avessos. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 29(53), 794-808.
- Clareto, S. M., & Rotondo, M. (2015). Pesquisar: inventar mundos com Educações Matemáticas. *Perspectivas da Educação Matemática*, 8(18).
- Deleuze G., & Parnett, C. (1998). *Diálogos*. Tradução de Eloisa Araújo Ribeiro, São Paulo: Escuta.
- Deleuze, G., & Guattari, F. (1995). *Mil platôs - Capitalismo e Esquizofrenia*. São Paulo: Editora 34.
- Deleuze, G. (2006). *Diferença e Repetição*. 2. ed. revis. e atual. Tradução L. Orlandi; R. Machado. São Paulo: Graal.
- Deleuze, G. (1990). *¿Qué es un dispositivo?* Michel Foucault, filósofo. Barcelona: Gedisa.
- Deleuze, G. (1997). Mistério de Ariadne segundo Nietzsche. *Crítica e clínica*, 34.
- Foucault, M. (2004). *Ditos e escritos: Ética, Sexualidade, Política*. Rio de Janeiro: Forense Universitária (Vol. V).
- Foucault, M. (2008). *Historia de la sexualidad 2. El uso de los placeres*. 2. ed. Buenos Aires: Siglo XXI.
- Foucault, M. (2010). *La ética del cuidado de sí como práctica de la libertad*. Buenos Aires: Paidós (Obras Completas).
- Foucault, M. (2017). *El coraje de la verdad: el gobierno de sí y de los otros II*. Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica.
- Lapoujade, D. (2017). *As existências mínimas*. São Paulo: n-1 edições.
- Lerman, s. (2000). The Social Turn in Mathematics Education Research. In: Boaler, J. (ed.). *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning. International Perspectives on Mathematics Education*. Westport: Ablex Publishing.
- Lins, R. C. (2004). Matemática, monstros, significados e educação matemática. *Educação matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez*, 92-120.
- Orlandi, L. B., Rago, M., Veiga-Neto A. (2002). *Que estamos ajudando a fazer de nós mesmos. Imagens de Foucault e Deleuze: ressonâncias nietzschianas*. Rio de Janeiro: DP&A.
- Pais, A., & Valero, P. (2012). Researching research: Mathematics education in the political. *Educational studies in mathematics*, 80, 9-24.
- Rancière, J. (2008). *El maestro ignorante: Cinco lecciones sobre la emancipación intelectual*. Santiago: Mimesis.
- Rancière, J. (2005). *A partilha do sensível: estética e política*. São Paulo: Editora 34.
- Rolnik, S. (1993). Pensamento, corpo e devir. Uma perspectiva ético/estético/política no trabalho acadêmico. *Cadernos de subjetividade*, 1(2), 241-252.
- Rolnik, S. (1989). *Cartografia sentimental: transformações contemporaneas do desejo*. Porto Alegre: Sulina.
- Silva, M. A., & Miarka, R. (2017). Geni, a Pesquisa em [E] educação [M] matemática e o Zepelim. *Perspectivas da Educação Matemática*, 10(24).
- Valero, P. (2010). Mathematics education as a network of social practices. In *Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. LIV-LXXX). Institut National de Recherche Pédagogique.



Perspectivas teóricas para una Educación Matemática Inclusiva: El caso de los estudiantes con discapacidad visual

Johan David **Gallego** Guzmán

Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Zacatecas
México

jdgalleosg@uaz.edu.mx

Carolina **Carrillo** García

Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Zacatecas
México

ccarrillo@uaz.edu.mx

Resumen

Tras realizar una revisión bibliográfica, se identifican diversos obstáculos significativos que limitan el desarrollo académico de los estudiantes con discapacidad visual (EDV), haciendo énfasis particularmente a la falta de una postura teórica desde la Matemática Educativa (ME) que oriente la metodología pedagógica. En este contexto, el presente estudio tiene como objetivo describir los aspectos teóricos-metodológicos que se relacionan de las teorías de ME y el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA) dirigida a EDV. La investigación, de enfoque cualitativo y diseño transversal exploratorio-descriptivo, incluye la realización de entrevistas semiestructuradas a diez expertos en ME. Además, se proponen características educativas para los EDV basados en dos marcos curriculares. Se espera que los resultados de esta investigación contribuyan con elementos teóricos que faciliten la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas a esta población.

Palabras clave: Didáctica de las Matemáticas; Discapacidad Visual; Diseño Universal para el Aprendizaje; Inclusión educativa; México; Networking of theories; Teoría; Teorías de la Matemática Educativa.

Introducción

La inclusión educativa ha sido reconocida como un objetivo esencial en la legislación de numerosos países, reflejándose en sus marcos normativos y programas de estudio. No obstante, persiste una discrepancia notable entre estos preceptos legislativos y su implementación efectiva en el ámbito escolar (Kú et al., 2021). El modelo educativo tradicional, concebido en torno al estudiante promedio o regular, no ha logrado atender de manera adecuada las necesidades específicas de los estudiantes con discapacidad, lo que ha resultado en una escasez de recursos adaptados para su desarrollo integral (Carrillo et al., 2021; Acevedo et al., 2023).

En particular, los docentes enfrentan una carencia significativa de conocimientos sobre estrategias y metodologías que faciliten el aprendizaje de las Matemáticas para los EDV (Alveal et al., 2017). Esta falta de preparación, sumada a factores como la desigualdad y el rechazo dentro de la comunidad educativa, contribuye a la deserción escolar de esta población (Ortiz y Lopera, 2017; Reynaga y Fernández, 2019). Sin embargo, desde el campo de la ME, se evidencia la carencia de un marco teórico que guíe eficazmente la didáctica matemática para esta población (Acevedo et al., 2023).

La ausencia de un marco referencial especializado que proporcione orientación teórica específica para los docentes de Matemáticas que enseñan a EDV (Del Río, 2023) ha derivado en un conocimiento limitado sobre las estrategias, herramientas y metodologías adecuadas para apoyar su aprendizaje matemático (Alveal et al., 2017; Llamazares y Arias, 2021). Esta situación subraya la necesidad de desarrollar marcos teóricos y metodológicos que faciliten una comprensión profunda del pensamiento matemático de esta población (López-Mojica et al., 2017).

Las investigaciones realizadas por Sánchez y Díez (2013), Casallas (2018), Alba (2019), Castillo (2021) y Valdivieso (2021) han demostrado de manera contundente la efectividad del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA) en los procesos de inclusión educativa. Estos estudios evidencian cómo la implementación del DUA facilita la adaptación de los entornos de aprendizaje para atender las diversas necesidades de todos los estudiantes, promoviendo así una mayor equidad y accesibilidad en el aula. La acumulación de evidencia resalta el impacto positivo del DUA en la creación de un ambiente educativo inclusivo y equitativo, que responde de forma efectiva a las diferencias individuales en el aprendizaje.

En este contexto, la presente investigación tiene como objetivo describir los aspectos teóricos-metodológicos que se relacionan de las teorías de ME y el DUA dirigida a EDV. Cabe señalar que esta investigación se encuentra en su fase final, y se espera que para la fecha del evento se presenten los resultados obtenidos. No obstante, en esta instancia, se presentan los resultados preliminares que han orientado los elementos teóricos que se abordarán en el estudio.

Marco referencial

Discapacidad y Discapacidad visual

Según la Organización Mundial de la Salud (OMS), la discapacidad es entendida como el resultado de la interacción entre las personas con deficiencias y las barreras impuestas por

factores actitudinales y ambientales, los cuales obstaculizan su plena y efectiva participación en la sociedad en condiciones de igualdad con los demás. Esta perspectiva pone énfasis en que la discapacidad no sólo proviene de la deficiencia en sí misma, sino también de las limitaciones sociales y contextuales que impiden la inclusión y la equidad en la vida cotidiana (WHO, 2011).

Dentro del marco de clasificación de la OMS, se reconocen cinco tipos de discapacidad, entre los cuales se incluye la discapacidad visual. Esta última se refiere a las alteraciones que afectan la percepción y la interpretación de las imágenes visuales, lo que implica dificultades en la forma en que se asigna significado a las formas, figuras y objetos detectados visualmente. Dichas alteraciones repercuten negativamente en el reconocimiento y la identificación de objetos, lo que afecta la capacidad para interactuar con el entorno de manera convencional (OMS, 2016). La discapacidad visual, según la clasificación del Consejo Nacional de Fomento Educativo (CONAFE), puede adoptar diversas formas, como la ceguera y la baja visión. En este sentido, la ceguera implica la pérdida total de la visión, mientras que la baja visión hace referencia a una reducción significativa de la capacidad visual que no puede ser corregida mediante el uso de lentes convencionales (CONAFE, 2010).

Educación inclusiva y Educación Especial

La educación inclusiva es un enfoque que busca garantizar el derecho a la educación para todas las personas, independientemente de sus características individuales, promoviendo la participación plena de todos los estudiantes en el proceso educativo. En un sentido estricto, la educación inclusiva implica que todos los niños, ya sean con discapacidad o sin ella, deben ser educados en aulas regulares, en compañía de sus compañeros de la misma edad (Reynaga y Fernández, 2019). De acuerdo con Kú et al. (2021), la educación inclusiva es un conjunto de procesos que busca eliminar o minimizar las BAP de todo el alumnado, asegurando que todos los estudiantes tengan igualdad de oportunidades para aprender.

En el contexto mexicano, la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2017) subraya que el objetivo de la educación inclusiva es fomentar el aprecio por la diversidad y erradicar cualquier forma de discriminación, ya sea por origen étnico, género, discapacidad, religión, orientación sexual u otros motivos. Este enfoque tiene como meta no sólo proporcionar una educación accesible, sino también permitir que todos los participantes en el proceso educativo aprendan a ser y a convivir en un entorno de respeto mutuo, creando comunidades educativas más inclusivas y equitativas.

Por su parte, la educación especial es una modalidad educativa diseñada para atender a las personas que presentan NEE, las cuales pueden estar asociadas o no a una discapacidad, así como a aquellos individuos que poseen habilidades y aptitudes sobresalientes. Esta modalidad tiene como propósito ofrecer servicios y recursos educativos adecuados y personalizados, que permitan a los estudiantes con NEE acceder a un proceso de enseñanza-aprendizaje que responda a sus características y capacidades individuales (Romero y García, 2013).

De esta manera, cabe aclarar que la educación especial forma parte de la educación inclusiva, que se enfoca principalmente en los estudiantes con discapacidades o habilidades y aptitudes sobresalientes.

Teoría y Teoría en Matemática Educativa

Concebimos la noción de teoría como un conjunto de conceptos, definiciones y proposiciones interrelacionadas que ofrecen una perspectiva sistemática de fenómenos, especificando las relaciones entre variables con el propósito de explicar y predecir dichos fenómenos (Kerlinger, 1975, citado en Hernández et al., 2014).

Concebimos la noción de teoría en Matemática Educativa como un conjunto de conceptos, definiciones y proposiciones relacionadas entre sí que establece los conocimientos, medios y técnicas para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas (Kilpatrick, 1988 citado en Sierra, 2011).

Metodología

Se lleva a cabo una investigación cualitativa de tipo exploratorio/descriptivo (Hernández et al., 2014) donde se hace énfasis en un estudio de corte teórico-comparativo. Este tipo de investigación compara y contrasta teorías existentes en dos campos, con la finalidad de integrar conceptos o identificar áreas comunes. Este tipo de investigación pretende proponer un nuevo modelo teórico que sirva como base para futuras investigaciones o prácticas.

La investigación se lleva a cabo en tres fases: revisión sistemática, análisis comparativo e integración conceptual. En la primera fase, dada la escasez de literatura que aborde las teorías de la ME en relación con aspectos de inclusión, se decide realizar una entrevista semiestructurada a diez expertos en ME, con el objetivo de identificar aquellas teorías en ME que los expertos consideran que contienen elementos relevantes para la inclusión educativa. En la segunda fase, se opta por utilizar las estrategias de la red de teorías (Strategies Networking of theories), que permitirá identificar conceptos comunes y diferencias entre las teorías de la ME y el DUA. Finalmente, en la tercera fase se propone un marco teórico integrador que vincule los conceptos clave de las teorías analizadas, con énfasis en su aplicación en la Educación Matemática para personas con discapacidad visual. Es importante señalar que, en la actualidad, el trabajo se encuentra en desarrollo en las fases 2 y 3. A continuación, se presentan los resultados obtenidos hasta el momento, aclarando al comité evaluador que, para la fecha del evento, el trabajo estará finalizado.

Resultados

A partir de las respuestas obtenidas de los expertos en las entrevistas realizadas, identificamos que cada teoría posee su propia epistemología, la cual surge de paradigmas que fomentan la construcción del conocimiento matemático. Estas teorías pueden agruparse en las siguientes categorías: teorías centradas en aspectos cognitivos, teorías centradas en el objeto matemático, teorías centradas en la didáctica y teorías centradas en aspectos sociales.

En respuesta a la pregunta “¿Qué aspectos de la inclusión considera que se abordan en los marcos teóricos existentes de la Matemática Educativa?”, formulada a cada uno de los expertos, se identificaron las siguientes teorías que, según su opinión, incorporan elementos clave para la inclusión educativa. A continuación, se presenta la Tabla 1, en la cual se enumeran las teorías mencionadas con mayor frecuencia por los expertos, organizadas en orden descendente.

Tabla 1

Teorías de la ME que proponen los expertos para la inclusión educativa.

Teoría	Cantidad de expertos que la nombraron	Cantidad de veces mencionada en las entrevistas
APOE	6	20
Teoría De Representaciones Semióticas	5	16
Teoría De Situaciones Didácticas	3	14
Análisis Didáctico	3	13
Enfoque Ontosemiótico	3	8
Socioepistemología	2	15
Etnomatemática	2	28
Conocimiento Del Profesor (MKT, MTSK, TPACK)	2	12
Teoría De Visualización Matemática	1	1
Enfoque Teórico Luc Trouche	1	1
Teoría De La Comunidad De Práctica	1	1
Teoría Antropológica De Lo Didáctico	1	5

Fuente: Elaboración propia

Como resultado de las entrevistas realizadas a los expertos y de lo identificado en la Tabla 1, decidimos centrar nuestra investigación en cuatro teorías de la ME: la Teoría APOE, la Teoría de Representaciones Semióticas (TRS), la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) y la Teoría Socioepistemológica.

Por otro lado, para las características educativas propuestas para los EDV, tomaremos en cuenta lo establecido por el Expanded Core Curriculum (ECC) y el Curriculum Framework for Children and Young People with Vision Impairment (CFVI). Ambos documentos proponen competencias y áreas específicas para la educación de los EDV, las cuales se presentan en las Figuras 1 y 2.

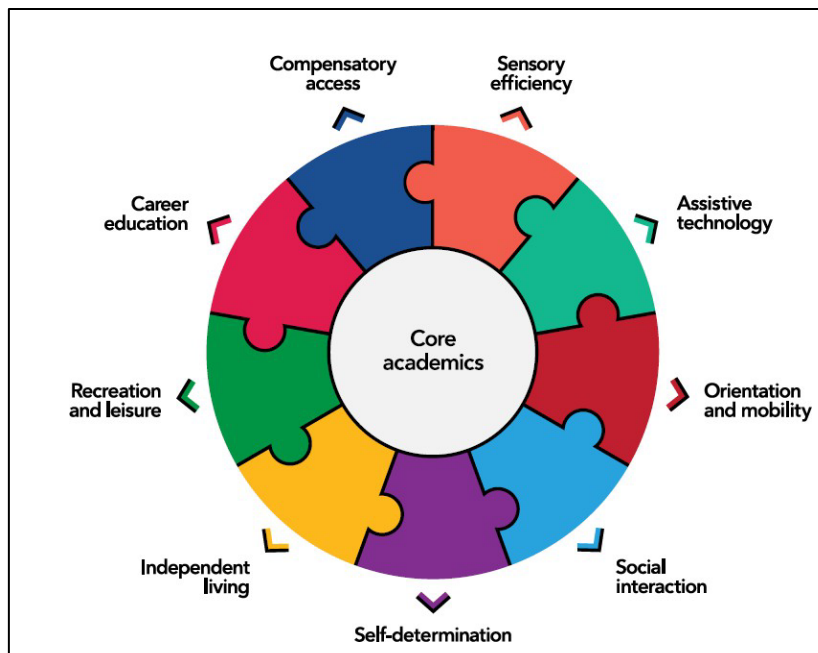


Figura 1. Características educativas del ECC (Allman y Lewis, 2014)

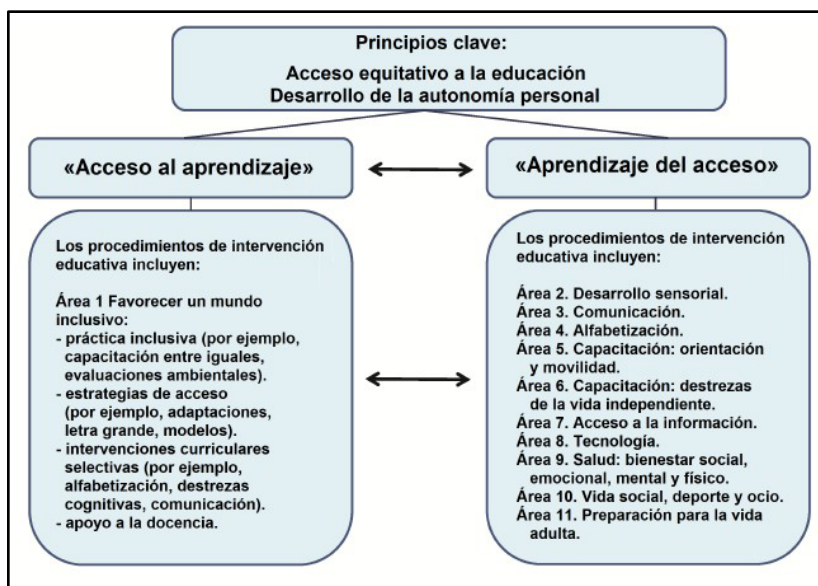


Figura 2. Características educativas del CFVI (Hewett et al., 2024)

Se propone establecer relaciones entre el CFVI y el ECC, por lo que hemos desarrollado las siguientes características educativas para los EDV:

1. De la relación Desarrollo sensorial (CFVI) y Sensory efficiency (ECC) se determina la característica: *Desarrollo y eficiencia sensorial*.

2. De la relación comunicación y acceso a la información del (CFVI) y social interaction del (ECC) se determina la característica: *Comunicación e interacción social*.

3. De la relación Alfabetización y tecnología del (CFVI) y Access compensatory y assitive technology del (ECC) se determina la característica: *Apoyo y alfabetización tecnológica*.

4. De la relación Capacitación: Orientación y movilidad del (CFVI) y Orientation and mobility del (ECC) se determina la característica: *Movilidad autónoma*.

5. De la relación capacitación: destrezas de la vida independiente de (CFVI) y Independent living del (ECC) se determina la característica: *Vida independiente*.

6. De la relación área 9. Salud: bienestar social, emocional, mental y físico del (CFVI) y Self-determination del (ECC) se determina la característica: *Bienestar integral*.

7. De la relación entre el área 10. Vida social, deporte y ocio del (CFVI) y Recreation and leisure del (ECC) se determina la característica: Herramientas para fortalecer la vida social: *Deporte y ocio*.

8. De la relación entre el área 11. Preparación para la vida adulta del (CFVI) y Career education del (ECC) se determina la característica: *Educación para la vida adulta*.

9. Proponemos la característica: *Mundo inclusivo*. Derivado del área 1. Favorecer un mundo inclusivo del (CFVI) que no se relaciona con ningún elemento del ECC.

De este modo, se identifican las características educativas de los EDV, las cuales se relacionarán con las teorías de la ME previamente mencionadas, con el fin de proponer una nueva postura teórica inclusiva basada en la ME. Finalmente, será necesario realizar la comparación entre las teorías de la ME y el DUA, contrastándolas con las características educativas de los EDV que se han expuesto previamente, para, a partir de ello, proponer los elementos teóricos de la ME aplicados a esta población.

Referencias y bibliografía

- Acevedo, J., Carrillo, C., & López, J. (2023). Secuencias de enseñanza para valor posicional y operaciones aritméticas, adaptadas para estudiantes con discapacidad visual. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, 3(2), 1-24.
- Alba, C. (2019). Diseño Universal para el Aprendizaje: un modelo teórico-práctico para una educación inclusiva de calidad. *Participación Educativa*, 6(9), 55-66.
- Alveal, J., Rojas, O., & Lagos, I. (2017). *Aprendizaje de matemática en estudiantes en situación de discapacidad visual que acceden a la educación secundaria. un estudio de caso*. [Tesis de licenciatura. Universidad de Concepción]. Chile.
- Allman C. B., & Lewis S. (2014). Introduction. In C. B., Allman & S. Lewis (Eds.), *ECC essentials: Teaching the Expanded Core Curriculum to students with visual impairments* (pp. xiii–xiv). American Foundation for the Blind Press.
- Carrillo, C., López-Flores, J. I., Hernández, I., & García, R. M. (2021). Barreras en el aprendizaje de las matemáticas de personas con discapacidad visual: el caso de un estudiante de ingeniería de software. *Revista Areté*, 15(29), 22-35.
- Casallas, A. X. S. (2018). DUA y TIC para la promoción de una verdadera educación inclusiva. *Aula Urbana*, (110), 4. <https://revistas.idep.edu.co/index.php/mau/article/view/1808>

- Castillo, C. (2021). *Barreras en el acceso a una educación inclusiva en estudiantes con discapacidad cognitiva desde el Diseño Universal de Aprendizaje (DUA) en la escuela de básica y media colombiana*. [Tesis de Licenciatura. Escuela de Ciencias de la Educación. Universidad Nacional Abierta y a Distancia].
- Consejo Nacional del Fomento Educativo [CONAFE]. (2010). *Guía didáctica para la inclusión en educación inicial y básica*.
- Del Río, M. (2023). *Estrategias didácticas del profesor de matemáticas en un aula inclusiva de secundaria con alumnos con discapacidad visual*. [Tesis de Maestría. Unidad Académica de Matemáticas. Universidad Autónoma de Zacatecas]. México.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación (6ta ed.)*. McGraw-Hill.
- Hewett, R., Douglas, G., McLinden, M., & James, L. (2024). Desarrollo de un nuevo marco curricular para niños y jóvenes con discapacidad visual: una consulta en el Reino Unido utilizando el enfoque Delphi. *RED Visual: Revista Especializada en Discapacidad Visual*, 83, 88-117. <https://doi.org/10.53094/KSVR3899>
- Kú, D., López-Mojica, J. M., & Carrillo, C. (2021). La formación de profesores de matemáticas en el nivel básico en torno a la educación inclusiva en México. *Representaciones, conocimientos y prácticas curriculares en el campo de matemática educativa*. 341-360.
- López-Mojica, J., Méndez, C., Ávila, M., & Olvera, B. (2017). Matemática Educativa y educación especial: experiencias en investigación. *Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A.C., II(2)*, 38-50.
- Llamazares, J., & Arias, A. (2021). Enseñanza de las matemáticas en invidentes desde la revisión sistemática. *Perfiles educativos, XLIV (176)*, 169-184.
- Organización Mundial de la Salud [OMS]. (2016). *Protocolo para detección de alteraciones en el desarrollo infantil*. México: Autor.
- Ortiz, J., & Lopera, F. (2017). *Enseñanza de las matemáticas a estudiantes con discapacidad visual del colegio José Félix Restrepo I.E.D. Informe de pasantía*. [Tesis de Licenciatura. Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Colombia.
- Reynaga, C., & Fernández, J. (2019). La educación científica de alumnos con discapacidad visual: un análisis en el contexto mexicano. *Sinéctica Revista electrónica de educación*, 53, 1-17.
- Romero, S., & García, I. (2013). Educación especial en México. Desafíos de la educación inclusiva. *Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva*, 7(2), 77-91.
- Sánchez, S., & Díez, E. (2013). *La educación inclusiva desde el curriculum: El Diseño Universal Para el Aprendizaje*. Tomado de: https://www.researchgate.net/publication/261833343_LA_EDUCACION_INCLUSIVA_DESDE_EL_CURRICULUM_el_Diseño_Universal_para_el_Aprendizaje
- Sierra, M. (2011). Investigación en Educación Matemática: objetivos, cambios, criterios, método y difusión. *Education Siglo XXI*, 29 (2), 173-198.
- Valdivieso, K. (2021). Diseño universal para el aprendizaje, una práctica para la educación inclusiva. Un estudio de caso. *Revista Internacional de apoyo a la inclusión, logopedia, sociedad y multiculturalidad*, 7(2), 14-25.
- World Health Organization [WHO]. (2011). *World report on disability: World Health Organization*.



Redefiniendo la enseñanza del concepto de función: Un enfoque basado en situaciones didácticas para administración ambiental

Luz Elena **Palacio** Loaiza
 Universidad Tecnológica de Pereira
 Colombia
luz.palacio@utp.edu.co
 Vivian Libeth **Uzuriaga** López
 Universidad Tecnológica de Pereira
 Colombia
vuzuriaga@utp.edu.co

Resumen

La mayoría de los estudiantes presentan bajos desempeños en pruebas estandarizadas de Matemáticas y en los primeros cursos universitarios, debido a una enseñanza descontextualizada centrada en la transmisión de conocimientos y a la falta de docentes reflexivos. Esta problemática se observa en el programa de Administración Ambiental de una universidad colombiana, donde se registran altos índices de deserción, repitencia y bajos resultados en Matemáticas, especialmente en el tema de funciones. La investigación se centró en la pregunta: ¿cómo construir el concepto de función con estudiantes de Matemática Básica de Administración Ambiental? A través de un estudio cualitativo descriptivo con 18 estudiantes, se construyeron funciones lineales, cuadráticas y exponenciales a partir de situaciones contextualizadas. Esta metodología promovió un cambio en el rol del docente, que se convirtió en guía, y en el estudiante, que participó activamente en su aprendizaje, mejorando así los desempeños académicos y transformando su actitud hacia las Matemáticas.

Palabras clave: Función de variable real; Enseñanza; Unidad didáctica; Aprendizaje; Resolución de problemas; Situaciones didácticas; Modelación matemática.

Definición y relevancia del problema

La investigación se centró en: **¿cómo construir el concepto de función de variable real con estudiantes de Matemática Básica del programa de Administración Ambiental en una universidad en Colombia?** interrogante que surgió debido a los bajos desempeños que presentan los estudiantes en pruebas estandarizadas internacionales y nacionales, como Saber 11, donde los resultados de los estudiantes que ingresan a este programa académico están por debajo de la media nacional (Palacio, 2023). Además, en la asignatura de Matemáticas Básicas, que cursan en el primer semestre, la deserción y pérdida supera el 50% (Palacio, 2023).

Problemáticas que han sido estudiadas durante décadas por diversos autores en diferentes contextos, quienes han identificado múltiples causas que las generan. Por ejemplo, Ruíz (2018) revela que la mayoría de los estudiantes presenta debilidades en la resolución de problemas, en la formulación de relaciones entre variables y en la comprensión de situaciones problemáticas a partir de su enunciado. Esto indica que poseen habilidades limitadas para modelar situaciones contextuales mediante funciones u otros conceptos matemáticos. Los alumnos tienden a resolver ejercicios repetitivos, ya que no se les han ofrecido actividades que les permitan construir conceptos. En su lugar, solo repiten definiciones que carecen de significado para ellos, lo que genera desmotivación y fobia hacia las Matemáticas, además de problemas cognitivos y emocionales, pasividad en los estudiantes y un compromiso limitado con su aprendizaje; como lo expresa Rodríguez y Mosqueda (2015) “Ya en el nivel de educación universitaria, el joven llega con creencias negativas sobre la matemática y su enseñanza, que le impiden aprender con gusto el contenido. No se les permite reaprender sino que se les oprime y se les impone la repetición de algoritmos inmodificables que causan tensión en el discente y reafirman su creencia” (p.90).

Estas dificultades pueden ocurrir por la falta de docentes reflexivos y por una enseñanza centrada en la transmisión de conocimientos. Otras investigaciones también han evidenciado la falta de articulación entre las Instituciones de Educación Superior (IES) y las Instituciones Educativas (IE) (Palacio, 2023).

Las causas mencionadas influyen significativamente en el rendimiento académico y en los desempeños en Matemáticas, lo cual es un indicador del nivel de aprendizaje alcanzado por los estudiantes. Estas problemáticas no son ajenas en la universidad colombiana donde se realizó la investigación, ni al programa de Administración Ambiental, en el que muchos alumnos manifiestan fobia o miedo hacia las Matemáticas, considerándolas alejadas de su realidad y con escasa relevancia para su carrera (Palacio, 2023), lo que se refleja en una alta tasa de pérdida, deserción y bajo desempeño en la Matemática Básica, que es la primera asignatura de Matemáticas que cursan. Estudios como el de Rojas-Torres (2013) indican que es común que en carreras que requieren un alto grado de razonamiento cuantitativo, el alumnado no apruebe el primer curso de Matemáticas de su plan de estudios. Estos cursos se han caracterizado por altos índices de deserción y reprobación, lo que a su vez alimenta la aversión hacia la materia (Aponte et al., 2012).

Los problemas anteriores han llevado a investigar las prácticas de enseñanza de las Matemáticas para proponer actividades que fomenten la participación activa del estudiante y la reflexión crítica por parte del docente. Por esta razón, en esta ponencia se presentan algunos de

los resultados obtenidos en la implementación de una unidad didáctica diseñada según el enfoque de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 2007). Esta estrategia permitió desarrollar el concepto de función de variable real a partir de situaciones problemáticas significativas para los estudiantes de Ciencias Ambientales, facilitando así una construcción compartida de significados entre ellos.

Referencial teórico

La investigación se fundamentó en la Teoría de las Situaciones Didácticas, propuesta por Guy Brousseau en Francia a finales de los años sesenta, la cual plantea que el aprendizaje matemático se construye a partir de situaciones fundamentales que favorecen la autonomía del estudiante (Padilla, 2018; Sánchez et al., 2019). Esta teoría promueve interacciones que distribuyen responsabilidades entre docente y estudiante, y ofrece un marco para comprender y diseñar prácticas pedagógicas significativas (Panizza, 2003).

Método y desarrollo conceptual

La investigación se desarrolló bajo un enfoque metodológico cualitativo, de carácter descriptivo e interpretativo (Hernández et al., 2010). El estudio contempló la observación de cuatro sesiones de clase en las que se implementó una unidad didáctica diseñada con base en las Situaciones Didácticas, con el fin de analizar las interacciones y comportamientos de 18 estudiantes del programa de Administración Ambiental. La implementación estuvo orientada a la enseñanza del concepto de función de variable real en la asignatura Matemáticas Básicas. El análisis metodológico se centró en la sistematización de la información registrada a partir de las transcripciones de videograbaciones realizadas durante las clases, con énfasis en las acciones de los estudiantes y los discursos del docente. Esta sistematización, guiada por una rúbrica previamente establecida y validada por expertos, permitió examinar la manera en que se abordaron las distintas representaciones del concepto de función, así como sus ejemplificaciones a través de funciones lineales, cuadráticas y exponenciales.

Tabla 1

Instrumento de Recolección de Información (Palacio, 2023, p. 204 - 205).

<i>Categoría</i>	<i>Indicadores del saber</i>	<i>Código del indicador</i>	<i>No. De Registros</i>
Situación de Acción (A) (es la situación cuyos primeros indicios nos informa de la acción del estudiante)	Intenta resolver el problema planteado a través de codificar y decodificar.	<i>A1</i>	
	Lee la consigna varias veces para identificar los elementos conocidos y los desconocidos.	<i>A2</i>	
	Algunos estudiantes le piden ayuda a otro compañero , tratan de observar lo que el otro ya hizo para comparar su producción. Otros sienten impotencia al no comprender el proceso de codificación. Acuden al profesor por explicación.	<i>A3</i>	
	Consulta información de sus apuntes del cuaderno para entender lo planteado.	<i>A4</i>	
	Se concentra en la actividad , generando una buena lectura y escucha en el aula para comprender y producir con coherencia.	<i>A5</i>	
	Algunos estudiantes simulan resolver la situación, juegan con la consigna o escriben incoherencias.	<i>A6</i>	
	Con los datos conocidos intentan escribir, codificar y decodificar .	<i>A7</i>	
Situación de Formulación (F) (es la situación	Formulan hipótesis - Se puede llegar a la respuesta dándole valores a las letras. ¿Cómo se traduce esos enunciados?	<i>F1</i>	
	Lanza ideas al compartir con sus compañeros la producción individual y conjuntamente se aprueba o se genera otra solución que resuelva la situación.	<i>F2</i>	

cuyos indicios nos informa de la acción cognitiva del estudiante)	Propone y comunica soluciones con la información que ofrece la situación y con sus saberes previos.	F3	
	Plantea una estrategia , a través de casos particulares o dándole valores numéricos a las letras se puede llegar a la solución.	F4	
	Analizan la situación para plantear una solución lógica.	F5	
	Plantean rutas que ayudan a resolver sus inquietudes.	F6	
	Redacta lo vivido y lo observado para resolver el problema.	F7	
	Comparte información con sus compañeros de grupo y explican las estrategias que utilizan de forma muy jovial.	F8	
Situación de validación (V) (es la situación cuyos indicios nos informa de la acción argumentativa porque explica cómo llegó el estudiante a la resolución del problema).	Describe como hizo para llegar a la respuesta.	V1	
	Es capaz de codificar y decodificar en las diferentes situaciones presentes en la actividad.	V2	
	Elabora argumentos sólidos que corroboran la comprensión de los procesos de codificar y decodificar presentes en las expresiones algebraicas.	V3	
	La respuesta escrita está presente en el desarrollo de la situación didáctica y la oral se presenta en la verificación y validación de la información obtenida individualmente.	V4	
	Es crítico y argumentativo en el momento de relacionar los casos particulares y sus generalizaciones.	V5	
	Deduce que la expresión encontrada es la generalización o fórmula de un caso particular.	V6	
	Compara y verifica con sus compañeros los resultados obtenidos en cada expresión algebraica en los ítems de la situación didáctica.	V7	
	Agrupar de manera consecutiva los procedimientos o estrategias utilizadas en la búsqueda de la respuesta al problema planteado.	V8	
	Emiten soluciones acertadas o muy aproximadas a las respuestas de las situaciones planteadas.	V9	
	Explica de manera escrita y oral el cómo hizo para llegar a la solución de los diferentes ítems de la situación.	V10	
	Comunica de forma coherente y ordenada el cómo hizo para llegar a la respuesta de la situación.	V11	
	Comprende que hay una relación muy estrecha entre Matemáticas y el lenguaje que se usa comúnmente. Que las representaciones algebraicas son generalizaciones de casos particulares en su gran mayoría de la vida cotidiana.	V12	
	Hay claridad en los procesos de codificar y decodificar	V13	
	Organiza las ideas sistemáticamente en la cartelera en orden procedimental.	V14	
	Demuestra cómo llegó a la respuesta de la situación planteada usando varias estrategias.	V15	
Situación de institucionalización (I)	Intervenciones del docente para activar ciertos conocimientos necesarios para interactuar con la situación.	I1	
	Producciones del estudiante erradas y toleradas (provisoriamente), usadas posteriormente por el docente para la institucionalización del saber matemático.	I2	
	Soluciones encontradas al problema que fueron convertidas en saberes propios de la Matemática.	I3	
	Saberes que no emergieron de las interacciones, pero el docente los formalizó	I4	

Resultados

Las clases se estructuraron a partir de situaciones fundamentales, seleccionadas por su pertinencia e interés para los estudiantes, con el propósito de favorecer la construcción del concepto de función de variable real. Los resultados que se presentan a continuación se organizan según las cuatro tipologías de las Situaciones Didácticas, las cuales fueron sistematizadas a partir de los registros de observación y el análisis de las transcripciones de clase, utilizando como guía la rúbrica presentada anteriormente. Las evidencias que acompañan esta sección —en su mayoría fotografías extraídas de los registros videográficos— ilustran momentos significativos de los procesos de enseñanza y aprendizaje, y constituyen soporte del análisis realizado, aunque no se presentan en su totalidad. La primera clase tuvo como objetivo explorar los conocimientos previos de los estudiantes, en particular su capacidad para modelar situaciones mediante el paso del lenguaje verbal y gráfico al lenguaje algebraico, así como su comprensión

de los intervalos. Estas nociones resultaron fundamentales para abordar la situación problema inicial orientada a la introducción del concepto de función de variable real.

María es una estudiante del programa de Administración Ambiental y como buena ambientalista piensa en el agua como un recurso social y medioambiental de suma importancia y como patrimonio de la naturaleza que debe cuidar en todo momento. Por lo anterior, María ha emprendido una campaña de ahorro de agua llevando una propuesta al Alcalde de Pereira de entregar un bono por valor de \$6.927 por cada mes, a todos los usuarios que hayan cancelado por consumo de acueducto en el período comprendido entre Abril y septiembre/2021, un valor entre 1.624 y 32.480 para el estrato medio alto, esto debido a que en la actualidad según el INCA (Informe Nacional de Calidad del Agua para Consumo Humano) el valor del consumo básico al mes por usuario es equivalente al consumo de a lo más 20 metros cúbicos.

El alcalde después de estudiar la propuesta decide ponerla en marcha. Lo informa a la comunidad en el noticiero del medio día, haciendo énfasis en la necesidad de tomar conciencia de la importancia del ahorro del agua en cada hogar del municipio de Pereira.

María al enterarse que su propuesta fue aceptada por el Alcalde, decide llevar a su clase de Matemáticas Básicas una factura de aguas &aguas de Pereira, empresa encargada de facturar el consumo de acueducto y alcantarillado, con el objetivo que sus compañeros de clase le ayuden a estimar el valor aproximado que canceló en los últimos seis meses por el consumo de acueducto debido a que perdió sus facturas anteriores y necesita tener un valor aproximado para saber si se hace acreedora al bono ofrecido por la Alcaldía de Pereira.

1. ¿Cómo ayudarían sus compañeros a María a plantear una expresión que generalice el valor estimado para cualquier cantidad de metros cúbicos gastados por concepto de acueducto durante el mes?

Situación Fundamental Sesión No. 1



Nota. Tomado de aguas y aguas (2022)

Análisis de la relación consumo- costo de una factura de agua como propuesta para la

Figura 1. Situación contextualizada unidad didáctica (Palacio, 2023, p. 144 - 146).

Las imágenes seleccionadas evidencian momentos fundamentales de la interacción entre estudiantes y situación problema, destacando la incidencia en la participación y comprensión del concepto.

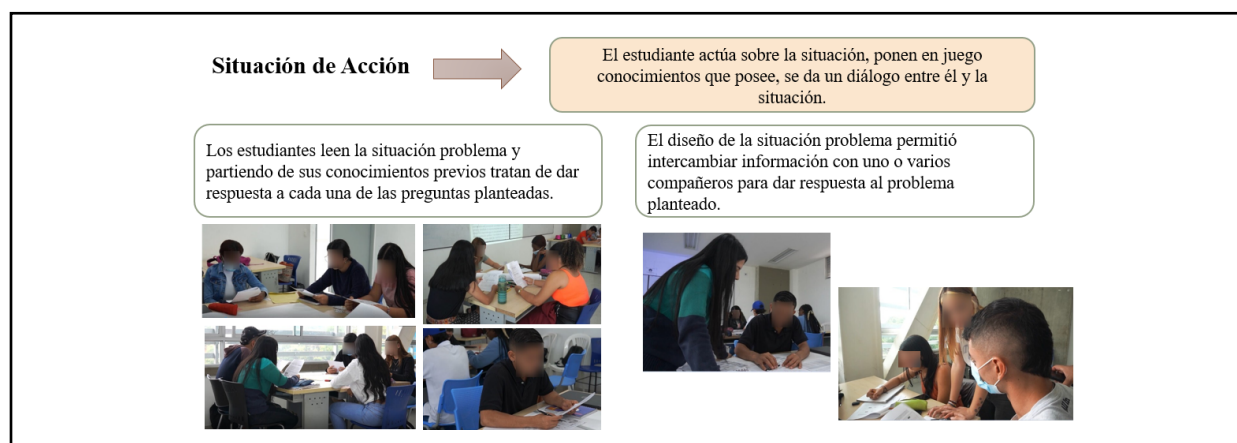
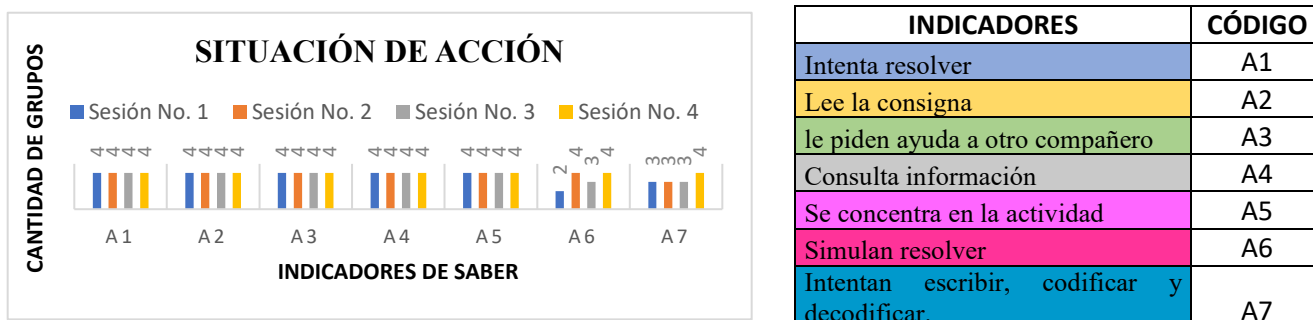


Figura 2. Situación de Acción (Palacio, 2023, p. 79 - 82).

En la imagen se observa la disposición de los grupos para abordar la situación fundamental, activando sus saberes previos inicialmente de forma individual y posteriormente, construyendo colectivamente posibles soluciones. Dinámica que fue corroborada mediante la sistematización registrada en la rúbrica (Instrumento de recolección de información – Tabla 1) y que se muestra en la siguiente gráfica.



Gráfica 1. Resultados por sesiones de los indicadores del saber en la Situación de Acción (Palacio, 2023, p. 77).

El análisis del Indicador A1, en la situación de acción, muestra que en las cuatro sesiones los grupos intentaron resolver el problema planteado, lo que evidencia una disposición favorable asociada a la motivación. Esta se activó al percibir el problema como accesible y con sentido en la Administración Ambiental, lo cual incidió positivamente en su actitud, confirmando el papel facilitador de la motivación en el aprendizaje significativo (Ausubel, 1976).

Los grupos conformados establecieron relaciones entre conceptos e intentaron codificar y decodificar la información planteada en la situación didáctica, parafraseando y expresando por escrito sus interpretaciones, lo que los condujo a:

Respuesta 1

$$y = mx + b \longrightarrow y = 1624x + 6927$$

$$y = 1624 \cdot 17 + 6927$$

$$y = 34.535$$

Figura 3. Tomado de Palacio (2023, p. 85).

Las imágenes que se presentan a continuación corresponden a las tipologías formulación, validación e institucionalización de las Situaciones Didácticas. Permiten evidenciar el nivel de involucramiento de los estudiantes en su proceso de aprendizaje. En ellas se observa cómo, a partir de preguntas orientadoras, desafiantes y retadoras formuladas por la docente, los estudiantes se vieron motivados a releer el material, contrastar ideas y avanzar hacia una mayor autonomía y autorregulación. Este tipo de interacción fomentó una actitud crítica frente al conocimiento y una disposición activa para construir significados.

Las situaciones fundamentales propiciaron espacios para la construcción colectiva del concepto de función, permitiendo a los estudiantes identificar y comparar diversas representaciones —gráficas, algebraicas y verbales— de funciones reales. Asimismo, las preguntas y contrapreguntas generadas en el aula promovieron un ambiente reflexivo, promoviendo procesos de argumentación, formulación de hipótesis e identificación de inconsistencias en sus propias interpretaciones, lo cual refleja un tránsito progresivo hacia el aprendizaje significativo.

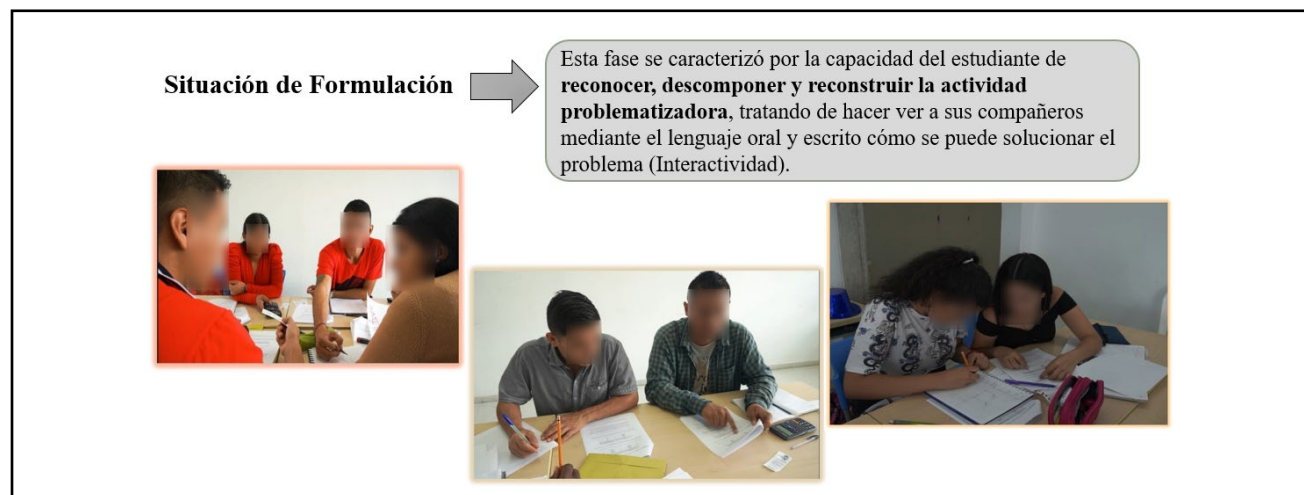


Figura 4. Situación de Formulación (Palacio, 2023, p. 92 - 94).

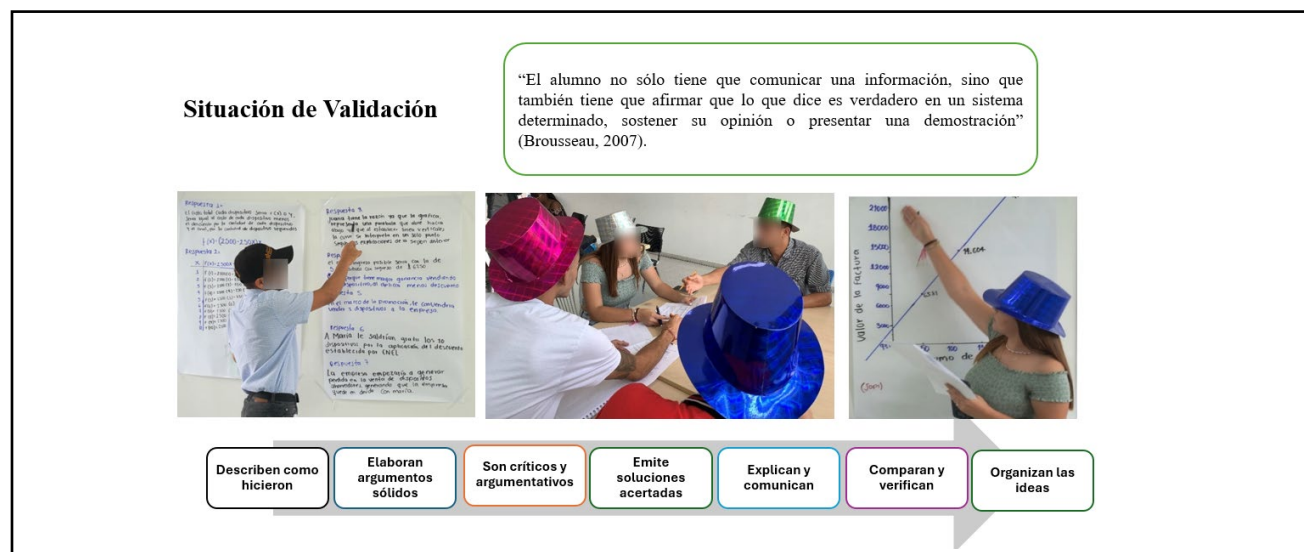


Figura 5. Situación de Validación (Palacio, 2023, p. 104 - 106).

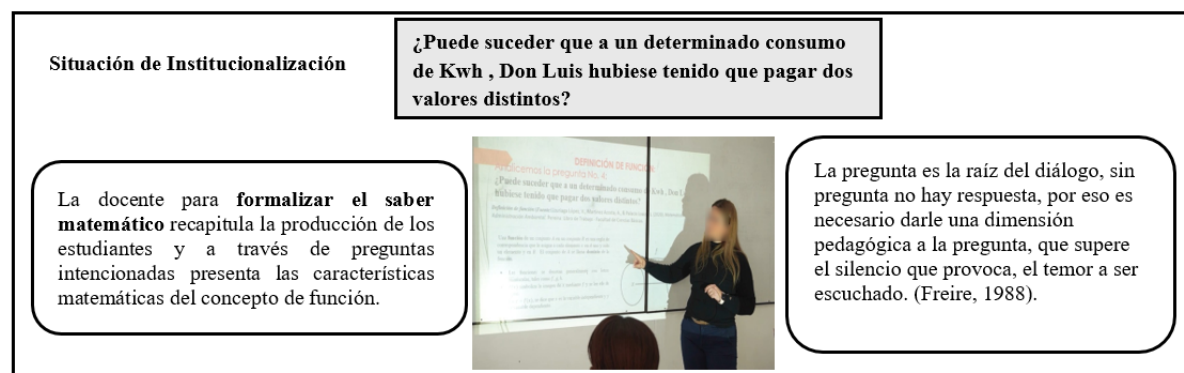


Figura 6. Situación de Institucionalización (Palacio, 2023, p. 115).

Conclusiones

La implementación de la unidad didáctica basada en Situaciones Didácticas favoreció la autonomía, la participación activa y la reflexión sobre el propio aprendizaje. Se evidenciaron transformaciones en el rol del estudiante, orientadas hacia la construcción compartida de significados, y en el del docente, quien asumió un papel de guía y mediador del proceso formativo.

Referencias y bibliografía

- Aponte, J., González, S. y Rincón, H. (2012). Búsqueda de soluciones a la deserción y la mortalidad en el área de matemáticas en el Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad Santo Tomás, Seccional Tunja. *Revista Interamericana de Investigación, Educación y Pedagogía, RIIEP*, 5(1), 65-77. doi: <https://doi.org/10.15332/s1657-107X.2012.0001.03>
- Ausubel, D. (1976). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas (Ed.), México. https://www.iberlibro.com/servlet/BookDetailsPL?bi=31491418587&searchurl=an%3Ddavid%2Bausubel%26sortby%3D17%26tn%3Dpsicologia%2Beducativa&cm_sp=snippet-_srp1-_title1
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal (Ed.), Buenos Aires, Argentina. <https://acortar.link/WsDjNn>
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. McGraw-Hill (Ed.), México D.F. <https://acortar.link/IOfOmS>
- Padilla, F. (2018). *Aplicación de la teoría de situaciones didácticas para la detección de factores que dificultan la interpretación de problemas aditivos de números reales con estudiantes de noveno de la I.E.R. Tambores* [Tesis de Maestría, Universidad Tecnológica de Pereira]. <https://acortar.link/ibTD2q>
- Palacio, L. (2023). *Propuesta de enseñanza del concepto de función de variable real fundamentada en las situaciones didácticas en la asignatura Matemáticas Básicas del programa Administración Ambiental de la Universidad Tecnológica de Pereira* [Tesis de Maestría, Universidad Tecnológica de Pereira]. <https://acortar.link/05sdNq>
- Panizza, M. (2003). *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB*. Paidós (Ed.). http://biblioteca.unm.edu.ar/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=9583&shelfbrowse_itemnumber=36843
- Rojas -Torres, L. (2013). Prediction of Basic Math Course Failure Rate in the Physics, Meteorology, Mathematics, Actuarial Sciences and Pharmacy Degree Programs. *Revista Electrónica Educare*, 18(3), 3-15. doi: <https://doi.org/10.15359/ree.18-3.1>
- Ruiz, R. (2018). *Propuesta Didáctica para la Construcción del Concepto de Función, en los Estudiantes de Décimo Grado de la Institución Colegio Eustorgio Colmenares Baptista* [Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga]. Repositorio Institucional. Universidad Autónoma de Bucaramanga.
- Rodríguez, M. y Mosqueda, K. (2015). Aportes de la pedagogía de Paulo Freire en la enseñanza de la matemática: hacia una pedagogía liberadora de la matemática. *Revista Educación y Desarrollo Social*. 9(1), 82-95. <https://revistas.umng.edu.co/index.php/reds/issue/view/82>



Reformas curriculares de Matemáticas en programas de ingenierías: Un análisis ecológico basado en la escala de niveles de codeterminación didáctica

Luis Alberto **Cuenca Macas**

Departamentos de Ciencias de la Educación, Universidad Técnica Particular de Loja
Ecuador

lacuenca@utpl.edu.ec

Resumen

Este estudio analiza las reformas curriculares en los programas de Matemáticas para ingenierías en una institución específica, respondiendo al interés científico por replantear la enseñanza universitaria de esta disciplina. El objetivo es examinar cómo la institución justifica la necesidad de reformar los currículos, los criterios que sustentan estos cambios y los efectos concretos reflejados en los planes de estudio posteriores. Metodológicamente, se emplea la escala de niveles de codeterminación didáctica para un análisis "ecológico" de los planes de estudio. Los hallazgos revelan las bases teóricas y prácticas que guiaron la reforma, así como las transformaciones efectivas implementadas.

Palabras clave: Ecuador; Educación Matemática; Enseñanza presencial; Educación superior; Reforma curricular; Investigación cualitativa; Teoría antropológica de la didáctica.

Definición y relevancia del problema

La investigación en didáctica de las Matemáticas para la formación en ingeniería ha cobrado relevancia en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1992). Este campo se ha consolidado a través de estudios como los presentados en el CERME11, donde González-Martín y Hernandes-Gomes (2020) analizaron la enseñanza de Matemáticas a futuros ingenieros, y el trabajo de González-Martín et al, (2021), que profundiza en esta línea. Además, los congresos INDRUM16 e INDRUM18 han abordado problemáticas relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en ingeniería, destacando la influencia de las

condiciones ecológicas, como la definición de los planes de estudio. Bosch et al. (2021) ya exploraron este fenómeno mediante la transposición didáctica externa en programas universitarios de Matemáticas.

Otro ámbito de estudio son las discontinuidades en la formación matemática, inicialmente planteadas por Klein (1908). La primera discontinuidad, entre la escuela secundaria y la universidad, ha sido analizada por Gueudet (2008) y Fonseca (2004). La segunda, relacionada con la transición de estudiantes de Matemáticas al rol docente en secundaria, y la tercera, que surge al pasar de la formación en ingeniería al ejercicio profesional, también han sido objeto de investigación. En este contexto, Cuenca y Granda (2020) identificaron en la Universidad Técnica Particular de Loja (UTPL) que la incomprensión del contexto y las condiciones de los problemas matemáticos son una dificultad recurrente, evidenciando la discontinuidad entre la enseñanza secundaria y universitaria.

Este trabajo se enfoca en el proceso de reformulación de los programas de Matemáticas en los grados de ingeniería de la UTPL. Los objetivos son: (1) analizar cómo se justifica la necesidad de reformar los currículos de formación de ingenieros, (2) identificar los términos en que las instituciones de la noosfera describen y justifican estos cambios, y (3) determinar los cambios reales y efectivos reflejados en los planes de estudio. Estas cuestiones buscan contribuir a la comprensión de las reformas curriculares en Matemáticas para ingeniería desde una perspectiva didáctica y ecológica.

Referencial teórico

La teoría de la transposición didáctica, propuesta por Chevallard (1985), describe el proceso mediante el cual un "saber sabio" (conocimiento científico) se transforma en un "saber enseñado" (conocimiento escolar). Según Barquero Farràs (2010), este enfoque resalta la dificultad de comprender la Matemática y su enseñanza sin considerar los procesos de reconstrucción que ocurren desde la institución productora del saber hasta su implementación en el aula. Chevallard (1997) plantea interrogantes clave sobre la relación entre el saber enseñado, el saber sabio y las distancias que existen entre ambos, cuestionando cómo el conocimiento matemático se adapta y transforma en el sistema educativo.

Bosch y Gascón (2007) profundizan en este proceso, señalando que la transposición didáctica inicia con la selección de los conocimientos a transmitir, seguida de un trabajo creativo de deconstrucción y reconstrucción para hacerlos enseñables, preservando su esencia y funcionalidad. Este proceso involucra a diversos actores —la "noosfera"—, como diseñadores de planes de estudio, matemáticos y docentes, quienes operan bajo condiciones históricas e institucionales que influyen en el resultado. Aunque este trabajo es esencial para la enseñanza, también impone restricciones sobre cómo se enseña y qué actividades matemáticas son viables en el aula.

Además, Bosch y Gascón destacan las restricciones transpositivas que afectan la enseñanza de las Matemáticas. La limitación más significativa ocurre cuando el proceso no logra mantener o recrear la "razón de ser" de los conocimientos, lo que lleva a una enseñanza "monumentalista", donde los contenidos se presentan como herramientas históricamente valiosas pero sin conexión

con su utilidad actual. Esto subraya la necesidad de revisar continuamente los procesos transpositivos, no solo a nivel curricular, sino también en las actividades concretas que realizan los estudiantes en el aula, para garantizar que los conocimientos mantengan su relevancia y sentido en la práctica educativa.

El papel de la NOOSFERA en la definición de los currículos

Chevallard (1981, 1985) concibe la noosfera como un subsistema dentro del sistema de enseñanza, compuesto por diversos actores clave, como los "representantes del sistema de enseñanza" y los "representantes de la sociedad". Estos actores son responsables de definir tanto los contenidos como los métodos de enseñanza que se implementarán en el ámbito educativo. Esta idea se visualiza en la Figura 1, donde la noosfera se sitúa en la etapa del saber a enseñar, reflejando su papel central en la mediación entre el conocimiento científico y su adaptación para ser transmitido en las instituciones educativas.



Figura 1. Etapas en el proceso de transposición didáctica. Nota. Tomado de (Barquero Farràs, 2010, p. A52)

La escala de niveles de codeterminación didáctica

La escala de niveles de codeterminación didáctica, propuesta por Chevallard (2001, 2002, 2007), establece una jerarquía entre las organizaciones matemáticas (OM) y las organizaciones didácticas (OD). Esta herramienta metodológica permite analizar la ecología de las prácticas matemáticas presentes o pasadas en instituciones educativas, así como explorar cómo estas prácticas pueden ser construidas o reconstruidas (Barquero et al., 2014).

En la Figura 2, se observa esta jerarquía, que va desde el nivel más general, como la Civilización, hasta el más específico, como una cuestión matemática concreta que se desea estudiar. La escala se divide en dos grandes grupos: niveles genéricos, donde se establecen restricciones de carácter general, y niveles específicos, relacionados directamente con el ámbito matemático. Estos últimos se subdividen en áreas, sectores, temas y cuestiones, permitiendo un análisis detallado y estructurado de las prácticas matemáticas en contextos educativos.

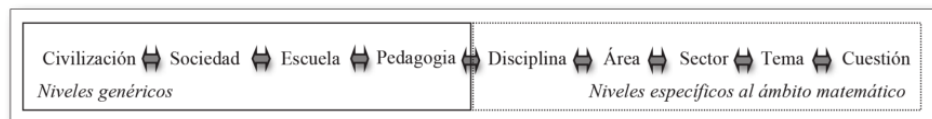


Figura 2. Escala de niveles de codeterminación didáctica. Nota. Tomada de: (Barquero et al., 2014, p. 87)

Contexto universitario y reforma curricular

La Universidad Técnica Particular de Loja (UTPL) es la institución analizada en este proceso de rediseño curricular. Esta universidad ofrece programas de ingeniería con una

duración de 9 semestres (4 años y medio), donde, como es común en la mayoría de las carreras de ingeniería (Romo, 2009), los primeros cuatro semestres incluyen asignaturas comunes del ámbito de la formación matemática.

El proceso de rediseño curricular se inició en respuesta a un requerimiento del Consejo de Educación Superior (CES), basado en la tercera disposición transitoria del Reglamento de Régimen Académico (CES, 2015). Este requerimiento exigía a las instituciones de educación superior presentar propuestas de rediseño para las carreras vigentes.

El proceso de reestructuración tomó como punto de partida los hallazgos de Cuesta Borges et al. (2016), quienes identificaron que los estudiantes presentaban dificultades para comprender la estructura general de los problemas matemáticos. Una de las causas señaladas fue el diseño del currículo vigente en la UTPL hasta 2016, donde las asignaturas de Matemáticas agrupaban contenidos de dos o más disciplinas sin una secuenciación adecuada, lo que generaba desorganización y falta de coherencia en la formación matemática.

Implementación de la reforma curricular

El equipo responsable del rediseño estuvo conformado por dos profesores: uno con formación en Matemáticas y otro en Didáctica de las Matemáticas, junto con el apoyo de cuatro docentes del departamento de Física, Química y Matemáticas. Este equipo realizó un análisis exhaustivo de los cursos de Matemáticas impartidos en todas las carreras de la universidad. Como resultado de este trabajo, se elaboró un informe final que proponía un rediseño de las asignaturas de Matemática y Física, con el objetivo de mejorar la secuenciación y coherencia de los contenidos, así como abordar las dificultades identificadas en el aprendizaje de los estudiantes.

Método y desarrollo conceptual

Este estudio se enmarca en una investigación de tipo cualitativo, centrada en el análisis documental y teórico de los procesos de reforma curricular en el ámbito de las Matemáticas en la Universidad Técnica Particular de Loja (UTPL). Se utiliza un enfoque descriptivo y analítico para examinar los cambios en los planes de estudio y las condiciones que influyen en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

Participantes

El análisis se centra en tres de los diez grados de ingeniería impartidos en la UTPL: Ingeniería Civil, Ingeniería en Geología y Minas, e Ingeniería en Sistemas Informáticos y Computación. Estos programas fueron seleccionados por ser aquellos en los que se imparte un mayor número de asignaturas del ámbito matemático después de la reforma curricular. Además, se consideran como participantes indirectos los actores de la noosfera, que incluyen a las comisiones de diseño curricular, docentes, entidades legislativas y agencias de calidad educativa, entre otros.

Instrumentos

El material empírico analizado incluye: Programas de asignaturas: Se examinaron los programas de las asignaturas de Matemáticas pre-reforma (Matemática, Cálculo, Cálculo Avanzado) y post-reforma (Análisis Matemático Univariado, Análisis Matemático Multivariado, Álgebra Lineal, Fundamentos de Geometría, Ecuaciones Diferenciales y Métodos Numéricos).

Documentos institucionales: Se analizaron informes de la comisión de reforma curricular y equipos docentes, así como documentos emitidos por las comisiones responsables del diseño de los planes de estudio.

Análisis realizado

El análisis se realizó utilizando dos herramientas conceptuales clave:

Escala de niveles de codeterminación didáctica (Chevallard, 2002): Esta herramienta permitió identificar y clasificar las condiciones y restricciones que influyen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, tanto a nivel disciplinar como institucional. La escala distingue entre niveles genéricos (comunes a cualquier disciplina) y niveles específicos (propios de las Matemáticas), lo que facilitó un análisis estructurado de los cambios curriculares.

Noosfera: Se conceptualizó la noosfera como el conjunto de actores que influyen en la enseñanza de las Matemáticas, incluyendo no solo al profesorado, sino también a entidades legislativas, asociaciones de docentes y agencias de calidad educativa. Este enfoque permitió comprender cómo las decisiones curriculares están condicionadas por factores externos al aula.

Resultados

Origen y necesidad de la reforma: propuestas por las comisiones

Las reformas curriculares en la Universidad Técnica Particular de Loja (UTPL) surgieron como respuesta a la necesidad de cerrar la brecha entre el bachillerato ecuatoriano y los primeros ciclos universitarios, así como de homogeneizar, desagregar y establecer restricciones en las asignaturas de Matemáticas para mejorar su secuenciación y coherencia.

En el informe de la comisión de expertos (Cuesta et al., 2015, p. 7), se destacó una deficiencia crítica en la malla curricular vigente: la falta de seriación entre los componentes, lo que permitía a los estudiantes inscribirse en asignaturas sin haber cursado los contenidos previos necesarios. Esta situación generaba dificultades en el aprendizaje y en la resolución de problemas matemáticos.

Para profundizar en este diagnóstico, se entrevistó a dos integrantes del equipo de especialistas que lideró la reforma. El primero explicó que su trabajo consistió en analizar los contenidos de asignaturas como Matemática, Matemática Básica, Precálculo, Cálculo, entre otras, con el objetivo de identificar similitudes superiores al 80% y proceder a su unificación. El segundo especialista señaló que los contenidos mínimos de las nuevas asignaturas se basaron en

los programas de Matemáticas de la secundaria española, considerados bien estructurados, y en los resultados de investigaciones previas que evidenciaban las dificultades de los estudiantes para resolver problemas matemáticos tanto al ingresar a la universidad como durante sus estudios.

A nivel social-escolar, la reforma buscó suavizar el cambio brusco entre las Matemáticas enseñadas en el bachillerato y las de los primeros cursos universitarios. A nivel universitario-pedagógico, se identificó una superposición significativa en los contenidos de las asignaturas pre-reforma, lo que llevó a proponer su unificación y a integrar contextos y situaciones específicas de las carreras que cursan los estudiantes.

En el ámbito pedagógico-disciplinar, se acordó mejorar la secuenciación de las asignaturas, estableciendo requisitos previos para su cursado y reduciendo la carga docente (de 6-7 créditos a 3 créditos). Además, se propuso que las asignaturas de Matemáticas no solo transmitieran conocimientos, sino que también desarrollaran un lenguaje matemático y la capacidad de aplicarlo en diversas disciplinas.

Cambios reflejados en los planes de estudio

Para analizar los cambios, se recopilaron datos de los planes de estudio pre-reforma (3 asignaturas) y post-reforma (6 asignaturas). Mediante la aplicación de la escala de niveles de codeterminación didáctica, se identificaron la disciplina, dominio, sector, tema y tipo de tareas en cada asignatura.

En la Figura 3 se presenta el análisis de la asignatura de Cálculo, donde se observa que esta se dividió en dos dominios: Cálculo Univariado y Cálculo multivariado. Estos dominios dieron lugar a dos nuevas asignaturas: Análisis Matemático Univariado y Análisis Matemático Multivariado, los sectores, temas y tipos de tareas correspondientes. Además, se evidenció que todos los resultados de aprendizaje se alinean con los tipos de tareas propuestos, lo que refleja una mayor coherencia y estructura en el diseño curricular post-reforma.

Cálculo 7 Créditos – Segundo ciclo	
Contenidos Cálculo	
Resultados de aprendizaje	
Contenidos que no constan en el rediseño (Análisis Matemático Univariado)	

Esta asignatura se deriva a dos asignaturas:
 1. Análisis Matemático Univariado.
 2. Análisis Matemático Multivariado.

Disciplina		Matemáticas											
Dominio		Cálculo univariado						Cálculo multivariado					
Sector		Cálculo diferencial			Cálculo integral			Cálculo diferencial de varias variables			Cálculo integral de varias variables		
Tema		Funciones	Límites	Continuidad	Derivadas	Aplicaciones	Integración	Funciones	Derivadas	Integración	Funciones	Derivadas	Integración
Asunto		Modelos lineales	Cálculo de límites analíticos, numéricos y gráficos	Maravilla del concepto de límite y continuidad de funciones reales	La derivada y su relación con la recta tangente	Conocer el criterio de la segunda derivada	Integración por sustitución	Introducción a las funciones de varias variables	Derivadas parciales	Integración de funciones de varias variables	Introducción a las funciones de varias variables	Derivadas parciales	Integración de funciones de varias variables
		Ajustes de modelos y la reducción de datos	Continuidad y discontinuidad	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación	El teorema de Rolle y el teorema del valor medio	Integración por partes	Derivadas implícitas	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables	Derivadas de funciones de varias variables
		Gráficas y modelos	Límites laterales y unilaterales	Límites laterales y unilaterales	Reglas de derivación</								

Figura 3. Análisis de codeterminación de la asignatura de Cálculo 7 créditos

Conclusiones

Este trabajo representa un primer avance en un análisis más amplio que se enriquecerá con los resultados de entrevistas a docentes involucrados en los cursos de Matemáticas de la Universidad Técnica Particular de Loja (UTPL). Sin embargo, los datos analizados permiten extraer conclusiones significativas sobre el proceso de reforma curricular y sus implicaciones.

En primer lugar, se evidencia que las instituciones noosféricas, en este caso el Consejo de Educación Superior (CES) y la comisión responsable de la reforma, desempeñaron un papel crucial como iniciadores del proceso. Estas instituciones no solo impulsaron la reforma, sino que también establecieron los criterios principales, centrados en suavizar la transición entre la Educación Matemática de nivel secundario y los programas de pregrado en ingeniería. Este enfoque responde a una necesidad social-escolar identificada en el contexto universitario ecuatoriano.

En segundo lugar, el análisis comparativo de los currículos y programas antes y después de la reforma revela que los cambios más significativos se han producido a nivel pedagógico. Estos cambios incluyen una redistribución de contenidos, por ejemplo, en cálculo se reorganizó en dos cursos, definiendo dominios específicos como Análisis Matemático Univariado y Análisis Matemático Multivariado. También se evidencia una reducción de la carga docente ya que se disminuyó el número de créditos por asignatura, pasando de 6-7 créditos a 3 créditos, lo que permitió una mayor flexibilidad en la organización curricular. Se establece un sistema de requisitos previos que garantiza que los estudiantes cursen los contenidos necesarios antes de avanzar a asignaturas más complejas. Finalmente se introdujeron nuevos contenidos, principalmente en niveles específicos como el tipo de tareas y algunos temas nuevos, lo que refleja un esfuerzo por actualizar y enriquecer la formación matemática de los estudiantes.

Este estudio subraya la importancia de las instituciones noosféricas en la definición y ejecución de reformas curriculares. Asimismo, destaca la necesidad de abordar las discontinuidades entre la educación secundaria y universitaria, así como la relevancia de una secuenciación coherente y contextualizada de los contenidos matemáticos. Estos hallazgos contribuyen al conocimiento sobre la reforma curricular en Matemáticas y ofrecen un marco de referencia para futuras investigaciones y reformas en otras instituciones de educación superior.

Referencias

- Barquero Farràs, B. (2010). Ecología de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las matemáticas. In *TDX (Tesis Doctorals en Xarxa)*. Universitat Autònoma de Barcelona.
<http://www.tdx.cat/handle/10803/3110>
- Barquero, B., Bosch, M., & Gascón, J. (2014). Incidencia del «aplicacionismo» en la integración de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las ciencias experimentales. *Enseñanza de Las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 32(1), XXX.
- Bosch, M., & Gascón, J. (2007). *25 años de Transposición Didáctica*.
- Bosch, M., Hausberger, T., Hochmuth, R., Kondratieva, M., Winsløw, C. (2021). External didactic transposition in undergraduate mathematics *International Journal of research in Undergraduate Mathematics Education*, (7)1, 140-162

- CES (2015). *Reglamento de Régimen Académico*.
<https://procuraduria.utpl.edu.ec/sitios/documentos/NormativasPublicas/GENERALES/Reglamento de Régimen Académico.pdf>
- Chevallard, Y. (1981). The didactics of mathematics : its problematic and related research. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 2(1), 146–158. <https://ci.nii.ac.jp/naid/10029477366/en/>
- Chevallard, Y. (1985). *La transposición didáctica*. In *La transposición didáctica - Del sabersabio al saber Enseñado*. La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 12(1), 73–112.
- Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica : del saber sabio al saber enseñado* (1st ed.). Aique.
- Chevallard, Y. (2001). Les mathématiques et le monde : dépasser “l’horreur instrumentale”. *Quadrature* (41). 25–40.
- Chevallard, Y. (2002). Organiser l’étude : 3. Ecologie & régulation. Curso dado en la XIe école d’été de didactique des mathématiques.
- Chevallard, Y. (2007). La problématique anthropologique en didactique, d’hier à demain. In L. Ruiz Higuera, A. Estepa, & F. J. García (Eds.), *Matemáticas, escuela y sociedad. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico* (pp. 705–746). Publicaciones de la Diputación de Jaén.
- Cuenca, L., & Granda, C. (2020). Educación Matemática: Problemas y Dificultades en el Aprendizaje de Matemáticas a Nivel Universitario. In D. Castillo (Ed.), *I Congreso de Matemática Aplicada y Educativa: Libro de Actas* (1st ed., p. 139). Universidad Técnica Particular de Loja.
- Cuesta, A., Escalante, J. E., & Serrano, R. G. (2016). Competencias y Gestión de la Innovación Educativa. In J. Escobar Gómez (Ed.), *Competencias y Gestión de la Innovación Educativa* (Primera, Vol. 5987, pp. 916–930). CIMTED. <http://memoriascimted.com/wp-content/uploads/2016/02/memorias-cimted-version-completa-2016.pdf>
- Cuesta, A., Sánchez, J., Puchaicela, P., Fernández, J., & Capa, A. (2015). Proyecto educación matemática: aplicaciones didácticas en ciencias administrativas. Universidad Técnica Particular de Loja.
- Fonseca, C. (2004). *Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria*. [Doctoral dissertation, Universidade de Vigo].
- González-Martín, A. S., Gueudet, G., Barquero, B., & Romo, A. (2021). Mathematics for engineers, Modelling, Mathematics in other disciplines. In Durand-Guerrier, V., Hochomuth, R., Nardi, E. & Winsløw, C., *Research and Development in University Mathematics Education*. Routledge.
- González-Martín, A. S., & Hernandez-Gomes, G. (2020). Mathematics in engineering programs: what teachers with different academic and professional backgrounds bring to the table. An institutional analysis. *Research in Mathematics Education*, 22(1), 67–86. <https://doi.org/10.1080/14794802.2019.1663255>
- Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary–tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 237–254. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9100-6>
- Klein, F. (1908). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*, I. B.G. Teubner. London: Macmillan.
- Romo, A. (2009). *La formation mathématique des futurs ingénieurs*. [Doctoral dissertation, Université Paris 7].



Relaciones de recurrencia utilizadas por estudiantes de ingeniería para la identificación de un patrón pictórico

Eithel **Trigueros** Rodríguez

Universidad Nacional de Costa Rica, Campus Sarapiquí

Costa Rica

eithel.trigueros.rodriguez@una.ac.cr

Jesús **Montejo** Gámez

Universidad de Granada

España

jmontejo@ugr.es

Julio **Marín** Sánchez

Universidad Nacional de Costa Rica, Campus Sarapiquí

Costa Rica

julio.marin.sanchez@una.ac.cr

Introducción y planteamiento de la investigación

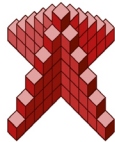
La recursividad se concibe como un objeto que es definido a partir del mismo objeto (Rosen, 2019) y se considera como un elemento fundamental en la formación de ingenieros (Vilchez, 2015). Las sucesiones numéricas se pueden definir de forma recursiva (Murillo-Tsijli, 2018) y el proceso de identificar una relación de recurrencia a partir de un patrón involucra competencias propias del pensamiento algebraico gracias al uso de símbolos propios del álgebra y la generalización (Blanton et al., 2018; Burgos et al., 2024).

Este trabajo forma parte de una investigación más amplia cuyo foco de interés radica en el análisis de las estrategias recursivas y formas de abordaje que emplean los futuros ingenieros al enfrentarse con patrones. La pregunta principal que se plantea es: *¿Cómo abordan los estudiantes de ingeniería la identificación de relaciones de recurrencia en un patrón pictórico?* y el objetivo principal es la caracterización de estrategias que sigue el estudiantado universitario del curso Estructuras Discretas para Informática (EDI) para identificar relaciones de recurrencia en un patrón de orden lineal no homogéneo.

Método, recogida y análisis de datos

Para responder a la pregunta de investigación se planteó un estudio exploratorio y descriptivo que parte de datos cualitativos. La recolección de datos se llevó a cabo en la primera semana de abril. La población consistió en 50 estudiantes del curso EDI de la carrera de Ingeniería en Sistemas de Información del Campus Sarapiquí de la Universidad Nacional de Costa Rica. Se les presentó un total de 6 tareas a los estudiantes para que respondieran de forma individual durante 2 horas. En este documento se muestran los resultados de la tarea 5 (Figura 1).

5. En la siguiente imagen se muestra a una **Torre** construida con cubos de altura 6. Se asume que no hay espacios vacíos dentro de la torre.



- ¿Cuántos cubos se utilizan para construir dicha torre?
- ¿Cuántos cubos se utilizan para construir una torre de altura 4? Explique.
- ¿Cuántos cubos se utilizan para construir una torre de altura 15? Explique.
- ¿Cuántos cubos se utilizan para construir una torre de altura n ?

Figura 1. Propuesta de actividad para los estudiantes de ingeniería en sistemas.

Los datos se analizaron a partir de la identificación de 3 elementos: (i) las estrategias utilizadas para abordar el problema, (ii) las relaciones utilizadas, y (iii) los errores y dificultades que presentaban los estudiantes. El análisis realizado permitió identificar categorías emergentes para estos tres elementos.

Resultados y discusión

El análisis de los datos mostró que 11 de las producciones escritas no abordaron la tarea o contenían estrategias no identificables. Surgieron un total de 6 categorías de estrategias para resolver el problema: 2 de naturaleza recursiva, 2 basadas en fórmulas explícitas y 2 categorías que contenían ambos tipos. Las dos categorías de estrategias más utilizadas fueron precisamente estas últimas. La primera consiste en dividir la torre en dos partes: la central y los laterales, o dividir por la cantidad de cubos por cada piso (31 veces). La segunda se caracteriza por sumar los cubos laterales de 1 a $n-1$, multiplicar ese resultado por 4 y luego añadir los cubos de la torre central (25 veces). Respecto a las relaciones que se utilizaron, se contabilizó que 10 estudiantes brindaron una relación de recurrencia, mientras que otros 17 indicaron una fórmula explícita. Con relación a los errores encontrados, las categorías más frecuentes fueron “errores en la escritura de la generalización” (14 veces) y “pasos particulares sin generalización” (12 veces), lo que resulta consistente con lo reportado en la literatura.

<https://drive.google.com/file/d/1vpTzaEgZuCZXaSBRwkSFpaxMC15C5kHO/view?usp=sharing>

Referencias y bibliografía

- Blanton, M., Brizuela, B. M., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A. M., Stroud, R., Fonger, N., L. y Stylianou, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. In C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds* (pp. 27-49). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_2

- Burgos, M., Tizón-Escamilla, N. y Godino, J. D. (2024). Expanded model for elementary algebraic reasoning levels. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(7), em2475.
<https://doi.org/10.29333/ejmste/14753>
- Murillo-Tsijli, M. (2018). *Introducción a la matemática discreta*. 5° edición. Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- Rosen, K. H. (2019). *Discrete mathematics and its applications* (8th ed.). McGraw-Hill Education.
- Vílchez Quesada, E. (2015). *Estructuras discretas con Mathematica*. Alphaomega.



Teoria do desenvolvimento cognitivo no Ensino de Matemática para um estudante cego: Atividades práticas e reflexões

Luiza Ojeda **Hoffmann**
Universidade Franciscana
Brasil

luizaojedah@gmail.com

Claudia Lisete Oliveira **Groenwald**
Universidade Franciscana e Universidade Luterana do Brasil
Brasil

claudiag1959@gmail.com

Resumo

Este artigo apresenta um recorte da tese "*Pensamento Matemático de um Estudante Cego: Um Estudo Longitudinal do 6º ao 9º Ano*", que investiga a aplicação da teoria do desenvolvimento cognitivo de Piaget no ensino de Matemática para a inclusão de um estudante cego matriculado no 7º ano de uma escola regular em Canoas/RS. As atividades práticas, como manuseio de dinheiro e simulações de compras, demonstraram a eficácia das abordagens baseadas em abstração empírica e reflexionante. A interação com objetos concretos favoreceu o desenvolvimento de habilidades cognitivas, enquanto a transição entre essas formas de abstração contribuiu para a autonomia moral e intelectual do estudante. Integrando os princípios da LDB e da BNCC, as práticas pedagógicas mostraram-se eficazes na criação de um ambiente de aprendizagem inclusivo e participativo. Os resultados reforçam a importância da relação entre teoria e prática na formação de indivíduos com autonomia social.

Palavras-chave: Abstração empírica e reflexionante; Autonomia moral e intelectual; Deficiência visual; Educação matemática; Inclusão.

Introdução

A inclusão escolar e social de estudantes cegos apresenta desafios no ensino da Matemática, devido ao alto nível de abstração e visualização envolvido na construção dos conceitos matemáticos. A Teoria do Desenvolvimento Cognitivo de Piaget (1977) oferece um referencial teórico para compreender e adaptar o ensino às necessidades desses estudantes. Piaget (1995) introduz os conceitos de abstração empírica e reflexionante, explicando como os indivíduos constroem e organizam o conhecimento.

Este artigo é um recorte da tese de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMAT) da Universidade Franciscana (UFN). A pesquisa consiste em um estudo longitudinal sobre o desenvolvimento do pensamento matemático de um estudante cego nos anos finais do Ensino Fundamental, investigando sua progressão e os desafios enfrentados ao longo do tempo.

Reflexões sobre Abstração e Autonomia

A teoria do desenvolvimento cognitivo de Piaget contribui para a compreensão da aprendizagem e do crescimento intelectual das crianças. Um dos conceitos centrais dessa teoria é a abstração, que Piaget (1995) divide em duas formas fundamentais: abstração empírica e abstração reflexionante. A progressão desses tipos de abstração é importante tanto para o desenvolvimento cognitivo quanto para a autonomia moral e intelectual, favorecendo a tomada de decisões e o pensamento independente.

Piaget (1995) define a abstração empírica como a capacidade de extrair informações diretamente dos objetos. Segundo ele, "a abstração empírica retira sua informação dos próprios objetos, considerando suas características perceptíveis" (p. 89).

Por outro lado, a abstração reflexionante ocorre a partir das ações do sujeito, permitindo a reorganização interna das coordenações dessas ações. Piaget (1995) explica que "a abstração reflexionante é essencial para a formação de estruturas cognitivas mais complexas, pois envolve a reflexão sobre as próprias ações e a reorganização do conhecimento" (p. 284). Esse tipo de abstração possibilita um nível mais avançado de pensamento abstrato.

Montangero e Maurice-Naville (1998) afirmam que todo novo conhecimento resulta de um processo de abstração, pois sempre se baseia em uma realidade anterior. Eles diferenciam a abstração empírica, que extrai informações dos objetos, da abstração reflexionante, que surge das coordenações das ações do sujeito. Becker (2014) complementa essa análise ao destacar que a abstração ocorre em etapas, como extração, dissociação, distanciamento e conceituação mental, evidenciando sua complexidade e multifuncionalidade no desenvolvimento cognitivo.

Além das formas de abstração mencionadas, Piaget (1995) introduz o conceito de abstração pseudoempírica, que ocorre quando o indivíduo utiliza ferramentas ou mediadores para verificar suas operações mentais. Esse estágio intermediário combina a manipulação de objetos concretos com a reflexão interna, facilitando a transição para formas mais avançadas de pensamento (Piaget, 1995, p. 176), como por exemplo, a construção de número.

O desenvolvimento do pensamento matemático em estudantes cegos ocorre progressivamente, sendo influenciado pelas experiências sensoriais e contextuais vivenciadas no dia a dia. Conforme apontam Hoffmann, Groenwald & Geller (2022, p. 120), “a formação do conceito de número não ocorre por meio de repetição mecânica dos numerais e, sim, pela construção progressiva dos estágios vivenciados no dia a dia, tanto no âmbito social, quanto no educacional”. Dentro do contexto educacional, a compreensão dos processos de abstração é importante para a construção de práticas pedagógicas que promovam não apenas o desenvolvimento cognitivo, mas também a autonomia intelectual e moral dos estudantes. A capacidade de abstração reflexionante permite que os indivíduos adquiram uma compreensão mais aprofundada dos conceitos matemáticos e sociais, contribuindo para uma formação crítica e independente. Essa perspectiva dialoga diretamente com os princípios da Educação formal, que deve oferecer condições para o desenvolvimento pleno dos estudantes.

No Brasil, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) (Lei nº 9.394/96) enfatiza a Educação democrática e participativa, sendo que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece o currículo para viabilizar essa diretriz, destacando práticas pedagógicas inclusivas que promovem o desenvolvimento integral dos estudantes e sua formação como cidadãos críticos e éticos. Ambas convergem na garantia da igualdade de acesso e permanência na escola, essencial para a Educação inclusiva. Essas perspectivas dialogam com Piaget (1977), que defende um ambiente educacional que estimule a autonomia intelectual e moral. A teoria de

Piaget (1995) sobre a equilibração também compreende o desenvolvimento cognitivo. Ele argumenta que o equilíbrio entre assimilação (incorporação de novas informações) e acomodação (modificação de esquemas existentes para integrar novos conhecimentos) é importante para a aprendizagem. “O princípio comum da formação das novidades é a necessidade de um equilíbrio entre assimilação e acomodação, sendo este último a causa das diferenciações” (Piaget, 1995, p. 284).

Montangero e Maurice-Naville (1998) expandem essa ideia ao afirmar que “todo novo conhecimento supõe uma abstração”, reforçando a importância das interações entre o sujeito e o ambiente para o desenvolvimento do conhecimento. Becker (2014) também enfatiza que “o equilíbrio entre assimilação e acomodação é fundamental para a construção de estruturas cognitivas mais complexas e adaptáveis, permitindo que o aprendiz ajuste seus esquemas mentais de forma contínua e dinâmica” (p. 78).

A abstração contribui para a autonomia moral, auxiliando os estudantes a compreenderem e questionarem normas sociais, desenvolvendo pensamento crítico e independente. Piaget (1995) aponta que a Educação deve favorecer liberdade e autonomia, promovendo a interação e cooperação no desenvolvimento pessoal.

A teoria de Piaget, aliada às contribuições de Becker (2014), fornece uma base sólida para o desenvolvimento de estratégias que promovam a aprendizagem significativa e a autonomia, especialmente para estudantes com deficiência visual. Atividades que envolvem a manipulação de objetos concretos e a reflexão sobre as ações são particularmente eficazes nesse processo.

Metodologia da pesquisa

Este estudo, de abordagem qualitativa, descritiva e exploratória, adota o estudo de caso para investigar estratégias e recursos para o desenvolvimento do pensamento matemático de um estudante cego do 7º ano do Ensino Fundamental em 2023. O participante, identificado como G, participou de intervenções pedagógicas individuais, realizadas quinzenalmente ao longo de um ano, em sessões presenciais de duas horas, divididas em atividades de 30 minutos com intervalos de 20 minutos.

Além das intervenções G foi observado em sua escola regular, ampliando a análise sobre ensino e aprendizagem no contexto escolar. As atividades planejadas incluíram toda a turma, promovendo uma abordagem inclusiva. A pesquisa envolveu visitas à escola e entrevistas semiestruturadas com o professor de Matemática, a professora da sala de Atendimento Educacional Especializado (AEE), a mãe do estudante e um professor da Associação de Deficientes Visuais de Canoas (ADEVIC), proporcionando uma visão abrangente das estratégias e desafios.

A análise dos dados seguiu um método indutivo, de caráter descritivo, conforme Lüdke e André (2013). As transcrições dos diálogos foram preservadas sem alterações gramaticais para garantir autenticidade.

Discussão dos Resultados

As atividades utilizaram tecnologias assistivas e materiais táteis, como os óculos OrCam MyEye 2.0, a calculadora sonora, fichas e dinheiro fictício. Os óculos auxiliaram na identificação de pessoas, leitura de textos e reconhecimento de cores e cédulas, enquanto a calculadora sonora permitiu cálculos autônomos com feedback auditivo. O processo iniciou-se com o reconhecimento tátil das cédulas, seguido pela leitura detalhada e verificação precisa dos cálculos.

A simulação de compras foi planejada para desenvolver abstração empírica, pseudoempírica e reflexionante, promovendo autonomia intelectual e moral, conforme Piaget (1977). Segundo Piaget (1995), o equilíbrio entre assimilação e acomodação é relevante para o desenvolvimento cognitivo e moral, permitindo a integração de novas informações e o ajuste dos esquemas mentais. As atividades práticas, como a gestão de dinheiro, favoreceram a construção do pensamento matemático e a reflexão sobre ações e decisões do estudante. Na sequência, são apresentados trechos do diálogo que ilustram o uso das diferentes formas de abstração.

Na atividade descrita na Figura 1 de composição e decomposição de dinheiro foi projetada para explorar a construção de habilidades matemáticas ligadas ao sistema monetário, promovendo a identificação de valores, trocas e operações básicas. Durante a atividade, o estudante utilizou dinheiro fictício para praticar a decomposição de valores monetários e verificou suas respostas com o uso da calculadora sonora. Essa experiência permitiu uma interação entre o conhecimento empírico e a abstração matemática, conforme descrito por Piaget (1995).

A caixa com o dinheiro fictício 	Reconhecendo as cédulas 
P- Vamos brincar com dinheiro hoje? G- Agora com os óculos fica mais fácil, ele me diz, antes só reconhecia com um dedo, era mais difícil, porque as cédulas precisavam ser bem novas, e às vezes eu me confundia no tamanho, tinha que decorar os sinais e eu esquecia. P- Aqui tem uma caixa com dinheiros, e as cédulas estão separadas, tem moedas também. Pode examinar com a mão. Você já sabe me dizer quantos centavos tem 1 real? G- Certo. Tem notas de 2, 5, 10, 20, 50, 100 e até 200. Nossa eu tô rico! Vou até conferir na calculadora. P- Muito bem! Mas é de brinquedo! Sabe quantos centavos tem em 1 real? G- Sim, tem 100 centavos, por que 100 centavos é igual a 1 real. Isso eu já sabia, lá do outro ano. P- Agora pega uma cédula de 50 reais inteiro, você consegue trocar em notas de 10 reais. G- Sim, vai ter que me dar um tempo para pensar. Já sei $10 + 10 + 10 + 10 + 10$, deu 5 notas de 10 reais. Bah, parece muito né? P- Isso que você fez e decomposição, será que tem outro jeito de decompor os 50 reais? G- Claro que tem. Pode ser em moedas dá 1 real, também pode ser em cédulas de 5 reais, e de 2 reais também, de 2 reais é bem complicado, mas consegui de 2 reais. Também dá para fazer 2 notas de 20 reais e uma de 10 reais. P- Aceita um desafio? G-Sim, eu adoro, só não faz muito difícil, que eu faço sem mostrar e faço de cabeça. P- 3 cédulas de 2 reais mais 5 cédulas de 10 reais mais 6 moedas de 1 real. Que valor eu tenho? G- 62 reais. P- Me explica como fez? G- Eu fiz de tabuada, por partes, $3 \times 2 = 6$, $5 \times 10 = 50$, $6 \times 1 = 6$, depois juntei tudo. $50 + 6 + 6$. $50 + 12$. $50 + 10 + 2 = 62$. P- Certo! Muito bem! G- Viu a minha cabeça funciona, nem precisei da calculadora. P- E se tivesse 100 reais, como faria para trocá-lo no usando só 4 cédulas. G- Ai me pegou. Vou pensar, 2 de 50 não pode. 5 de 20 também não pode. E nem de 10 reais porque vai dar mais de 4. Essa é bem difícil. Não sei. P- Faz as combinações ai de cédulas que vai conseguir. G- Já sei. $20 + 20 + 10 + 50$. P- Agora só pode usar 2 vezes a mesma cédula. G- Tá cada vez mais difícil, mas vou fazer. 2 notas de 20, já tenho aqui uma de 50. Então tenho 90, então mais uma de 10 reais. Tenho 100 reais. Já fechou aqui. P- Parabéns!! G-Posso brincar de trocar dinheiro? P- Claro! G- Por exemplo trocar 50 reais. $20 + 20 + 10$; $5 + 5 + 2 + 2 + 2 + 2 + 20$. P- Por que não continuou com cédulas de 2 reais, será que não ia dar? G- Eu acho que até podia dar, mas dá muito trabalho. Mas é mais fácil ir contando de 2 em 2. P- Se pedir para você trocar 10 reais, o que vai fazer? G- Ué, vou pegar uma de 5 reais, uma de 2 reais e três moedas de 1 real. Conferindo na calculadora, deu certinho. P- E se precisar usar centavos? G- Vou deixar os 5 reais, pego uma moeda de 1 real, 2 de 50 centavos e 4 moedas de 25 centavos. P- Posso conferir. G- Não ne, quando fala assim, é porque eu errei alguma coisa. Pera aí. 5 reais mais 1 real, 6 reais, mais 2 de 50 centavos mais 1 real, que dá 7, mais 4 de 25 centavos, dá 8. Ai aí, faltou 2 reais, vou pegar mais duas moedas de 1 real. Agora fechou tudo. P- Muito bem. É tinha faltado mesmo. G- Tenho que ter mais atenção quando trocar os dinheiros miúdo. Senão podem me roubar quando eu usar dinheiro de verdade. Sabe eu gostei de trocar dinheiro. P- Ta craque! Vou dar 20 reais o que vai fazer com ele? G- Não sei, vou ver o preço das coisas, vou ver onde é mais barato. P- Pensa e outro dia me diz G- Certo.	

Figura 1 - Composição e decomposição de dinheiro. Fonte: A pesquisa

No diálogo registrado, percebe-se que o estudante G inicialmente dependia do reconhecimento tátil para diferenciar as cédulas. Entretanto, ao utilizar os óculos OrCam MyEye 2.0, ele conseguiu verificar com maior precisão os valores. Esse momento evidencia a transição entre a abstração empírica, em que ele extrai informações diretamente dos objetos, e a abstração pseudoempírica, quando passa a utilizar ferramentas mediadoras para validar o conhecimento adquirido.

Outro aspecto importante observado foi a progressão cognitiva no uso da abstração reflexionante, em que o estudante passa a antecipar soluções e estruturar mentalmente suas respostas. Isso se torna evidente quando G explica as diferentes formas de decomposição de R\$ 50,00, utilizando estratégias diversas para encontrar o mesmo resultado. A construção do pensamento matemático e a internalização das operações evidenciam avanços importantes na sua autonomia intelectual.

A interação com a pesquisadora também mostra como a verbalização do raciocínio auxilia na estruturação do pensamento. Ao ser desafiado a trocar cédulas utilizando diferentes combinações, G demonstra um pensamento crítico crescente, refletindo sobre as escolhas feitas e considerando diferentes estratégias. Esse desenvolvimento está alinhado com a ideia de equilíbrio defendida por Piaget (1995), onde o indivíduo ajusta seus esquemas mentais a partir de novas experiências e desafios.

Ao final da atividade, o estudante demonstra uma mudança significativa na sua percepção sobre o uso do dinheiro. Sua fala: "Tenho que ter mais atenção quando trocar os dinheiros miúdos. Senão podem me roubar quando eu usar dinheiro de verdade."

Mostra um amadurecimento cognitivo e social, reforçando que as experiências concretas proporcionam uma aprendizagem significativa e contextualizada. Essa vivência também está em consonância com a autonomia moral discutida por Piaget (1977), uma vez que a compreensão das regras financeiras e sociais impacta sua conduta e tomada de decisão em contextos reais. A evolução do estudante no reconhecimento e manuseio do dinheiro durante a primeira atividade permitiu um aprofundamento da sua compreensão sobre transações financeiras em contextos reais. Dando continuidade ao processo de aprendizagem, a segunda atividade buscou aplicar esses conceitos em uma situação prática de consumo.

A atividade da Figura 2 ilustra a atividade de compra de lanche, na qual o estudante precisa gerenciar um orçamento fixo, tomar decisões sobre seus gastos e calcular o troco, promovendo a aplicação prática dos conceitos matemáticos trabalhados anteriormente.

P- Vamos fazer um lanche, lá embaixo. Temos apenas 10 reais para cada um gastar. Vou dar o seu dinheiro, e vou ficar aqui com o meu. O que vai querer?

G- Não sei, o que tem para comer?

P- Salgados, pão de queijo, pastel frito e assado, cada um é 7 reais.

G- Eu quero um pão de queijo, ah vai sobrar dinheiro, vou querer um refri.

P- Refri de Lata é 3 reais e as pequeninhas iguais as que você traz, são 2 reais e 25 centavos. G- Eu vou querer um pão de queijo e um refri pequeninho.

P- Sabe quanto vai pagar?

G- Sim, 9 reais 25 centavos, vou só conferir na calculadora. P- Vamos ver, pode fazer teu pedido e pagar.

G- Quero um pão de queijo e um refri pequeno, pode ser coca, quanto vai dar tudo? A atendente responde 9 com 25.

G- Então tá, dá e ainda sobra troco. Eu quero. Já pode me dar troco, vai ser moeda né. P- Sim, quanto ela lhe deu, quais as moedas?

G- Me deu uma moeda de 50 centavos e uma moeda de 25 centavos. Tá certo. P- Sim. Como você fez para saber se o troco estava certo.

G- Ué eu gastei 9 reais e 25 centavos, daí eu pensei assim, 9 com 25, com mais 25 centavos ficava 9 com 50, mais 50 centavos dá 10 reais. Então o troco vai ser os 25 centavos mais os 50 centavos, que é os 75 centavos.

P- O que vamos fazer com o troco de 75 centavos?

G- Vou guardar junto com as moedas de verdade que estão nesse saquinho.

P- Na semana que vem vamos usar só moedas para comprar nosso lanche. Pode ser?

G- Pode, será que a mulher da lancheria sabe contar moedas? Porque vai ser muitas moedas, vai dar um trabalhão contar as moedas.

P- Ela sabe, vou querer ver a semana que vem a esperteza desse guri. G- Eu sou muito esperto.

P- Olha só, vou deixar um tema. Você leva lanche para a escola, né? G- Sim.

P- Então, o tema vai ser comprar o lanche para levar para a escola. Pega aqui 10 reais. G- Sim, só não posso gastar muito, porque é só até 10 reais.

P- Combinado, vai trazer a nota e me relatar a compra. G- Ok. Vou fazer.

Figura 2 - Compra de lanche. Fonte: A pesquisa

Na atividade de compra de lanche teve como objetivo estimular a compreensão do sistema monetário em situações reais, permitindo que G praticasse o planejamento financeiro e o cálculo do troco. Durante a interação, o estudante recebeu R\$ 10,00 para realizar sua compra e precisou tomar decisões sobre os itens adquiridos dentro do seu orçamento.

Ao longo da atividade, G demonstrou avanços na abstração pseudoempírica, ao utilizar a calculadora para verificar os valores, e na abstração reflexionante, ao calcular mentalmente os custos antes da conferência. Sua fala: "Eu gastei 9 reais e 25 centavos... Então o troco vai ser os 25 centavos mais os 50 centavos, que é os 75 centavos."

Nesta atividade G demonstra uma compreensão do sistema monetário e a capacidade de raciocínio lógico para validar operações financeiras. Esse comportamento está alinhado com a ideia de equilíbrio proposta por Piaget (1995), onde o estudante equilibra a assimilação (uso de estratégias conhecidas) com a acomodação (adaptação a novas situações). Além do aprendizado matemático, a atividade reforçou a autonomia moral, uma vez que o estudante precisou tomar decisões sobre suas compras e avaliar opções dentro do orçamento disponível. Essa reflexão sobre as transações financeiras contribui para o desenvolvimento da responsabilidade e do pensamento crítico sobre o uso do dinheiro.

Considerações Finais

A aplicação prática da teoria de desenvolvimento cognitivo de Piaget (1977) no ensino de Matemática para um estudante cego demonstrou a eficácia das abordagens pedagógicas baseadas na abstração empírica e reflexionante. As atividades desenvolvidas, como a manipulação de dinheiro e simulações de compras, permitiram que o estudante aplicasse conceitos abstratos em contextos reais, promovendo um aprendizado significativo e a internalização de princípios éticos e morais.

Os resultados mostraram que a abstração empírica, é caracterizada pela extração de informações diretamente dos objetos, nos estágios iniciais do desenvolvimento cognitivo. Por meio da interação com dinheiro, o estudante conseguiu desenvolver habilidades fundamentais de composição e decomposição de valores monetários e cálculos mentais, conforme descrito por Piaget (1995). Este processo de aprendizagem ativa, onde a criança explora e manipula o ambiente, para chegar a construção de conhecimento.

A transição para a abstração reflexionante, que envolve a coordenação de ações e a reorganização interna do conhecimento, foi facilitada pelas atividades práticas que incentivaram a reflexão sobre as próprias ações. A capacidade do estudante de refletir sobre suas decisões e ajustar seus esquemas mentais demonstrou o processo de equilíbrio descrito por Piaget (1995), onde o equilíbrio entre assimilação e acomodação é importante para o crescimento cognitivo.

As práticas pedagógicas baseadas na teoria de Piaget (1977), aliadas aos princípios da Educação inclusiva estabelecidos pela LDB e pela BNCC, mostraram-se eficazes na promoção da autonomia intelectual e moral do estudante. A inclusão de atividades que envolvem a manipulação de objetos concretos e a reflexão sobre as ações proporcionou um ambiente de aprendizagem democrático e participativo, conforme preconizado pela LDB.

Referências

- Becker, F. (2014). Abstração pseudoempírica e reflexionante: significado epistemológico e educacional. *Schème – Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas*, 6(Número Especial), 104-128. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/126295>. Acessado em: 25 fev. 2024.
- Brasil (1996). Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação nacional. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acessado em: 25 fev. 2024.
- Brasil (2018). Base Nacional Comum Curricular. Educação é a base: BNCC. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Brasília, DF. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 abr.2021.
- Hoffmann, L. O., Groenwald, C. L. O., & Geller, M. (2022). Inclusão cognitiva nos campos conceituais aditivo e multiplicativo de um estudante cego. *Sisyphus - Journal of Education*, 10(3), 116-140. <https://doi.org/10.25749/sis.2737>
- Lüdke, M., & André, M. E. D. A. (2013). *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Montangero, J., & Maurice-Naville, D. (1998). *Piaget e a inteligência*. Porto Alegre: Artmed.
- Piaget, J. (1977). *A tomada de consciência: com a colaboração de A. Blanchet*. São Paulo: Melhoramentos / Ed. da Universidade de São Paulo.
- Piaget, J. (1995). *Abstração reflexionante: relações lógico-matemáticas e ordem das relações espaciais*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Índice alfabético de autores

Aarón Álvarez Araujo, 42
Adelita Postiglioni Nunes, 9
Adriana Breda, 58
Adriana Santos, 34
Adriana Toxtle Colotl, 66
Agueda Báez, 34
Aileen Velázquez Estrella, 50
Alexandre Xavier dos Santos, 140
Álvaro Lecompte-Montes, 86
Ana Helvia Quintero, 50
Angy Coronel-Suárez, 50
Antony Guzmán, 34
Astrid Carolina Archila, 124
Beatriz Adriana Flores López, 116
Beatriz Horst Figueira, 74, 168
Beatriz Vargas Dorneles, 110
Benilda María Cantillo-Rudas, 24, 29
Camila Peres Nogues, 110
Camilo Andrés Rodríguez-Nieto, 24, 29
Cassiana Mendes Jacques, 102
Claudia Lisete Oliveira Groenwald, 154, 220
Cristian Mauricio Arias Aristizábal, 16
Daiver Vélez Ramos, 132
Denise Chamorro Manríquez, 58
Diana Hernández Rivera, 116
Eithel Trigueros Rodríguez, 217
Flor Monserrat Rodríguez-Vásquez, 24, 29
Gabriel Pacheco, 102
Germán Cadavid-Arango, 94
Héctor Gerardo Sánchez Bedoya, 16
Ivonete Amador, 102
Ivonete Pereira Amador, 161
Jairo A. Ayala Godoy, 132
Jesús Montejo Gámez, 217
Johan David Gallego Guzmán, 193
Johandy Osanny Gómez-Vásquez, 176
José Antonio Juárez López, 66
José Nunes Ferreira, 9
Julio Marín Sánchez, 217
Karina Nunes da Silva, 154
Kauê Monteiro Pascotto, 161
Laura Tiemme de Castro, 74
Liliana Torres Rodríguez, 50
Lucas Flores Lehnhart, 102

Lucas Linke Nunes, 74, 168
Luis Alberto Cuenca Macas, 209
Luis Fernando Pizzatto, 168
Luis Sebastião Barbosa Bemme, 9, 102, 161, 168
Luis Torres, 80
Luiza Ojeda Hoffmann, 228
Luz Elena Palacio Loaiza, 201
Marisol Santacruz Rodríguez, 148
Maritza Galindo Illanes, 58
Melissa Vásquez-Hernández, 176
Miguel Ángel Delgado-Fernández, 86
Natalia Ruiz-López, 42
Newman Yonander Zambrano-Leal, 34, 176
Nohemy Marcela Bedoya-Ríos, 110
Omar Hernández Rodríguez, 50, 80
Oscar Henrique Reinke Backes, 102
Paola Judith Amaris-Ruidiaz, 185
Rafael Aparicio Cuello, 132
Rosemar de Fatima Vestena, 9
Sandra Yolima Ruiz Yacumal, 148
Silvia Maria de Aguiar Isaia, 74
Solange Roa, 124
Tamara Isabel Terrazas Medina, 116
Thaís de Souza Machado, 161, 168
Vanilde Bisognin, 140
Verónica Easton, 1
Vicenç Font, 24, 29
Vitória de Mello Figueiredo, 9, 161, 168
Vivian Libeth Uzuriaga López, 16, 94, 201
Yolanni Mercedes Peguero-Ovalles, 176
Zaida Francisca Morlett Villa, 116

EDUCACIÓN MATEMÁTICA en América Central y El Caribe 2025



ISBN: 978-9945-30-202-8



www.redumate.org